

**Résolution de problème :**

Un remonte-pente est constitué d'un câble auquel les skieurs s'accrochent pour remonter.



Déterminer la puissance du moteur qui entraîne le câble.

**Données :**

- Longueur totale du câble : **200 m.**
- Distance séparant deux skieurs : **5 m.**
- Dénivelé entre les extrémités du câble : **5 m.**
- Vitesse du câble : **5 km.h<sup>-1</sup>.**
- Coefficient de frottement solide du skieur sur la neige : **0,1.**

**Aides partielles :**

**1)** Faire le schéma d'un skieur. Représenter les forces.

**2)** En déduire les expression des puissances des forces :

- Le poids  $\vec{P}$  en fonction de la masse  $m$ , la constante  $g$ , la vitesse  $v$  et l'angle  $\alpha$ .
- La tension de la perche  $\vec{T}$  en fonction de la norme de la tension  $T$ , la vitesse  $v$  et l'angle  $\beta$ .
- La réaction tangentielle du support  $\vec{R}_T$  en fonction de la norme de réaction tangentielle  $R_T$  et la vitesse  $v$ .
- La réaction normale du support et  $\vec{R}_N$ .

**3)** Il faut exprimer  $R_T$  en fonction des données du problème.

- Appliquer la 2<sup>ème</sup> loi de Newton appliquée au skieur.
- Projeter selon  $\vec{U}_x$  et exprimer  $R_N$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $T$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ .
- Exploiter la loi de Coulomb pour exprimer  $R_T$  en fonction de  $f$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $T$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  puis en fonction de  $f$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $P(\vec{T})$ ,  $\alpha$  et  $\beta$

**4)** Appliquer le Théorème de la puissance cinétique au skieur. En déduire l'expression de  $P(\vec{T})$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $v$ ,  $f$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ .

5) Estimer l'angle  $\alpha$  à partir de la longueur du câble  $L$  et du dénivelé  $h$  (Attention, le câble fait un aller-retour).

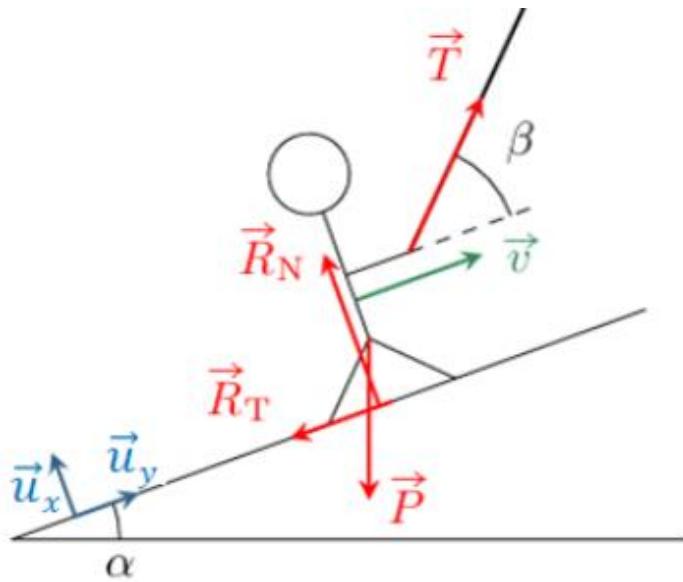
6) Estimer à l'aide de votre sens physique l'angle  $\beta$  et la masse du skieur  $m$ .

7) Pour conclure :

- Calculer la puissance  $P(\vec{T})$  fournit à un skieur par le remonte-pente.
- Calculer le nombre de skieurs sur le remonte-pente.
- En déduire la puissance totale  $P_{tot}$  du moteur entraînant le remonte-pente.

Solutions partielles :

1)



2)

$$P(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot v \cdot \sin(\alpha)$$

$$P(\vec{T}) = T \cdot v \cdot \cos(\beta)$$

$$P(\vec{R_T}) = -R_T \cdot v$$

$$P(\vec{R_N}) = 0$$

**3)** Le mouvement étant rectiligne uniforme, la somme des forces est nulle. En projetant sur l'axe x perpendiculaire au déplacement :

$$-m \cdot g \cdot \cos(\alpha) + R_N + T \cdot \sin(\beta) = 0$$

$$R_N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - T \cdot \sin(\beta)$$

La loi de Coulomb donne :

$$R_T = f R_N = f(m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - T \cdot \sin(\beta))$$

Avec :

$$T = \frac{P(\vec{T})}{v \cdot \cos(\beta)}$$

$$R_T = f \left( m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - \frac{P(\vec{T})}{v \cdot \cos(\beta)} \cdot \sin(\alpha) \right) = fmg \cdot \cos(\alpha) - f \frac{P(\vec{T})}{v} \cdot \tan(\beta)$$

**4)**

$$P(\vec{R}_T) = -R_T \cdot v = -fmvg \cdot \cos(\alpha) + f \cdot P(\vec{T}) \cdot \tan(\beta)$$

Comme le mouvement du skieur est rectiligne uniforme, la somme des puissances reçues est nulle :

$$P(\vec{R}_T) + P(\vec{T}) + P(\vec{R}_N) + P(\vec{P}) = 0$$

$$P(\vec{T}) - m \cdot g \cdot v \cdot \sin(\alpha) - fmvg \cdot \cos(\alpha) + f \cdot P(\vec{T}) \cdot \tan(\beta) = 0$$

$$P(\vec{T}) = \frac{mgv(\sin(\alpha) + f\cos(\alpha))}{1 + f \cdot \tan(\beta)}$$

**5)** L'angle  $\alpha$  se trouve grâce au dénivelé  $h$  et à la longueur totale  $L$  du câble, qui fait un aller-retour.

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{L/2} = 0,05 \approx \alpha$$

**6)** On peut estimer la masse du skieur et de son équipement à par exemple à  $m = 80\text{kg}$ .

Estimer l'angle est difficile. On se contentera donc de prendre  $\tan(\beta) \approx 1$  (c'est-à-dire  $\beta \approx \frac{\pi}{4}$ ). Une approximation grossière mais qui ne change pas grand chose au résultat final.

7)

$$P(\vec{T}) = \frac{80 \times 10 \times \frac{5}{3,6} \times (0,05 + 0,1)}{1 + 0,1} \approx 2 \times 10^2 W$$

*Il y a un skieur tous les cinq mètres sur une distance totale de 100 mètres : on en déduit qu'il y a 20 skieurs à la fois sur le remonte-pente. La puissance totale du moteur qui entraîne le remonte-pente est donc égale à :*

$$P_{tot} = 20 \cdot P(\vec{T}) = 20 \cdot 2 \times 10^2 W = 4 kW$$