

Résolution de problème :

Un remonte-pente est constitué d'un câble auquel les skieurs s'accrochent pour remonter.

Déterminer la puissance du moteur qui entraîne le câble.

**Données :**

- Longueur totale du câble : **200 m**.
- Distance séparant deux skieurs : **5 m**.
- Dénivelé entre les extrémités du câble : **5 m**.
- Vitesse du câble : **5 km.h⁻¹**.
- Coefficient de frottement solide du skieur sur la neige : **0,1**.

Aides partielles :

1) Faire le schéma d'un skieur. Représenter les forces.

2) En déduire les expressions des puissances des forces :

- Le poids \vec{P} en fonction de la masse m , la constante g , la vitesse v et l'angle α .
- La tension de la perche \vec{T} en fonction de la norme de la tension T , la vitesse v et l'angle β .
- La réaction tangentielle du support \vec{R}_T en fonction de la norme de réaction tangentielle R_T et la vitesse v .
- La réaction normale du support et \vec{R}_N .

3) Il faut exprimer R_T en fonction des données du problème.

- Appliquer la 2^{ème} loi de Newton appliquée au skieur.
- Projeter selon \vec{U}_x et exprimer R_N en fonction de m, g, T, α et β .
- Exploiter la loi de Coulomb pour exprimer R_T en fonction de f, m, g, T, α et β puis en fonction de $f, m, g, P(\vec{T}), \alpha$ et β .

4) Appliquer le Théorème de la puissance cinétique au skieur. En déduire l'expression de $P(\vec{T})$ en fonction de m, g, v, f, α et β .

5) Estimer l'angle α à partir de la longueur du câble L et du dénivelé h (Attention, le câble fait un aller-retour).

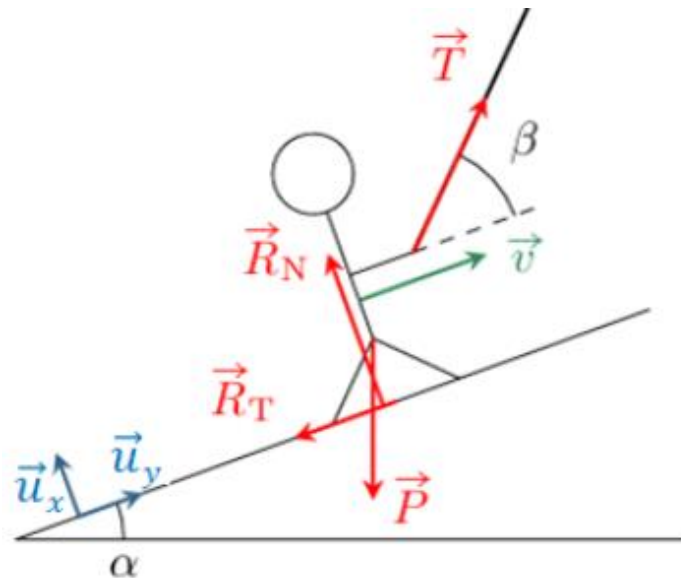
6) Estimer à l'aide de votre sens physique l'angle β et la masse du skieur m .

7) Pour conclure :

- Calculer la puissance $P(\vec{T})$ fournit à un skieur par le remonte-pente.
- Calculer le nombre de skieurs sur le remonte-pente.
- En déduire la puissance totale P_{tot} du moteur entraînant le remonte-pente.

Solutions partielles :

1)



2)

$$P(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot v \cdot \sin(\alpha)$$

$$P(\vec{T}) = T \cdot v \cdot \cos(\beta)$$

$$P(\vec{R_T}) = -R_T \cdot v$$

$$P(\vec{R_N}) = 0$$

3) Le mouvement étant rectiligne uniforme, la somme des forces est nulle. En projetant sur l'axe x perpendiculaire au déplacement :

$$-m \cdot g \cdot \cos(\alpha) + R_N + T \cdot \sin(\beta) = 0$$

$$R_N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - T \cdot \sin(\beta)$$

La loi de Coulomb donne :

$$R_T = f R_N = f(m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - T \cdot \sin(\beta))$$

Avec :

$$T = \frac{P(\vec{T})}{v \cdot \cos(\beta)}$$

$$R_T = f \left(m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - \frac{P(\vec{T})}{v \cdot \cos(\beta)} \cdot \sin(\beta) \right) = f m g \cdot \cos(\alpha) - f \frac{P(\vec{T})}{v} \cdot \tan(\beta)$$

4)

$$P(\vec{R}_T) = -R_T \cdot v = -f m g v \cdot \cos(\alpha) + f \cdot P(\vec{T}) \cdot \tan(\beta)$$

Comme le mouvement du skieur est rectiligne uniforme, la somme des puissances reçues est nulle :

$$P(\vec{R}_T) + P(\vec{T}) + P(\vec{R}_N) + P(\vec{P}) = 0$$

$$P(\vec{T}) - m \cdot g \cdot v \cdot \sin(\alpha) - f m g v \cdot \cos(\alpha) + f \cdot P(\vec{T}) \cdot \tan(\beta) = 0$$

$$P(\vec{T}) = \frac{m g v (\sin(\alpha) + f \cos(\alpha))}{1 + f \cdot \tan(\beta)}$$

5) L'angle α se trouve grâce au dénivelé h et à la longueur totale L du câble, qui fait un aller-retour.

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{L/2} = 0,05 \approx \alpha$$

6) On peut estimer la masse du skieur et de son équipement à par exemple à $m = 80 \text{ kg}$.

Estimer l'angle est difficile. On se contentera donc de prendre $\tan(\beta) \approx 1$ (c'est-à-dire $\beta \approx \frac{\pi}{4}$). Une approximation grossière mais qui ne change pas grand chose au résultat final.

7)

$$P(\vec{T}) = \frac{80 \times 10 \times \frac{5}{3,6} \times (0,05 + 0,1)}{1 + 0,1} \approx 2 \times 10^2 W$$

Il y a un skieur tous les cinq mètres sur une distance totale de 100 mètres : on en déduit qu'il y a 20 skieurs à la fois sur le remonte-pente. La puissance totale du moteur qui entraîne le remonte-pente est donc égale à :

$$P_{tot} = 20 \cdot P(\vec{T}) = 20 \cdot 2 \times 10^2 W = 4 kW$$