

TP n° 15 : Etude énergétique du pendule simple

On étudie le pendule simple : une masse ponctuelle m est accrochée à l'extrémité d'un fil inextensible sans masse de longueur ℓ , que l'on fait osciller dans un plan vertical.

1) Etude théorique

1) Faire un schéma. Définir le système, le référentiel et établir le bilan des forces.

(Les frottements sont négligés, l'axe x est horizontal vers la droite et l'axe y est vertical vers le bas)

2) Exprimer l'énergie potentielle associée au poids en coordonnées cartésiennes puis polaires en fonction de θ , m , g et ℓ . On fixera la constante tel que : $E_p(\theta = 0) = 0$.

3) Exprimer l'énergie cinétique E_c en coordonnées cartésiennes puis polaires en fonction de $\dot{\theta}$, m et ℓ .

4) Appliquer le théorème de la puissance mécanique, en déduire l'équation du mouvement sur θ .

5) Résoudre cette équation dans l'approximation des petits angles pour les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} \theta(t = 0) = \theta_0 \\ \dot{\theta}(t = 0) = 0 \end{cases}$$

6) Injecter la solution $\theta(t)$ dans les expressions des énergies cinétique et potentielles.

Pour l'énergie potentielle, on fera un développement limité qui correspond à l'approximation des petits angles :

$$\cos(\theta) \underset{\theta \rightarrow 0}{\sim} 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

7) Montrer que l'énergie mécanique est une constante du mouvement et déterminer son expression.

8) Tracer les allures de E_p , E_c et E_m en fonction du temps.



II) Etude expérimentale

- ★ Réaliser avec l'application **fizziq** un pointage vidéo des petites oscillations d'un pendule simple.
 - On fixera **l'origine du repère à la liaison pivot** de la corde. (Réglages/Origine détachée)
 - L'**axe x sera horizontal vers la droite** et l'**axe y vertical vers le haut**.
 - L'acquisition sera faite à **30 images/s** et l'**échantillonnage à 1:2** (une image sur deux est pointée, Réglages/ échantillonnage).
 - L'acquisition comportera au moins **2 périodes d'oscillation** ainsi que le départ sans vitesse initiale depuis un angle θ_0 .

★ Exporter les données en tableau python, ouvrir le code TP15Veleve (disponible sur cahier de prépa).

★ Compléter les parties « coordonnées polaires » et « énergies » du code. Exécuter.

Remarque : On pourra utiliser la fonction python `np.arctan2(x, y)` qui renvoie l'argument du nombre complexe $z = x + jy$ plutôt que `np.arctan(x, y)` car elle est plus robuste pour le calculer un angle en physique expérimentale.

1) L'énergie mécanique est-elle bien constante pendant le mouvement ? Expliquer l'origine d'éventuelles différences.

★ Modifier le code pour afficher sur le même graphique (par exemple, en pointillé) la solution théorique $\theta(t)$ et les évolutions temporelles de E_p , E_c et E_m correspondantes.

2) Comparer les courbes théoriques et expérimentales. Conclure.