

# DS N°5 Filtrage et interférences (3h30)

## Exercice n°1 : Etude d'un filtre simple

On considère dans ce sujet le circuit ci-dessous, dans lequel les résistances ont la même valeur  $R$  et le condensateur la capacité  $C$ .

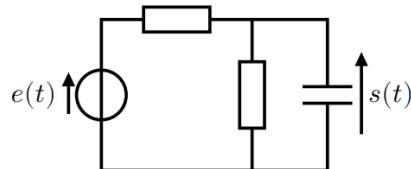


Figure 1 : Circuit simple

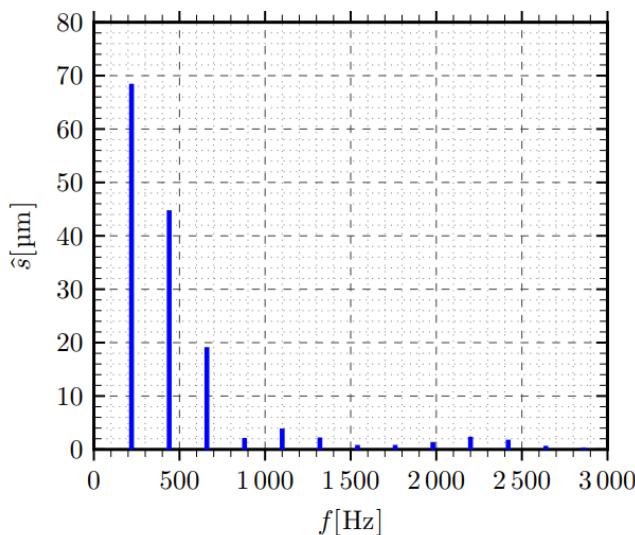
- 1 – Montrer par des circuits équivalents qu'il s'agit d'un passe-bas.
- 2 – Exprimer la fonction de transfert. On identifiera la pulsation de coupure.
- 3 – Quelle est la pente de coupure à haute fréquence dans le diagramme de Bode ?
- 4 – Comment choisir  $RC$  pour moyenner un signal d'entrée de fréquence 1 kHz ?

## Exercice n°2 : Microphone de guitare électrique

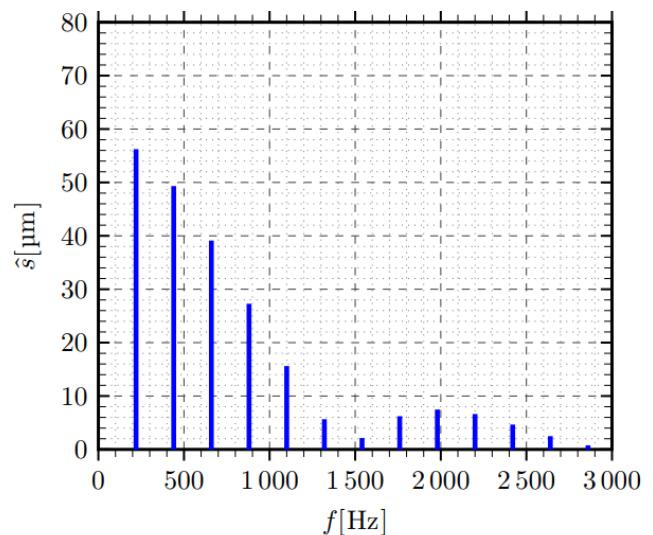
### Partie 1 : Modèle électrique d'un microphone

Ce problème s'intéresse à quelques aspects de la captation du son par un micro de guitare électrique.

Une guitare électrique est souvent munie de plusieurs micros. On peut les activer séparément grâce à un commutateur. On pince une corde de longueur 67 cm d'une guitare de façon à produire une onde (stationnaire, de vibration verticale et de faible amplitude). La figure 2 présente le spectre du son capté par un micro placé à 16 cm ou à 4 cm du point d'attache de la corde.



Micro placé à 16 cm du chevalet



Micro placé à 4 cm du chevalet

Figure 2 : Spectres des signaux reçus par les micros

- 5 – En vous appuyant sur ces spectres, indiquer quel micro sonne plus aigu.

D'un point de vue électrique, le micro se modélise de la façon représentée à la figure 3

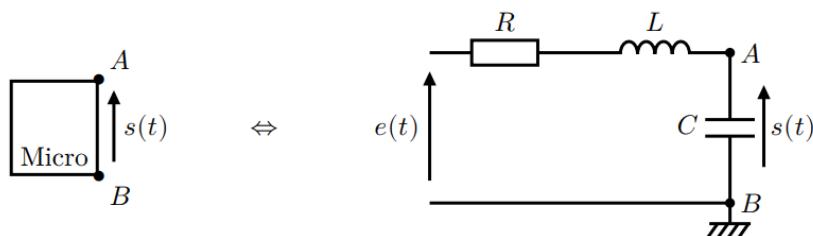


Figure 3 : Modèle équivalent au micro

où  $e(t)$  représente la force électromotrice induite par le mouvement de la corde (ce n'est donc pas un générateur mais un reflet des spectres donnés plus haut).  $L$  désigne l'inductance propre du bobinage et  $R$  sa résistance. De plus, le grand nombre de spires présentes dans le bobinage provoque un effet capacitif représenté par le condensateur  $C$ .

- 6 – Étudier le comportement asymptotique de ce circuit. En déduire le type de filtrage réalisé par le micro.
- 7 – Donner l'expression de la fonction de transfert du micro en régime sinusoïdal forcé  $H = s/e$  sous la forme canonique. Identifier les paramètres canoniques.
- 8 – Montrer que, si  $Q > 1/\sqrt{2}$ , il y a résonance à une pulsation  $\omega_r$  à déterminer.
- 9 – Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude dans le cas  $Q > 1/\sqrt{2}$ . On détaillera les comportements asymptotiques.
- 10 – Expliquer comment tracer expérimentalement un diagramme de Bode.
- 11 – Dans le cas précis du micro de guitare, expliquer pourquoi il n'est pas possible de tracer expérimentalement le diagramme de Bode.
- 12 – Un potentiomètre de résistance  $r$  est traditionnellement ajouté en parallèle du micro (donc en parallèle de la capacité  $C$  sur le schéma équivalent). Donner l'expression littérale du nouveau gain statique du circuit en présence de ce potentiomètre. Ce dernier est accessible pour le guitariste. Quelle est son utilité ?

## Partie 2 : Comparaison des caractéristiques de deux microphones

On souhaite mesurer les paramètres  $R$ ,  $L$  et  $C$  de deux micros différents : le micro **Fender Lace Sensor** et le micro **Armond Dynasonic**. En l'absence de vibration de la corde, le micro est modélisé par le dipôle, d'impédance  $\underline{Z}$ , représenté à la figure 4 gauche.

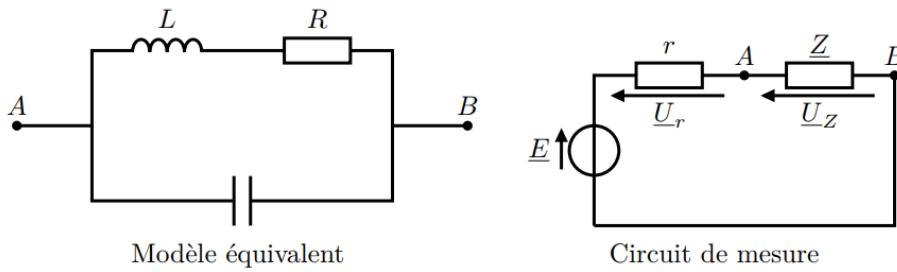


Figure 4 : Détermination du modèle équivalent

On réalise le montage de la figure 4 à droite, dans lequel  $e$  est une source de tension idéale, délivrant une tension sinusoïdale de la forme :  $e(t) = E \cos(\omega t)$ , et  $r$  est un résistor de résistance  $r = 10 \text{ k}\Omega$ .

- 13 – Exprimer  $\underline{Z}$ , l'impédance du micro orienté en convention récepteur, en fonction de  $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $\omega$ . Montrer qu'elle s'écrit en fonction des paramètres obtenus précédemment :

$$\underline{Z} = R \frac{1 + jQ \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j \frac{\omega}{Q \omega_0}}$$

- 14 – Montrer que dans cette expérience,  $\underline{Z} = r \underline{U}_Z / \underline{U}_r$ .

Le graphe de la figure 5 représente  $|\underline{U}_Z|$  /  $|\underline{U}_r|$  en fonction de la pulsation  $\omega$  pour les deux micros étudiés : trait plein pour le micro **Fender** et pointillés pour micro **Dynasonic**.

Dans les questions qui exploitent ce graphe, on donnera explicitement les valeur numériques que l'on a lues et que l'on utilise ensuite.

- 15 – Montrer qu'en basses fréquences  $\underline{Z} \simeq R$  et en déduire la valeur de  $R$  pour chaque micro.

- 16 – Les relevés expérimentaux mettent en évidence que pour des fréquences de l'ordre de 1 kHz, les effets capacitifs sont négligeables dans  $\underline{Z}$ . Montrer que pour ces fréquences

$$L \simeq \frac{1}{\omega} \sqrt{r^2 \left| \frac{\underline{U}_Z}{\underline{U}_r} \right|^2 - R^2}$$

En déduire la valeur de  $L$  pour chaque micro.

Un calcul sur la forme de  $\underline{Z}$  obtenue permet de montrer qu'il y a résonance pour  $\underline{Z}$  si  $Q > \sqrt{3} - 1$ , et que dans ce cas la résonance est d'autant plus aigüe que  $Q$  est grand et  $\omega_{r,\underline{Z}} \simeq \omega_0$  si  $Q \gg 1$ .

- 17 – Expliquer comment déterminer  $C$  à partir des relevés et en déduire les valeurs numériques de  $C$ .

- 18 – Justifier, à partir des mesures expérimentales, l'affirmation suivante : « Le micro Fender sonne plus aigu que le micro Dynasonic ».

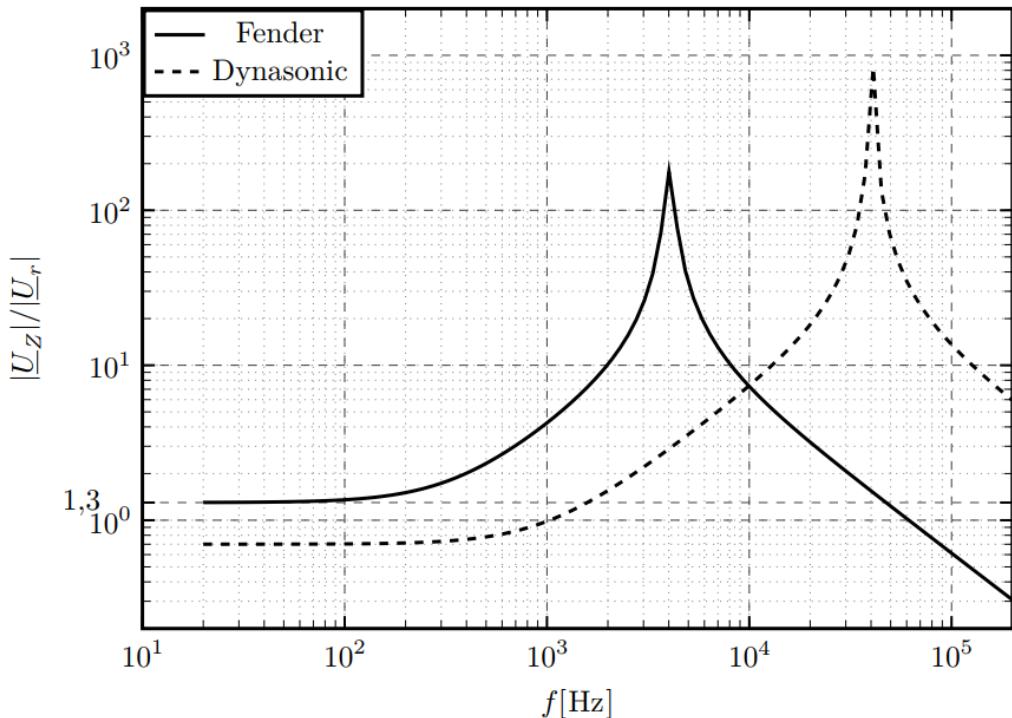
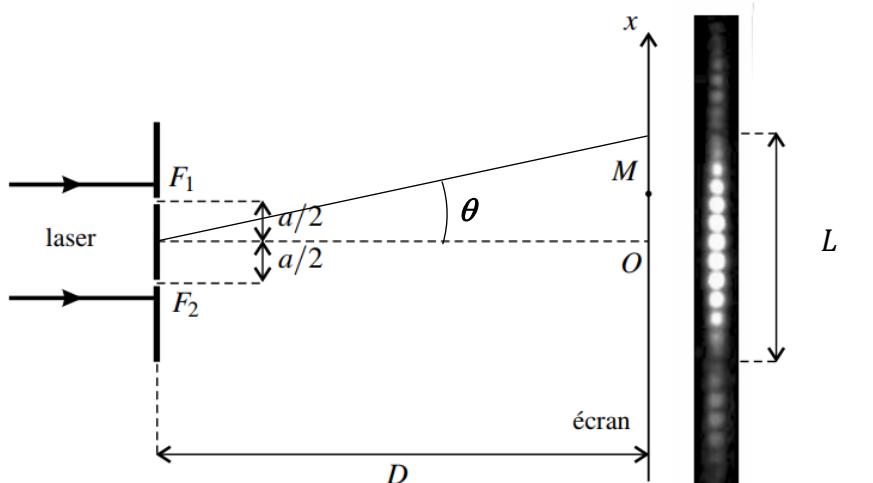


Figure 5 : Mesures

### Exercice n°3 : Les fentes d'Young

L'expérience des fentes d'Young est une expérience classique permettant d'observer le phénomène d'interférences lumineuses. Le dispositif comprend un écran opaque percé de deux fentes identiques de très petite largeur  $\varepsilon = 0,070 \text{ mm}$ , parallèles entre elles et distantes de  $a = 0,40 \text{ mm}$ .

On envoie un faisceau laser de longueur d'onde  $\lambda = 633 \text{ nm}$  sur les fentes et on place un écran d'observation à distance  $D = 1,5 \text{ m}$  derrière le dispositif (voir la figure sur laquelle les échelles ne sont, bien sûr, pas respectées). L'expérience est réalisée dans l'air d'indice optique  $n = 1$ .



Sur l'écran, on observe une figure symétrique autour d'un point  $O$ , la lumière se répartissant le long d'un axe ( $Ox$ ) perpendiculaire aux fentes. On observe une tache centrale très lumineuse de largeur  $L$  dont l'éclairement est modulé et des taches latérales, deux fois plus étroites et beaucoup moins lumineuses présentant la même modulation de l'éclairement (voir figure). Le but de l'exercice est d'interpréter ces observations.

**19** - Donner le nom du phénomène responsable de la tâche centrale sur l'écran d'observation.

**20** - Un calcul hors programme donne  $\theta = \frac{\lambda}{\epsilon}$ , avec  $\theta$  le demi-angle formé par la tâche centrale.

Exprimer puis calculer la largeur  $L$  de la tâche centrale. (*On fera l'approximation des petits angles*).

**21** - Ecrire l'expression mathématique des signaux  $s_1(\mathbf{M}, t)$  et  $s_2(\mathbf{M}, t)$  émis respectivement par les sources  $\mathbf{F}_1$  et  $\mathbf{F}_2$  et reçus au point  $\mathbf{M}$ . (*Les phases à l'origine sont choisies nulles*.)

**22** - Donner la définition du chemin optique ( $\mathbf{AB}$ ) entre deux points  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$ . Exprimer la différence de marche  $\delta$  entre les rayons reçus au point  $\mathbf{M}$  émis par les sources  $\mathbf{F}_1$  et  $\mathbf{F}_2$  en fonction de  $(\mathbf{F}_1\mathbf{M})$  et  $(\mathbf{F}_2\mathbf{M})$ .

**23** - En utilisant le théorème de Pythagore, montrer que :

$$\mathbf{F}_1\mathbf{M} = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_2\mathbf{M} = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2}$$

En déduire une expression de  $\delta$ .

**24** - En réalisant le développement limité ( $\sqrt{1+X} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1 + \frac{1}{2}X$ ), montrer que  $\delta(\mathbf{M}) \approx \frac{ax}{D}$ .

**25** - A partir des résultats des questions **21** et **24**, montrer que le déphasage  $\Delta\Phi(\mathbf{M})$  entre les deux signaux arrivant en  $\mathbf{M}$  s'exprime :

$$\Delta\Phi(\mathbf{M}) = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{ax}{D}$$

**26** - On donne la formule de Fresnel dans le cas où les intensités des signaux reçus en  $\mathbf{M}$  sont différents :

$$I(\mathbf{M}) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\Phi(\mathbf{M}))$$

Exprimer l'intensité reçue  $I(\mathbf{M})$  en fonction du déphasage  $\Delta\Phi(\mathbf{M})$  et de  $I_0$  dans le cas où les intensités lumineuses des deux ondes sont égales :  $I_1 = I_2 = I_0$ .

**27** - A partir des résultats des questions **25** et **26**, Déterminer l'expression de la périodicité des franges sur l'écran appelé interfrange  $i$ .

**28** - Trouver les coordonnées des points du champ d'interférences pour lesquelles il y a interférences constructives et destructives.

**29** - Exprimer puis calculer le nombre de franges lumineuses  $N$  dans la tâche centrale. Comparer le résultat avec à la photographie de l'écran ci-dessus.

**30 - Bonus :** On considère que les intensités lumineuses des signaux reçus au point  $\mathbf{M}$  sont différentes,

Exprimer le facteur de contraste de la figure d'interférences  $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$  en fonction des intensités des deux signaux  $I_1$  et  $I_2$ . Vérifier que le constate est bien compris entre 0 et 1.