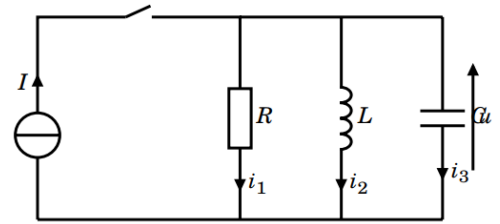


DM n°4 : Etude d'un émetteur radio (18 pts + 2 pts POL)

L'antenne d'un émetteur radio peut être modélisée par un circuit électrique équivalent composé de l'association en parallèle d'une résistance R , d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C .



L'antenne est alimentée par une source idéale de courant. On s'intéresse à la réponse en tension $u(t)$.

Le première partie traite le régime libre de la réponse de l'antenne. La deuxième, le régime sinusoïdal forcé.

Partie 1 : Etude du régime libre (9 pts)

La source idéale de courant délivre un courant constant I . A $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

Pour $t < 0$, aucun courant ne circule et le condensateur est déchargé.

1. Ecrire la loi des nœuds ainsi que les relations tension-courant de la résistance, du condensateur et de la bobine dans le circuit. **1 pt**
2. En dérivant par rapport au temps la loi des nœuds, obtenir l'équation différentielle du circuit sur $u(t)$. **1 pt**
3. Identifier la pulsation propre ω_0 , le facteur de qualité Q et la constante f de la forme canonique ci-dessous. Commenter la dépendance en la résistance R de l'expression du facteur de qualité Q . **1 pt**

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = f$$

4. Déterminer les valeurs de i_1 , i_2 , i_3 et u à $t = 0^+$. **1 pt**
5. En déduire les conditions initiales sur $u(t = 0^+)$ et $\frac{du}{dt}(t = 0^+)$. **1 pt**
6. Dessiner le schéma électrique équivalent du circuit en régime permanent (*En régime libre, le régime permanent est stationnaire*). En déduire, les valeurs de i_1 , i_2 , i_3 et u lorsque $t \rightarrow \infty$. **1 pt**
7. Déterminer la condition sur R , L et C sous laquelle le régime transitoire est pseudo-périodique. **1 pt**
8. Pour ce régime, déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (sur $u(t)$) du circuit, on fera apparaître deux constantes d'intégrations A et B . **1 pt**
9. Appliquer les conditions initiales pour déterminer les constantes d'intégrations. Ecrire l'expression finale de $u(t)$ et tracer son allure. **1 pt**

Partie 2 : Etude du régime forcé (9 pts)

La source idéale de courant délivre un courant $\mathbf{i(t) = I\cos(\omega t)}$, on s'intéresse au régime forcé, c'est-à-dire la réponse du circuit (toujours $\mathbf{u(t)}$) une fois le régime transitoire terminé.

1. Rappeler les expressions des impédances complexes de la résistance $\underline{Z_R}$, du condensateur $\underline{Z_C}$ et de la bobine $\underline{Z_L}$. **1 pt**
2. Déterminer l'impédance complexe de l'association équivalente à l'antenne $\underline{Z_{eq}}$. **1 pt**
3. En déduire l'amplitude complexe de la tension \underline{U} en fonction de ω , I et de R , L et C . **1 pt**

(La représentation complexe de la tension s'écrit $\underline{u(t)} = Ue^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{U}e^{j\omega t}$, avec $\underline{U} = Ue^{j\varphi}$)

4. Calculer l'amplitude U de la tension réelle $\mathbf{u(t) = U\cos(\omega t + \varphi)}$. En déduire l'expression de la pulsation $\omega_r = \omega_0$ qui maximise U en fonction de L et C (on parle de phénomène de résonance). **2 pt**
5. Les signaux radio **FM** sont transmis grâce à une technique appelée modulation de fréquence. Elle utilise une onde porteuse de fréquence f_0 . Le signal à transmettre est contenu dans des variations de fréquence autour de f_0 . Déterminer l'expression de la fréquence optimale f_0 de la porteuse pour l'émetteur radio. **1 pt**
6. Montrer que l'on peut exprimer l'amplitude complexe de la tension \underline{U} en fonction de $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite et de $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ le facteur de qualité selon l'expression : **1 pt**

$$\underline{U_0} = \frac{RI}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

7. En déduire l'expression de l'amplitude réelle de la tension U en fonction de x et Q . Représenter l'allure du graphe de U en fonction de x . **1 pt**
8. Calculer le déphasage φ entre la tension $\mathbf{u(t)}$ et l'intensité $\mathbf{i(t)}$. Représenter l'allure du graphe de φ en fonction de x . **1 pt**