Exercices d'application :

☐ **Exercice 12.1. Filtre RL★**

1)
A basses fréquences la bobine est équivalente à un fil.
A hautes fréquences la bobine est équivalente à un interrupteur ouvert.*

Le filtre RL est un passe-haut.

2)

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{jL\omega}{jL\omega + R} = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$$

3)

$$G = |\underline{H}| = \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^2}}$$

$$G_{dB} = 20\log(G) = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) - 10\log\left(1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^2\right)$$

4) A basses fréquences :

$$\frac{\omega}{\omega_c} \ll 1$$

$$G_{dB,BF} = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

Asymptote oblique à +20dB/décade.

A hautes fréquences :

$$\frac{\omega}{\omega_c} \gg 1$$

$$G_{dB,HF} = 0$$

Asymptote horizontale à 0 dB.

☐ **Exercice 12.2. Lecture de diagramme de Bode ★**

1 et 2)

Filtre 1 : Passe-haut. Ordre 2. $f_0 = 0{,}1Hz$
Filtre 2 : Réjecteur de bande. Ordre 2. $f_0 = 1\ Hz$
Filtre 3 : Passe-bas. Ordre 1. . $f_c = 0.1\ Hz$

3)

$$s_1(t) = E_0\cos(\omega t) + E_0\cos\left(10\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + E_0\cos\left(100\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$s_2(t) = E_0 + E_0\cos\left(10\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + E_0\cos\left(100\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$s_3(t) = E_0 + \frac{E_0}{10}\cos(\omega t - 1{,}5) + \frac{E_0}{100}\cos\left(10\omega t - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{E_0}{1000}\cos\left(100\omega t - \frac{5\pi}{6}\right)$$

Exercices d'entraînement :

☐ **Exercice 12.3. Filtre à pont de Wien ★★**

1)
Il s'agit d'un passe bande.

2)

$$\underline{Z_{eq}} = \frac{\frac{R}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{\frac{R}{jC\omega}}{\frac{1 + jRC\omega}{jC\omega}} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{Z_{eq}}}{\underline{Z_{eq}} + R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{\underline{Z_{eq}}} + \frac{1}{j\underline{Z_{eq}}C\omega}}$$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + (1 + jRC\omega) + \frac{1 + jRC\omega}{jRC\omega}} = \frac{1}{3 + jRC\omega + \frac{1}{jRC\omega}} = \frac{1}{3(1 + \frac{jRC\omega}{3} - j\frac{1}{3RC\omega})}$$

$$\underline{H} = \frac{1/3}{1 + j\frac{1}{3}(RC\omega - \frac{1}{RC\omega})}$$

$$H_0 = \frac{1}{3},\ \ Q = \frac{1}{3}\ \ et\ \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

3) Calculons le gain et la phase :

$$G = \frac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

$$\varphi = -\arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$

A basse fréquence :

$$\frac{\omega_0}{\omega} \gg 1 \; et \; \frac{\omega_0}{\omega} \gg \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$G_{BF} = \frac{H_0 \omega}{Q\omega_0}$$

$$G_{db,BF} = 20\log(\omega) + 20\log\left(\frac{H_0}{Q\omega_0}\right)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

A haute fréquence :

$$\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1 \; et \; \frac{\omega}{\omega_0} \gg \frac{\omega_0}{\omega}$$

$$G_{BF} = \frac{H_0 \omega_0}{Q\omega}$$

$$G_{db,BF} = -20\log(\omega) + 20\log\left(\frac{H_0}{Q\omega_0}\right)$$

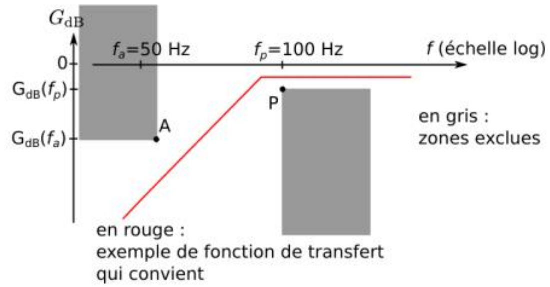
$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

5) : $\omega_0 = \frac{1}{10^3 \times 500 \times 10^{-9}} = 2000 \; rad/s$

$$s(t) = \frac{E_0}{10}\cos(\omega t) + \frac{E_0}{3}\cos(10\omega t) + \frac{E_0}{10}\cos(100\omega t)$$

□ Exercice 12.4. Gabarit d'un filtre ★★

1. Il faut couper à basses fréquences (pour 50 Hz et moins), mais laisser passer à hautes fréquences (au-dessus de 100 Hz). Il faut donc un filtre passe-haut.



2. Il faut calculer la pente minimale que doit avoir G_{dB} dans le diagramme de Bode. Cette pente minimale est la pente entre les points A et P ci-dessus.
Notons S_0 l'amplitude du signal de sortie, et E_0 celle du signal d'entrée.
Calculons le gain au point A. D'après l'énoncé l'amplitude du signal doit être divisée par $\sqrt{10}$: $S_0 = \frac{E_0}{\sqrt{10}}$.
Donc $\frac{S_0}{E0} = \frac{1}{\sqrt{10}}$. Donc :

$$G_{dB}(f_a) = 20\log|\underline{H}| = 20\log\frac{S_0}{E_0} = 20\log\frac{1}{\sqrt{10}} = -10 \; dB$$

Calculons le gain au point P. On a donc :

$$G_{dB}(f_p) = 20\log|\underline{H}| = 20\log\frac{S_0}{E_0} = 20\log\frac{1}{\sqrt{2}} = -3 \; dB$$

La pente entre A et P est donc :

$$\text{pente} = \frac{\text{accroissement des y}}{\text{accroissement des x}} = \frac{G_{dB}(f_p) - G_{dB}(f_a)}{\log f_p - \log f_a} = 23 \text{ dB/décade}$$

(attention,comme c'est une échelle log en abscisse, on calcule la pente en divisant par l'accroissement de $\log f$, et non pas de f).
Cette pente est supérieure à 20 dB/déc, donc un filtre d'ordre 1 n'est pas assez pentu.