Interférences entre deux ondes mécaniques :

□ Exercice 14.1. Trombone de Kœnig★

1. **$\delta = d_1 - d_2$ augmente ou diminue de $2d$.**
2. Annulation de l'intensité ⇔ interférences destructives ⇔ $\Delta\phi = (2n+1)\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ ⇔ $\delta = n\lambda + 1/2$, $n \in \mathbb{Z}$.
   Entre les deux annulations, δ a donc varié de λ.
   Donc $2d = \lambda$, donc $\boxed{\lambda = 23 \text{ cm}}$
3. $\boxed{c = \lambda f = 345 \text{ m/s}}$.

□ Exercice 14.2. Interférences et acoustique ★

1. $\boxed{k = \dfrac{2\pi}{\lambda}}$ et $\boxed{\lambda f = c}$.
2. L'onde réfléchie a parcouru une distance supplémentaire $\boxed{L = 2D}$.
3. — On prend l'expression de l'énoncé, $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$, qu'on évalue en $x = 0$:

$$\boxed{s(x=0,t) = s_0 cos(\omega t + \phi)}$$

   — De même, $\boxed{s(x=L,t) = s_0 cos(\omega t - kL + \phi)}$

   — On a deux signaux harmoniques synchrones : $s_0 \cos(\omega t + \underbrace{\phi}_{\text{phase à l'origine}})$ et $s_0 \cos(\omega t + \underbrace{-kL+\phi}_{\text{phase à l'origine}})$.

   Le déphasage s'obtient en faisant la différence des phases à l'origine, donc :

$$\Delta\phi = \phi - (-kL + \phi) = kL = 2kD$$

   On utilise ensuite $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi f}{c}$, pour obtenir :

$$\boxed{\Delta\phi = \frac{4Df}{c}}$$

   On peut vérifier que l'homogénéité de cette relation est correcte.
4. Deux ondes interfèrent de façon destructive lorsque leur déphasage $\Delta\phi$ vérifie : $\Delta\phi = 2\pi n + \pi$ avec $n \in \mathbb{Z}$.
5. Écrivons :

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= 2\pi n + \pi \\ \Rightarrow \frac{4Df}{c} &= 2\pi(n + 1/2) \\ \Rightarrow f &= \frac{2\pi c}{4\pi D}(n + 1/2) \end{aligned}$$

   soit : $\boxed{f_n = \dfrac{c}{2D}(n + 1/2) \ , \ n \in \mathbb{N}}$. (on a restreint à $n \in \mathbb{N}$ car f ne peut pas être négative).

   Toutes ces fréquences f_0, f_1, ..., seront donc atténuées. Il en résulte un signal audio déformé, puisque certaines de ses fréquences sont atténuées.
6. Les deux fréquences les plus faibles sont pour $n = 0$ et $n = 1$: $\boxed{f_0 = \dfrac{c}{4D} = 85 \text{ Hz}}$ et $\boxed{f_1 = \dfrac{c}{2D}(1 + 1/2) = \dfrac{3c}{4D} = 255 \text{ Hz}}$

   Ils s'agit bien de fréquences audibles, plutôt dans les graves

Interférences entre deux ondes électromagnétiques

□ Exercice 14.3. Mesure interférométrique de l'épaisseur d'une lame ★★

1. Les démonstrations ont été établies en cours. Les différences avec le cours sont :
- le nom des trous d'Young (S_1 et S_2 au lieu de T_1 et T_2 dans le cours)
- La différence de marche δ est considérée par $(SS_1M)-(SS_2M)$ (au lieu de $(ST_2M)-(ST_1M)$ dans le cours, d'où une signe $-$ dans l'expression de la différence de marche.
- l'indice optique n'est pas précisé donc on suppose qu'il s'agit de l'air assimilé à du vide : $n=1$.

On aboutit alors à l'expression :

$$\boxed{\delta(M) = -\frac{ax}{\lambda}}$$

Remarque : le signe de la différence de marche ne change pas le résultat physique. La différence de marche est proportionnelle à la différence de phase, dont le signe ne modifie pas la valeur du cosinus dans la formule de Fresnel.

On en déduit la formule de Fresnel dans le cas d'interférences à deux ondes :

$$I(M) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)\right)\right)$$

$$\boxed{I(M) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right)}$$

L'interfrange est $\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$.

2. $\delta(M)=0 \Leftrightarrow x=0$ donc **la frange centrale est en** $x=0$.

3. Non, on a encore $(S_1M)-(S_2M) = -\frac{ax}{D}$.

4. On a $(SS_1) = d-e+ne$ et $(SS_2)=d$, donc $\boxed{(SS_1)-(SS_2) = -e+ne = (n-1)e}$.

5. Donc cette fois, $\delta(M) = (n-1)e - \frac{ax}{D}$.

La frange centrale est en x tel que $\delta(M)=0$, donc en $\boxed{x = \frac{D(n-1)e}{a}}$.

En terme de nombre d'interfranges, elle s'est déplacée de $\frac{x}{i} = \frac{(n-1)e}{\lambda}$.

6. Enfin, on a $10 = \frac{x}{i} = \frac{(n-1)e}{\lambda}$, donc $\boxed{e = 10\lambda/(n-1) = 125\ \mu\text{m}.}$

□ **Exercice 14.4. Facteur de constraste ★★ ★**

1 – Les deux signaux sont sinusoïdaux et ont un déphasage qui dépend du point observé ; on peut librement choisir la phase de l'un des deux, d'où

$$\boxed{s_1(t) = S_1 \cos(\omega t) \qquad s_2(t) = S_2 \cos(\omega t + \varphi(M))}$$

2 – On somme les deux signaux et on calcule l'intensité

$$I = <(s_1 + s_2)^2> = <s_1^2 + s_2^2 + 2s_1 s_2> =$$

$$\frac{1}{2}S_1^2 + \frac{1}{2}S_2^2 + 2S_1S_2<\cos(\omega t)\cos(\omega t + \varphi(M))>$$

or

$$2\cos(\omega t)\cos(\omega t + \varphi(M)) = \cos(2\omega t + \varphi(M)) + \cos\frac{\varphi(M)}{2}$$

$$\Rightarrow 2<\cos(\omega t)\cos(\omega t + \varphi(M))> = \cos\frac{\varphi(M)}{2}$$

donc finalement

$$\boxed{I(M) = \frac{1}{2}\left(S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2\cos\frac{\varphi(M)}{2}\right)}$$

3 – Si les deux ondes interfèrent constructivement au point M, $\varphi(M) = 2k\pi$ et

$$\boxed{I_{\max} = \frac{1}{2}(S_1 + S_2)^2}$$

Si les deux ondes interfèrent destructivement au point M, $\varphi(M) = (2k+1)\pi$ et

$$\boxed{I_{\min} = \frac{1}{2}(S_1 - S_2)^2}$$

Si $S_1 = S_2$, alors

$$I_{\max} = 2S_1^2 \qquad I_{\min} = 0$$

Dans ce cas, lorsque les ondes interfèrent destructivement, elles se compensent exactement.

4 – D'une part,

$$0 < I_{\max} - I_{\min} < I_{\max} + I_{\min} \Rightarrow 0 < C < 1$$

D'autre part, en raisonnant à $I_{\min}$ fixé,

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}I_{\max}} = \frac{(I_{\max} + I_{\min}) - I_{\max} - I_{\min}}{(I_{\max} + I_{\min})^2} = \frac{2I_{\min}}{(I_{\max} + I_{\min})^2} > 0$$

Donc **cette définition correspond au cahier des charges**.

5 – On traduit la définition

$$C = \frac{(S_1 + S_2)^2 - (S_1 - S_2)^2}{(S_1 + S_2)^2 + (S_1 - S_2)^2} = \frac{4S_1S_2}{2S_1^2 + 2S_2^2} = \frac{2S_1S_2}{S_1^2 + S_2^2}$$