

DS N°4 Signaux périodiques, filtrage et propagation des signaux (2h)

Exercice n°1 : Signaux périodiques

On considère un signal triangle de période $T = 1,0 \text{ ms}$, de valeur minimale 0 V et maximale $U_0 = 2,0 \text{ V}$.

Son expression mathématique pour $t \in [0, T]$ est la suivante :

$$\begin{cases} u(t) = 2U_0 \frac{t}{T}, & \text{si } t \leq \frac{T}{2} \\ u(t) = 2U_0 - 2U_0 \frac{t}{T}, & \text{si } t \geq \frac{T}{2} \end{cases}$$

Pour $t \notin [0, T]$, le signal est obtenu par répétition périodique.

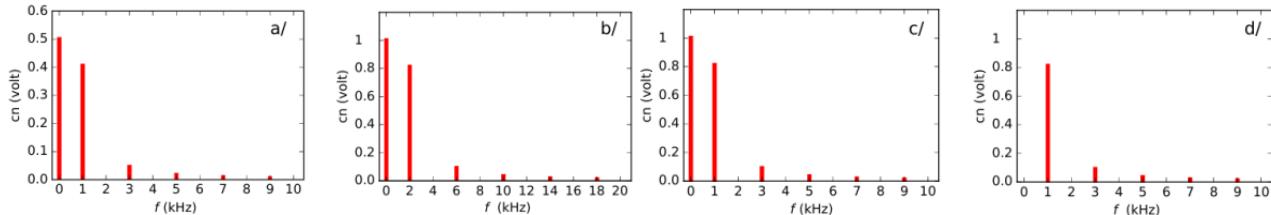
Q1. Tracer l'allure du signal. Faire apparaître T et U_0 sur votre graphique.

Q2. Donner les valeurs de la fréquence f , de la pulsation ω , de l'amplitude crête à crête $U_{0\text{cc}}$ de ce signal.

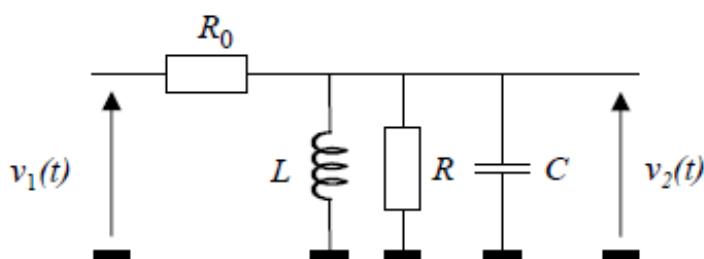
Q3. Sans calculs, que semble valoir la valeur moyenne de ce signal ? Confirmer ceci en calculant $\langle u(t) \rangle_T$

Q4. On admet le résultat du calcul : $\int_0^T u^2(t) dt = \frac{U_0^2 T}{3}$. En déduire la valeur efficace u_{eff} de ce signal.

Q5. On donne les spectres suivants. Lequel peut correspondre au signal étudié ?



Exercice n°2 : Etude d'un filtre (d'après Physique A PT 2021)



Q1. Rappeler les expressions des impédances complexes d'un condensateur, d'une résistance et d'une bobine.

Q2. Déterminer par une étude qualitative, la nature de ce filtre (passe-bas, passe-haut, passe-bande ou rejecteur de bande).

Q3. Exprimer $\frac{1}{Z_{eq}}$ avec Z_{eq} l'impédance équivalente des dipôles R , L et C en parallèle.

Q4. En utilisant l'expression du pont diviseur de tension, exprimer $v_2(t)$ en fonction de $v_1(t)$, R_0 et $\frac{1}{Z_{eq}}$

Q5. Déterminer alors l'expression de la fonction de transfert du filtre $H_F(x)$ et la mettre sous la forme :

$$\underline{H_F(x)} = \frac{H_0}{1 + jQ_F(x - \frac{1}{x})}, \quad \text{Avec } x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Exprimer H_0 et Q_F en fonction des données.

Q6. En déduire l'expression du gain $G(x)$ puis du gain en décibels $G_{dB}(x)$ de ce filtre.

Q7. Calculer les équations des asymptotes à hautes et basses fréquences dans le diagramme de bode. ($G_{dB}(x)$ en fonction de $\log(x)$).

Q8. Faire une représentation graphique approchée du diagramme de Bode en gain de ce filtre.

Préciser quelques valeurs sur ce graphe. Faire apparaître sur ce graphe la «« bande passante à -3 dB»».

Exercice n°3 : Etude d'un RADAR (RAdio Detection And Ranging)

Un radar possède une antenne émettrice qui émet des salves de durée $\tau_1 = 1,0 \mu s$ d'ondes électromagnétiques de fréquence $f = 2,90 \text{ GHz}$ avec un intervalle d'émission de $T_1 = 100,0 \mu s$.

Lorsqu'une impulsion rencontre un objet réfléchissant, elle est renvoyée puis détectée par la même antenne en mode récepteur. Celle-ci est alternativement émettrice puis réceptrice.

Q1. Calculer la période temporelle T et la période spatiale λ (ou longueur d'onde) des ondes émises pendant une salve d'émission.

Q2. Ecrire l'expression mathématique du signal $s(x, t)$ pendant une salve d'émission en explicitant les noms et si possible les unités de chacun des termes de l'équation.

Q3 Calculer le nombre N d'oscillations dans une salve.

Une salve est émise à $t_0 = 0,0 \mu s$, puis son écho est reçu par le radar à $t_1 = 80,0 \mu s$.

Q4. Déterminer la distance d à laquelle se trouve l'objet détecté (supposé immobile).

Q5. Montrer qu'il existe une distance minimale d_{min} en dessous de laquelle on ne peut pas détecter un objet et calculer sa valeur numérique.

Q6. Pour déterminer la vitesse d'un objet, on envisage d'utiliser l'effet Doppler : si l'objet s'éloigne à la vitesse v :

$$f_{reçue} = f_{émission} \left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

Déterminer la variation relative de fréquence $\Delta f = \frac{f_{émission} - f_{reçue}}{f_{émission}}$ pour un avion s'éloignant du radar à $v = 150 \text{ m.s}^{-1}$. Conclure sur la faisabilité de cette méthode.

Bonus : Proposer une méthode alternative pour mesurer la vitesse de l'avion avec le radar.