

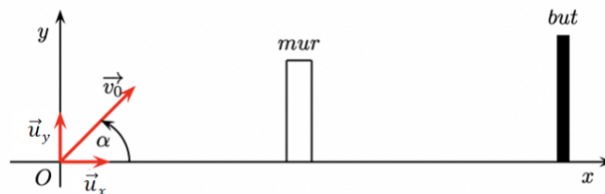
Questions de cours : Dynamique du point

- 1) Donner l'expression de la force de gravitation de Newton. Retrouver la dimension de la constante de gravitation universelle dans le système SI. Cette force est assimilée au poids, donner l'expression $\mathbf{g}$ sur terre en fonction de m_{terre} , R_{terre} et $\mathbf{G}$.
- 2) Définir la poussée d'Archimède (Avec vos mots et avec une équation). Estimer sa valeur pour un corps humain plongé dans l'air.
- 3) Donner les expressions de la force de trainée en régime laminaire (faibles vitesses) et en régime turbulent (fortes vitesses). Etablir l'équation différentielle du mouvement dans le cas de la chute libre avec frottement.

Exercices : Dynamique du point

1) Coup franc

On étudie, dans le référentiel terrestre de repère fixe $Oxyz$ un coup franc de football tiré à 20 m, face au but de hauteur 2,44 m et dans son plan médian vertical (Oxy). L'axe (Oy) est choisi suivant la verticale ascendante.



Le ballon, de masse $m = 430 \text{ g}$, est assimilé à un point matériel M posé sur le sol initialement en O . Le mur, de hauteur 1,90 m, est situé à 9,15 m du ballon. Ce dernier est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ de norme 20 m/s, et formant un angle α de 20° avec l'horizontale. L'origine des dates correspond au départ du ballon.

Dans un premier temps, on néglige totalement les frottements de l'air.

1. Établir les lois horaires du mouvement du ballon ainsi que l'équation de la trajectoire.
2. Le ballon passe-t-il au-dessus du mur ?
3. Le tir est-il cadré ?

En réalité, des frottements existent, qu'on modélise par une force $\vec{F} = -h\vec{v}$, où h est une constante positive de valeur $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$ et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de M à chaque instant.

4. Déterminer les équations horaires en introduisant la constante $\tau = \frac{m}{h}$.
5. Donner l'équation de la trajectoire.
6. Le ballon passe-t-il au-dessus du mur ?
7. Le tir est-il cadré ?

2) Descente de ski

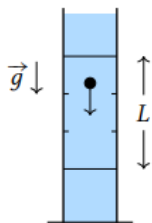
Madame Michu descend une piste à ski, selon la ligne de plus grande pente faisant l'angle α avec l'horizontale. L'air exerce une force de frottement supposée de la forme $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$, où λ est un coefficient positif et $\vec{v}$ la vitesse de la skieuse. On note $\vec{T}$ et $\vec{N}$ les composantes tangentielle et normale de la réaction exercée par la neige, et f le frottement solide tel que $T = fN$.



On choisit comme origine de l'axe (Ox) de la ligne de plus grande pente la position initiale de la skieuse, supposée partir à l'instant initial avec une vitesse négligeable. On note (Oy) la normale à la piste dirigée vers le haut.

1. Calculer les normes T et N .
2. Calculer la vitesse et la position de la skieuse à chaque instant.
3. Montrer qu'elle atteint une vitesse limite v_l . Application numérique : calculer v_l avec $\lambda = 8,8 \text{ kg/s}$, $m = 80 \text{ kg}$, $\alpha = 45^\circ$, et $f = 0,055$.
4. Calculer littéralement et numériquement la date t_1 où la skieuse a une vitesse égale à $v_l/2$.
5. À la date t_1 , Madame Michu tombe. On néglige alors la résistance de l'air, et on considère que le coefficient de frottement sur le sol est multiplié par 20. Calculer la distance parcourue par Madame Michu avant de s'arrêter.

3) Viscosimètre à bille



Une méthode très simple à mettre en œuvre pour mesurer la viscosité η d'un fluide relativement visqueux consiste à lâcher une bille dans une éprouvette contenant le fluide et à mesurer sa vitesse limite. On s'intéresse dans cet exercice à une bille en acier de rayon $R = 1 \text{ mm}$ qui tombe dans une huile siliconée. L'huile exerce sur la bille une force de frottement fluide donnée par la loi de Stokes,

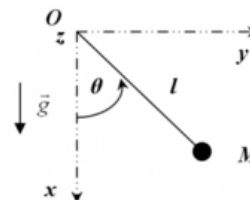
$$\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}.$$

Données : masse volumique de l'acier $\rho_a = 7,83 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et de l'huile $\rho_h = 970 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- 1 - Déterminer l'unité de la viscosité η dans le Système International.
- 2 - Montrer qu'en raison de la poussée d'Archimède tout se passe comme si le poids de la bille était modifié avec une masse volumique apparente $\rho = \rho_a - \rho_h$.
- 3 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la norme de la vitesse de la bille.
- 4 - Exprimer la vitesse limite atteinte par la bille et la durée caractéristique τ pour atteindre cette vitesse limite. En
- 5 - On place deux repères distants de $L = 15,0 \text{ cm}$ dans l'éprouvette, le premier de ces repères étant situé environ 5 cm sous l'interface entre l'air et l'huile. On mesure une durée de chute $\Delta t = 10,7 \text{ s}$. En déduire la viscosité de l'huile siliconée.
- 6 - Confirmer que supposer la vitesse limite atteinte lorsque la bille passe au niveau du premier repère est une hypothèse tout à fait légitime. Comment aurait-on pu s'en assurer expérimentalement ?

4) Pendule amorti

Un pendule simple est constitué d'un point matériel M , de masse m , lié à l'extrémité d'un fil de longueur L et de masse nulle, l'autre extrémité étant fixe en un point O . On suppose que le mouvement a lieu dans le plan vertical (Oxy) , et on repère la position de M avec l'angle polaire θ (voir figure), l'angle θ restant toujours faible. À l'instant $t = 0$, on lâche la masse depuis un angle θ_0 , sans vitesse initiale.



Lorsqu'on enregistre expérimentalement $\theta(t)$, on constate que l'amplitude de θ diminue lentement. On interprète ce résultat par la présence de frottements que l'on modélise par une force $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$, où $\vec{v}$ désigne la vitesse du point M , et α une constante positive.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ et l'écrire sous la forme :

$$\ddot{\theta} + \frac{2}{\tau} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

2. a. À quelle condition obtient-on un régime pseudo-périodique ?

On supposera dans la suite que cette condition est vérifiée et que l'angle θ peut se mettre sous la forme

$$\theta(t) = Ae^{-t/\tau} \cos(\Omega t + B) \text{ où } A \text{ et } B \text{ sont des constantes et } \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}}$$

- b. Que représente physiquement τ ?

3. On appelle décrément logarithmique la quantité $\delta = \ln \left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+T)} \right)$. Exprimer δ en fonction de T et τ .
4. La figure ci-dessous représente les variations de θ avec le temps. On précise les coordonnées de quatre points particuliers

Points	A	B	C	D
$t(s)$	0,53	1,10	2,20	8,25
$\theta(rad)$	0,00	8,95	8,02	0,00

La masse est $m = 470 \text{ g}$. Calculer numériquement, à partir des valeurs expérimentales :

- le décrément logarithmique δ
- la pseudo-période T
- le temps τ
- la constante α

