Questions de cours : Oscillateurs en régime sinusoïdal forcé

1) Définir l'impédance complexe d'un dipôle.

Démontrer l'expression de l'impédance complexe du condensateur à partir de sa loi tension-courant.

En déduire le comportement électrique d'un condensateur aux très basses fréquences et aux très hautes fréquences.

2) Définir le régime sinusoïdal forcé.

Démontrer l'expression de l'impédance complexe de la bobine idéale à partir de sa loi tension-courant.

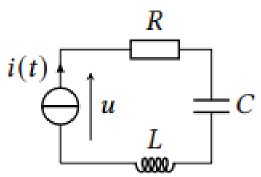
En déduire le comportement électrique d'une bobine idéale aux très basses fréquences et aux très hautes fréquences.

3) Définir la représentation complexe et l'amplitude complexe d'un signal périodique $s(t)=S_0 \cos(\omega t+\varphi)$

Montrer que, en représentation complexe, l'opération de dérivée correspond à une multiplication par $j\omega$.

Exercices : Oscillateurs en régime sinusoïdal forcé

1) Circuit RLC série forcé en courant : Anti-résonance



Considérons un circuit RLC série alimenté par un générateur idéal de courant imposant $i(t) = I_m \cos(\omega t)$.

1 - Déterminer l'amplitude complexe $\underline{U}$ et l'écrire sous la forme

$$\underline{U} = R\left[1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]\underline{I}\,.$$

2 - Justifier que ce circuit ne présente pas de résonance en tension, mais une anti-résonance pour laquelle le rapport U_m/I_m est minimal. Déterminer la pulsation d'anti-résonance ω_a. Que vaut le déphasage entre i et u à cette pulsation ? L'existence de l'anti-résonance dépend-elle du facteur de qualité du circuit ?

3 - On s'intéresse à la largeur en fréquence de l'anti-résonance. Montrer que les pulsations ω_1 et $\omega_2 > \omega_1$ telles que $|\underline{U}(\omega_1)| = |\underline{U}(\omega_2)| = \sqrt{2}\,|\underline{U}(\omega_a)|$ sont données par

$$\omega_{1,2} = \Omega \pm \frac{\omega_0}{2Q} \qquad \text{avec} \qquad \Omega = \frac{\omega_0}{2}\sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4}\,.$$

En déduire la largeur $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ de l'anti-résonance.

4 - Des relevés expérimentaux de U_m/I_m et du déphasage de u par rapport à i sont représentés figure 1. En déduire la fréquence propre et le facteur de qualité du circuit.

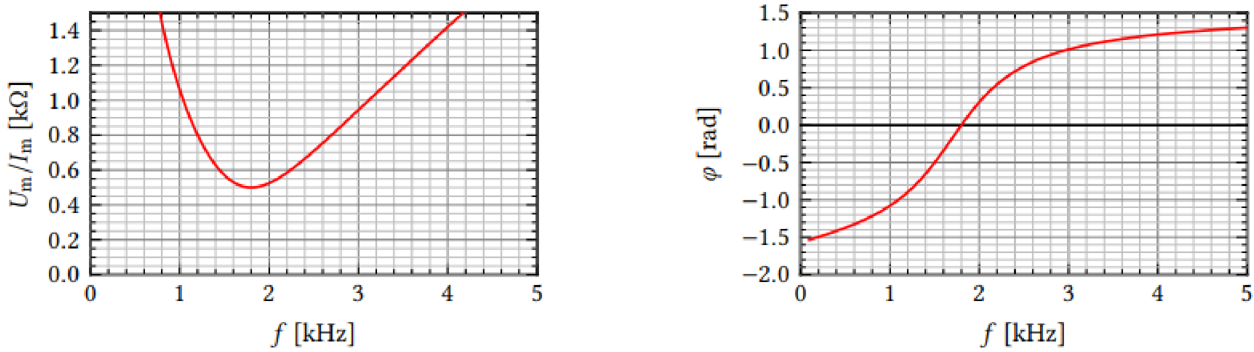
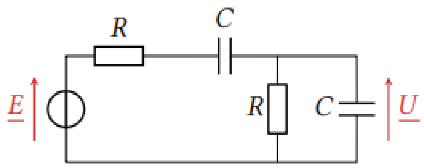


Figure 1 – Mesures d'amplitude et de déphasage.

2) Pont de Wien



Considérons le circuit ci-contre, nommé *pont de Wien*, en régime sinusoïdal établi.

1 - Exprimer l'amplitude complexe $\underline{U}$ en fonction de $\underline{E}$ et des composants.

2 - On pose $x = RC\omega$. Identifier la fonction f telle que

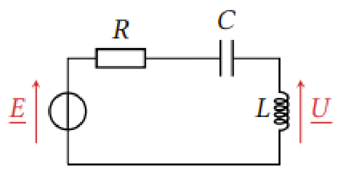
$$U = |\underline{U}| = \frac{E}{3\sqrt{f(x)}}\,.$$

3 - Analyser la condition d'existence d'une résonance et la pulsation ω_0 correspondante.

4 - Déterminer la largeur de résonance $\Delta\omega$. En déduire le facteur de qualité Q du circuit.

5 - Représenter l'allure des courbes d'amplitude U et de phase φ en fonction de ω.

3) Résonance aux bornes de la bobine d'un RLC série



Dans la famille des résonances du RLC, je voudrais la bobine ! Le générateur impose $e(t) = E\cos(\omega t)$

1 - Exprimer l'amplitude complexe $\underline{U}$ et l'écrire sous la forme

$$\underline{U} = \frac{E}{1 - \dfrac{\omega_0{}^2}{\omega^2} - \dfrac{\mathrm{j}\omega_0}{Q\omega}}\,,$$

en exprimant ω_0 et Q en fonction de R, L et C.

2 - Établir la condition de résonance sur Q et la pulsation de résonance en fonction de ω_0 et Q.

3 - Représenter les graphes $U = |\underline{U}|$ et $\varphi = \arg\underline{U}$ en fonction de ω avec et sans résonance.

4 - Pour quelle pulsation les tensions u et e sont-elles en quadrature de phase ?