

Questions de cours : Energétique du point

- 1) Donner le lien entre force conservative et énergie potentielle associée. Démontrer les expressions de l'énergie potentielle gravitationnelle et de l'énergie potentielle élastique.
- 2) Ecrire le travail élémentaire d'une force. Exprimer le travail total d'une force pour aller d'un point A à un point B. De quoi dépend ce travail ? Quelle est sa signification physique ? Donner le lien entre travail et puissance d'une force.
- 3) Enoncer le théorème de la puissance mécanique. Appliquer ce théorème au pendule simple pour retrouver l'équation du mouvement.
- 4) Définir une position d'équilibre. Montrer en raisonnant sur l'énergie potentielle $E_p = -mgl\cos(\theta) + \text{cste}$ que la position $\theta = 0$ est stable et $\theta = \pi$ est instable.

Exercices : Energétique du point

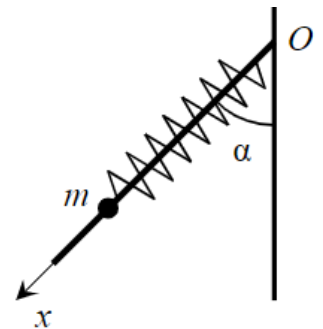
1) Le skieur

Toto descend une piste de ski d'une longueur $AB = 50 \text{ m}$ et inclinée d'un angle $\alpha = 25^\circ$ par rapport à l'horizontale. Il est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ de la piste, qui se décompose en une composante normale $\vec{N}$ et une composante tangentielle $\vec{T}$ (colinéaire et de sens contraire au mouvement) ; les normes de ces composantes sont liées par la relation $T = \mu N$, avec $\mu = 0,10$. La masse de Toto est de 65 kg . On prendra $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Exprimer et calculer le travail des forces $\vec{P}$, $\vec{N}$ et $\vec{T}$ lors de cette descente.
2. Sachant qu'il est parti du point A sans vitesse initiale, quelle sera sa vitesse lors de son passage en B ?

2) Ressort sur tige inclinée

Considérons une masse m accrochée à un ressort (k, ℓ_0) et pouvant glisser sans frottement sur une tige inclinée d'un angle α par rapport à la verticale. On définit un axe (Ox) selon la direction de la tige, avec l'origine O est prise à l'autre extrémité du ressort.



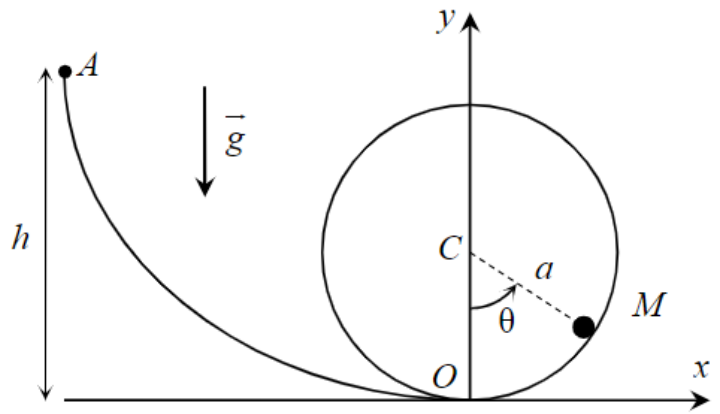
1. Énergie et équilibre

- a) Déterminer l'énergie potentielle totale $E_p(x)$ de la masse m .
- b) En déduire la position d'équilibre stable x_{eq} .
- c) Exprimer l'énergie potentielle en fonction de $u = x - x_{\text{eq}}$.

2. Oscillations

- a) Établir l'équation différentielle du mouvement de la masse.
- b) En déduire la période des petites oscillations.

3) Acrobaties



Un adepte du roller, assimilé à un point matériel M de masse m , se lâche sans vitesse initiale depuis le point A d'une rampe, situé à une hauteur h au-dessus de O , point le plus bas de la rampe. À partir de O la rampe a une forme cylindrique de rayon a : le patineur peut rouler à l'intérieur de ce cylindre en restant dans le plan vertical (Oxy), et éventuellement faire le tour complet. Le contact est sans frottement sur toutes les surfaces.

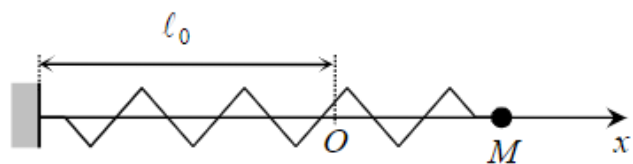
On note $\vec{g} = -g\vec{e}_y$ l'accélération de la pesanteur, et on désigne par $\vec{e}_r = \frac{\overrightarrow{CM}}{CM}$ le vecteur unitaire radial par rapport au cercle.

1. Déterminer la norme v_0 de la vitesse du patineur lorsqu'il arrive au point O .
2. Déterminer la norme v de la vitesse du patineur en un point M quelconque du cercle, repéré par l'angle θ .
3. Montrer que la réaction exercée par le support cylindrique sur le patineur est :

$$\vec{R} = -mg \left(\frac{2h}{a} + 3\cos\theta - 2 \right) \vec{e}_r.$$
4. a) Que se passe-t-il si, en un certain point du cylindre, v s'annule avec R non nulle ? (Répondre sans calcul.)
 b) Que se passe-t-il si c'est la réaction R qui s'annule avec v non nulle ? (Répondre sans calcul.)
5. Déterminer la valeur minimale que doit avoir la hauteur h pour que le patineur puisse faire un tour complet du cylindre.

4) Ressort horizontal

Un point matériel M de masse m est astreint à se déplacer sans frottement sur une tige, le long de l'axe (Ox) horizontal. Il est lié à l'extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , l'autre extrémité étant fixe.



L'origine O coïncide avec sa position d'équilibre. À l'instant $t = 0$, on écarte M d'une distance $X_0 = 8,0 \text{ cm}$ et on le lâche sans vitesse initiale.

1. Établir l'expression de l'énergie mécanique de M .
2. Montrer que cette énergie mécanique est une constante du mouvement et donner sa valeur.
3. Établir l'équation différentielle du mouvement de M .
4. Donner sa solution et calculer la période des oscillations.
5. Avec quelle vitesse le point M repasse-t-il par le point O ?

Données : $m = 250 \text{ g}$; $k = 20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.