Théorèmes énergétiques en version intégrale :

□ Exercice 17.1. Marsupilami★ (TEM)

Le Marsupilami est un animal de bande dessinée créé par Franquin. Ses capacités physiques sont remarquables, en particulier grâce à sa queue qui possède une force importante : le Marsupilami peut notamment sauter en enroulant sa queue comme un ressort entre lui et le sol.

On note $\ell_0 = 2\,\mathrm{m}$ la longueur à vide du ressort équivalent à la queue du Marsupilami. Lorsqu'il est complètement comprimé, la longueur minimale du ressort est $\ell_\mathrm{m} = 50\,\mathrm{cm}$. On supposera que le Marsupilami pèse 50 kg et que sa queue quitte le sol lorsque le ressort mesure ℓ_0.

1 - Déterminer la constante de raideur de la queue du Marsupilami s'il est capable de sauter jusqu'à une hauteur $h = 10\,\mathrm{m}$.

2 - Quelle est la vitesse du Marsupilami lorsque sa queue quitte le sol ?

□ Exercice 17.2. Saut à l'élastique ★★ (TEM)

Alice pèse 60 kg. Elle saute à l'élastique depuis le pont de Ponsonnas (103 m) avec un élastique de 30 m. Lors de son saut, l'élastique atteint une extension maximale de 80 m. Bob pèse quant à lui 80 kg et saute après Alice.

Question : Bob peut-il sauter avec le même élastique qu'Alice ?

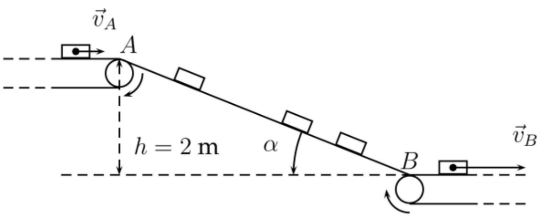
□ Exercice 17.3. Skieur ★★ (Calcul de travaux, TEC)

Un skieur pesant 70 kg s'élance sans vitesse sur une piste rectiligne longue de 50 m et inclinée d'un angle $\alpha = 25°$ par rapport à l'horizontale. Il est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ de la piste, qui se décompose en une composante normale $\vec{N}$ perpendiculaire à la piste et une composante tangentielle $\vec{T}$ de sens opposé à la vitesse. Les normes de ces deux composantes sont liées entre elles par la loi de Coulomb du glissement, $T = \mu N$, avec $\mu = 0{,}1$.

1 - Exprimer et calculer le travail des trois forces $\vec{P}$, $\vec{N}$ et $\vec{T}$ au cours de la descente.

2 - Déterminer la vitesse du skieur en bas de la piste.

□ Exercice 17.4. Convoyeur de colis ★★★ (Calcul de travaux, TEC)



On s'intéresse à un convoyeur à colis présent dans un centre de tri. Les colis sont déchargés par un tapis roulant à la vitesse $v_A = 0{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, puis glissent ensuite sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale. Ils sont ensuite pris en charge au niveau du point B par un second tapis roulant qui avance à la vitesse $v_B = 0{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Question : Déterminer α pour que les colis arrivent en B avec la vitesse du deuxième tapis roulant.

Donnée : suivant les lois de Coulomb du frottement solide, lors du glissement, les forces exercées par le tapis sur le colis sont reliées par $T = fN$ où T et N sont respectivement les normes de la réaction tangentielle et normale du support et $f = 0{,}4$ est le coefficient de frottement.

Théorèmes énergétiques en version instantanée :

□ Exercice 17.5. Piégeage d'un électron ★ (Force dérivée d'une énergie potentielle, TPM)

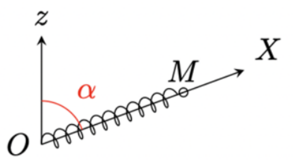
Un électron de masse $m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg et de charge $-e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ C évolue dans un dispositif de piégeage. Il ne peut se déplacer que selon un axe (Oz) et ressent une énergie potentielle

$$E_\mathrm{p}(z) = \frac{eV_0}{2d^2}z^2 \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} v_0 = 5{,}0\,\mathrm{V} \\ d = 6{,}0\,\mathrm{mm} \end{cases}$$

Question : montrer que le mouvement de l'électron dans le piège est oscillant, et déterminer la fréquence correspondante.

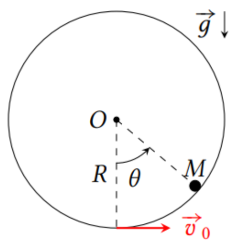
□ Exercice 17.6. Tige avec ressort ★★ (TPC)

On considère une tige fixe dans un plan vertical (xOz), faisant un angle α avec l'axe (Oz). Un anneau M de masse m est enfilé sur la tige et contraint de se déplacer sans frottement le long de celle-ci. Cet anneau est attaché à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 dont l'autre extrémité est fixée en O. On repère la position de M par $OM = X$.



1. Quelles sont les forces appliquées à l'anneau ? En déduire son énergie potentielle $\mathcal{E}_p$ en fonction de X et de α.
2. Pourquoi est-il physiquement nécessaire de supposer $mg\cos\alpha < k\ell_0$? Étudier la fonction $\mathcal{E}_p(X)$ et tracer son allure.
3. À partir du graphique, décrire le mouvement issu des conditions initiales $X(0) = \ell_0$ et $\dot{X}(0) = V_0$. Justifier notamment qu'il s'agit d'un mouvement périodique.
4. Établir l'équation du mouvement par un théorème énergétique et en déduire la période du mouvement.

□ Exercice 17.7. Mouvement dans un cercle ★★★ (Coordonnées polaires, TPM)



Une bille M de masse m peut se déplacer sans frottement sur la face intérieure d'un support circulaire vertical de rayon R. On la lance avec la vitesse horizontale $\vec{v}_0$ au point le plus bas du cercle.

1 - En utilisant un théorème énergétique, établir l'équation du mouvement de M.

2 - Montrer que la norme de la force de réaction du support circulaire vaut

$$N = m\left[\frac{v_0^2}{R} + g\,(3\cos\theta - 2)\right]$$

3 - Montrer que la bille reste en contact avec le support lors de tout le mouvement lorsque la vitesse initiale v_0 est supérieure à une vitesse v_{min} à déterminer.

4 - Supposons $v_0 < v_{\text{min}}$. Déterminer l'angle auquel la bille quitte le support et tombe.