

Questions de cours : Filtrage linéaire

- 1) Définir la valeur efficace d'un signal, montrer que la valeur efficace d'un signal : $s(t) = S \cos(\omega t + \varphi)$ vaut $s_{eff} = \frac{S}{\sqrt{2}}$. (On rappelle que $\cos^2(\varphi) = \frac{1+\cos(2\varphi)}{2}$.)
- 2) Déterminer la fonction de transfert du filtre RC série (tension aux bornes de C). Définir le gain, le gain en décibels, la phase, la bande-passante, la fréquence de coupure et donner leur expression dans le cas présent.
- 3) Déterminer le comportement d'un filtre LCR en remplaçant les dipôles par leurs équivalents à hautes et basses fréquences.

Faire l'analyse du comportement asymptotique d'un filtre linéaire d'ordre 2 de fonction de transfert :

$$\underline{H}(x) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

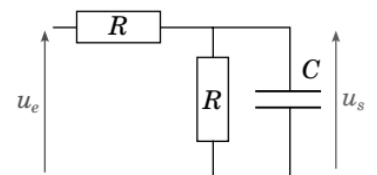
Tracer ensuite l'allure de son diagramme de Bode en gain pour $Q \gg 1$ et $Q \ll 1$.

- 4) Définir impédance d'entrée et impédance de sortie d'un quadripôle. Donner la condition pour que la fonction de transfert de deux quadripôles en cascade soit le produit des fonctions de transfert de chacun des quadripôles.

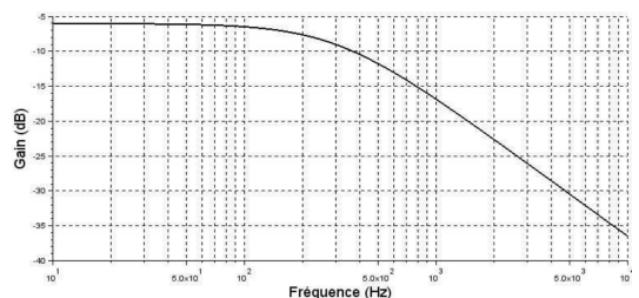
Exercices : Filtrage linéaire

1) Filtre RC aux bornes d'un condensateur réel

On étudie le filtre ci-contre.



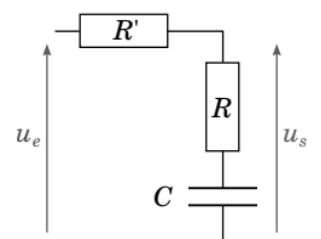
- 1) Déterminer sans calcul le type de ce filtre.
- 2) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(x)$ de ce filtre en fonction de $x = RC\omega$.
- 3) Déterminer sa pulsation de coupure ω_c en fonction de R et C .
- 4) Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est ci-contre. L'axe des ordonnées commence à 0dB. Déterminer un ordre de grandeur du produit RC .
- 5) En haute fréquence, pourquoi parle-t-on d'une intégration? Comment vérifie-t-on cette propriété sur le diagramme de Bode en gain? Vers quelle valeur tend le déphasage de $u_s(t)$ par rapport à $u_e(t)$?
- 6) Déterminer l'amplitude du signal de sortie si l'entrée vaut $10 \cdot \cos(2\pi \cdot 900t + \frac{\pi}{3})$



2) Filtre à retard de phase

On considère le filtre ci-contre. La tension d'entrée est sinusoïdale. On pose $\alpha = \frac{R'}{R}$ et $x = RC\omega$.

- 1) Quel est le comportement de ce filtre en BF et en HF?
- 2) Déterminer sa fonction de transfert en fonction de α et x .
- 3) Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre.
- 4) Montrer que $\varphi < 0$ quel que soit x .
- 5) Calculer le déphasage minimal φ_0 et le gain G_0 correspondant, en fonction de α .

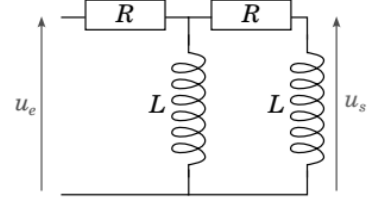


3) Filtre ADSL

Les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une très large gamme de fréquences, divisée en deux parties : les signaux téléphoniques (transmission de la voix) utilisent les fréquences 0 à 4 kHz; les signaux informatiques (Internet) utilisent les fréquences de 25 kHz à 2 MHz.

- 1) Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques? les signaux informatiques? Quelle fréquence de coupure peut-on choisir?
- 2) On étudie le filtre ci-contre. Déterminer la nature du filtre grâce à son comportement asymptotique. En déduire pour quels signaux il peut être utilisé.
- 3) Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(x) = \frac{-x^2}{1 + 3jx - x^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{et } \omega_0 \text{ à déterminer}$$



- 4) Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre, puis esquisser l'allure de la droite réelle de gain en la justifiant.
- 5) $R = 100 \Omega$. Quelle valeur d'inductance faut-il choisir pour réaliser le filtre souhaité?

4) Cave à vin

Pour assurer la bonne conservation des vins, on souhaite éviter qu'ils ne subissent de fortes variations de température.

1 – Proposer un spectre simplifié de la température de surface en France ; on envisagera trois composantes avec leur fréquence et leur amplitude, et on donnera des estimations numériques des fréquences et amplitudes.

Enterrer un local permet de filtrer le signal de température : on admet que pour un local enterré d'une profondeur h , la fonction de transfert entre la température en surface et la température dans le local est

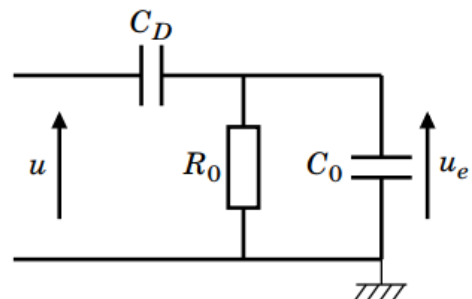
$$\underline{H} = \frac{T_{\text{int}}}{T_{\text{ext}}} = e^{-(1+i)\frac{h}{\sqrt{2D}}\omega} \quad \text{avec} \quad D = \frac{\lambda}{\rho c} \simeq 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{pour le sol}$$

2 – Calculer le gain en décibels et tracer le diagramme de Bode. Quelle est la nature du filtre ?

3 – Exprimer la fréquence de coupure d'un tel filtre en fonction de h , puis faire l'application numérique pour $h = 1 \text{ m}$. Conclure sur l'efficacité d'une cave à vins enterrée.

5) Couplage AC et DC d'une entrée d'oscilloscope

Lorsqu'on applique une tension $u(t)$ à l'entrée d'un oscilloscope, celle-ci est envoyée à l'entrée d'un amplificateur dont on peut considérer l'impédance d'entrée comme constituée d'une association parallèle d'un conducteur ohmique de résistance $R_0 = 1,0 \text{ M}\Omega$ et d'un condensateur de capacité $C_0 = 13 \text{ pF}$. Lorsqu'on se couple en mode DC, cette description est suffisante (envoi direct), mais dans le cas d'un couplage AC, on applique préalablement la tension à un condensateur de capacité C_D . Dans ce cas, l'entrée de l'oscilloscope se comporte comme le filtre ci-contre.



1 – Établir la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_e}{u}$ correspondant au couplage AC. Simplifier \underline{H} en considérant que $C_D \gg C_0$. Quelle est la nature du filtre ? Quel est l'intérêt du couplage AC ?

2 – Proposer un protocole expérimental pour mesurer C_D et vérifier l'hypothèse précédente.