

I] Approche phénoménologique : Lois de Kepler

Les 3 lois de Kepler, obtenues par ce dernier entre 1609 et 1618 sont des lois expérimentales qui décrivent les mouvements des planètes du système solaire. Elles ont été établies à partir des relevés observationnels de Tycho Brahe. En 1687, Newton fit accepter ses lois à la communauté scientifique en les expliquant par ses lois de la gravitation.

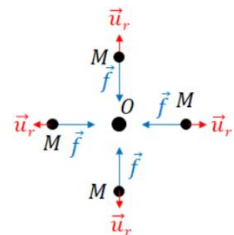
- Loi des orbites : les planètes parcourent des trajectoires elliptiques dont le Soleil est l'un des foyers.
- Loi des aires : Les aires balayées par le rayon vecteur pendant des intervalles de temps égaux sont égales.
- Loi des périodes : Il existe un rapport constant entre les carrés des périodes et les cubes des demi-grands axes, pour toutes les planètes.

La suite du chapitre est consacrée aux explications physiques de ces observations.

II] Forces centrales**1. Définition**

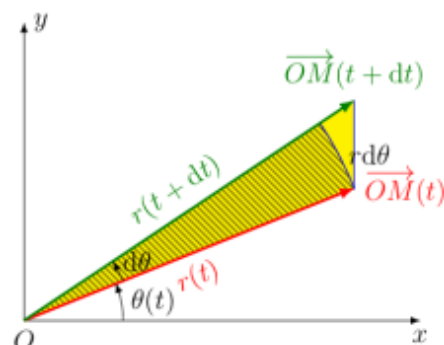
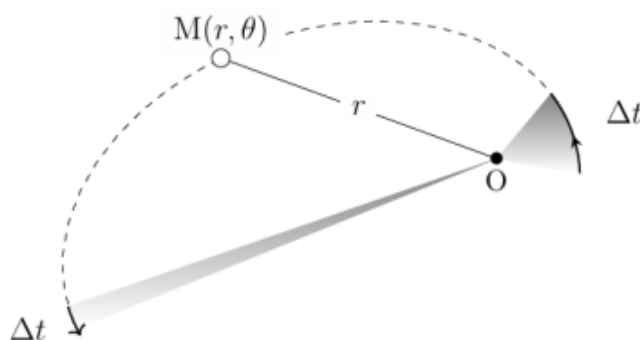
Une **force centrale** est une force qui est à tout instant **dirigée dans la direction d'un point O fixe dans le référentiel d'étude appelé centre de force.**

Ainsi, le système de coordonnées sphériques est privilégié pour étudier les forces centrales qui s'écrivent : $\vec{f} = f(r, \theta, \varphi) \vec{U}_r$.

**2. Conservation du moment cinétique**

- Conséquence n°1 : Planéité du mouvement*
- Conséquence n°2 : Constante des aires et loi des aires*

★
★
★



Remarque : Comme le mouvement est plan, on utilisera dans la pratique une base cylindrique pour décrire le mouvement plutôt qu'une base sphérique : le moment cinétique est alors porté par le vecteur axial $\vec{U}_z$.

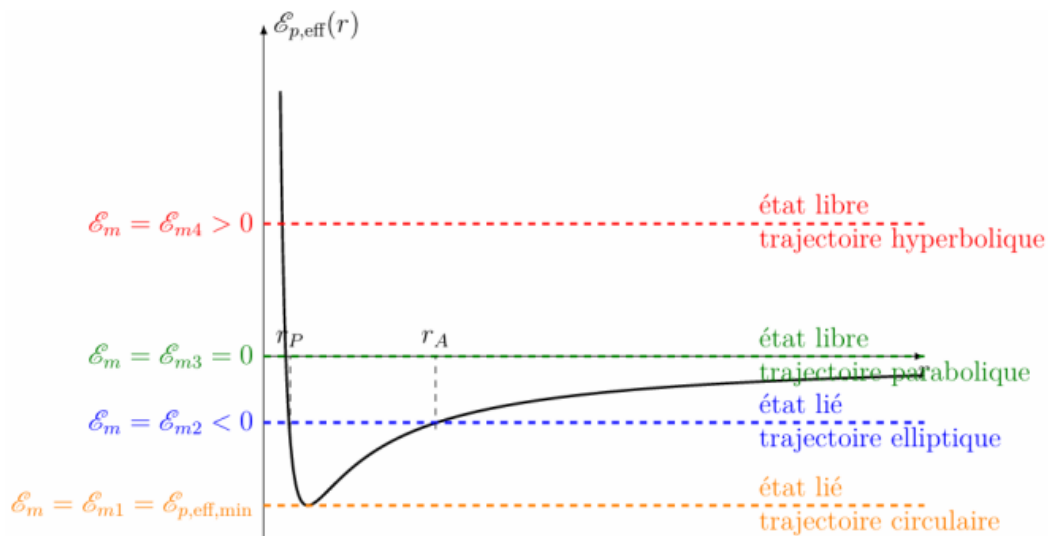
III] Etude énergétique des mouvements à force centrale conservative

1. Force centrale conservative ★
2. Energie mécanique et énergie potentielle effective ★
3. Forces Newtoniennes

On appelle **forces Newtoniennes**, les forces centrales conservatives s'écrivant sous la forme :

$$\boxed{f(r) = \frac{a}{r^2}} \quad , a \in \mathbb{R}.$$

Exemples	Force de gravitation subie par une masse ponctuelle m .	Force électrostatique subie par une charge ponctuelle q .
Forces	$\vec{F}_g = -G \frac{mm'}{r^2} \vec{U}_r$	$\vec{F}_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \vec{U}_r$
Energie potentielle	$E_{pg} = -G \frac{mm'}{r}$	$E_{pe} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}$

4. Mouvement dans un champs de force Newtonien ★

- Le cas $E_m < 0$ (E_{m2} sur le schéma) correspond à l'impossibilité de s'éloigner indéfiniment du Soleil. On parle d'**état lié**, la trajectoire est une orbite.

Sans connaître le détail de la trajectoire (il faudrait résoudre les équations de Newton), on peut déjà repérer sur le graphe les valeurs extrêmes (r_P et r_A) de la distance Soleil-planète.

On comprend que le cas $E_m = E_{m1} = E_{p,eff,min}$ correspond à $r = \text{cste}$ donc à une trajectoire circulaire. Nous admettrons que, dans les autres cas, il s'agit d'une trajectoire elliptique.

- Le cas $E_m > 0$ (E_{m4} sur le schéma) permet de s'éloigner indéfiniment du Soleil : on parle d'**état de diffusion**. On admet que la trajectoire dans ce cas est une branche d'hyperbole.

- Le cas $E_m = 0$ (E_{m3} sur le schéma), artificiel, permet aussi de s'éloigner indéfiniment. On admet que dans ce cas, la trajectoire du système est une parabole.

Dans tous les cas, la trajectoire est donc une conique (ellipse, parabole ou hyperbole).

5. Cas particulier de la trajectoire circulaire

- a. Mouvement uniforme
- b. Période
- c. Energie mécanique

★
★
★
★

Application : On peut lire dans la presse que l'ISS décrit 15,5 orbites par jour.

- 1) Déterminer la période du mouvement de l'ISS.
- 2) Déterminer l'altitude de l'ISS.
- 3) Déterminer la vitesse de l'ISS.
- 4) Déterminer l'énergie mécanique de l'ISS de masse $m = 490\text{ t}$

6. Cas du mouvement elliptique

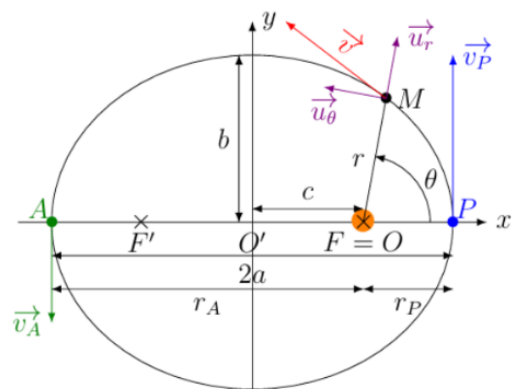
a. Description

Une ellipse est une courbe plane qui peut être décrite par plusieurs équations (équivalentes) :

- Equation Cartésienne dans le plan $(O'xy)$: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, avec a le demi-grand axe et b le demi-petit axe.

- Equation paramétrique : $\begin{cases} x(t) = a \cos(\omega t) \\ y(t) = b \cos(\omega t) \end{cases}$

- Equation polaire $r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta)}$, avec $p > 0$ le paramètre de l'ellipse et $e = \frac{c}{a}$ l'excentricité.



Une ellipse possède deux foyers F et F' , tels que $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Le point de la trajectoire le plus éloigné du centre de force O est appelé l'**aphélie** si O est le soleil, l'**apogée** si O est la Terre.

Le point de la trajectoire le plus proche du centre de force O est appelé le **périhélie** si O est le soleil, le **périgée** si O est la Terre.

b. Période du mouvement

La démonstration de la 3^{ème} loi de Kepler dans le cas d'un mouvement elliptique est hors programme, et nous admettons donc la généralisation de ce qui a été montré pour un mouvement circulaire, en remplaçant le rayon du cercle par le demi-grand axe de l'ellipse :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{Gm'}$$

c. Energie mécanique

Application : La trajectoire de l'ISS est en réalité elliptique, son altitude variant entre 330 km et 420 km.

- 1) Déterminer le demi-grand axe de la trajectoire de l'ISS.
- 2) Déterminer la période de l'ISS.
- 3) Déterminer l'énergie mécanique de l'ISS.
- 4) Exprimer la norme v de la vitesse de l'ISS en un point quelconque de la trajectoire elliptique en fonction de m , M_T , G , r et a . Comment évolue-t-elle avec le rayon r ?
- 5) Déterminer les vitesses minimale et maximale de l'ISS.

IV] Satellites terrestres**1. Quel orbite, quelle mission ?**

Les orbites des satellites terrestres peuvent avoir de nombreuses formes et orientations : certaines sont circulaires ou au contraire en forme d'ellipse très allongée. Elles peuvent se situer à basse altitude juste au-dessus de l'atmosphère terrestre (250 km) ou dépasser 30000 km. L'orbite d'un satellite artificiel est choisie pour répondre au mieux aux besoins de la mission. La plupart des satellites utilisent un des quatre types d'orbite suivants :

- L'**orbite géostationnaire** est une orbite circulaire située dans le plan de l'équateur à une altitude de 35786 km du sol. A cette altitude la période de révolution du satellite correspond exactement à la période de rotation de la Terre, soit 23 heures, 56 minutes et 4 secondes. Vu de la Terre, un satellite géostationnaire semble immobile dans le ciel : c'est l'orbite parfaite pour les **satellites de télécommunications** et pour certains **satellites d'observation** (météo) qui doivent couvrir une zone fixe.
- L'**orbite polaire** est une **orbite circulaire basse** (par convention entre 300 et 1000 km d'altitude) dont l'inclinaison, proche de 90° par rapport au plan de l'équateur, la fait passer au-dessus ou près des pôles. Un satellite situé sur une orbite polaire passe régulièrement au-dessus de tous les points de la surface grâce à la rotation de la Terre. Les orbites polaires sont généralement des orbites héliosynchrones : ce type d'orbite conserve un angle constant avec la direction Terre-Soleil c'est-à-dire que le plan d'orbite tourne de 360° par an.
- Les orbites héliosynchrones permettent de passer toujours à la même heure solaire locale au-dessus d'un lieu donné : l'éclairage identique des prises de photo du lieu permet de faire ressortir les changements. Cette caractéristique en fait une orbite idéale pour des **satellites d'observation** de la Terre.
- L'**orbite basse** se situe juste au-dessus de l'atmosphère terrestre à une altitude où la traînée ne freine pas trop la vitesse du satellite (par convention l'orbite basse se situe à une altitude inférieure à 2000 km). Elle est utilisée par les **satellites scientifiques** qui explorent l'espace lointain. Le **télescope Hubble**, par exemple se situe sur une orbite de 610 km. On trouve également sur ce type d'orbite les **satellites de radioamateur** et les constellations de **téléphonie mobile** ou de télédétection terrestre.
- L'**orbite moyenne** culmine généralement à une altitude de 20000 km avec une période de 12 heures. L'orbite située en dehors de l'atmosphère terrestre est très stable. Les signaux envoyés par le satellite peuvent être reçus sur une grande partie de la surface du globe terrestre. C'est l'altitude retenue pour les **satellites de navigation** comme le système GPS. Un peu plus bas, à 8063 km, est prévue la constellation de satellites O3B pour la distribution d'Internet.
- L'**orbite haute** a un apogée qui se situe à une altitude supérieure à l'orbite géostationnaire. La **Russie** utilise ce type d'orbite pour certains de ses **satellites de télécommunications**. L'orbite de Molnia permet une couverture 24 h sur 24 du territoire de la Russie avec une constellation de trois satellites. Cette orbite est utilisée car la Russie ne peut lancer de satellites géostationnaires depuis ses bases spatiales toutes situées à des latitudes trop élevées et les satellites géostationnaires ne peuvent pas couvrir la fraction du territoire russe située à une latitude supérieure à 81°.

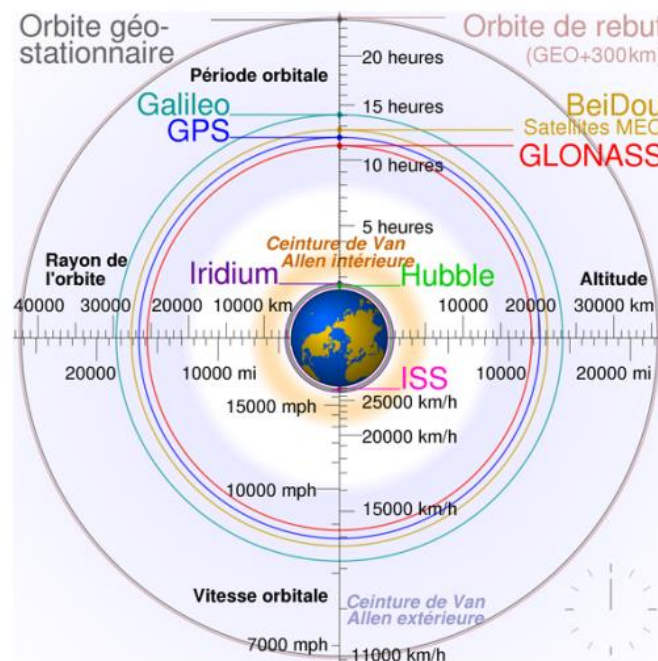


Schéma à l'échelle montrant la Terre, les principales orbites (orbites basse, moyenne et géostationnaire) utilisées par les satellites, les vitesses et les périodes orbitales à différentes altitudes ainsi que la position de quelques satellites ou constellations de satellites remarquables : GPS, GLONASS, Galileo and Compass, Station spatiale internationale, télescope Hubble et la constellation Iridium.

2. Satellites géostationnaires

a. Définition

Un **satellite géostationnaire** est un satellite qui reste **constamment au-dessus d'un même point de la surface terrestre**.

b. Caractéristiques du mouvement des satellites géostationnaires

Le mouvement d'un satellite géostationnaire est contraint :

- La conservation du moment cinétique impose que le mouvement du satellite géostationnaire est plan et le plan de la trajectoire du satellite contient le centre de force, c'est-à-dire le centre de la Terre.
- De plus, pour être géostationnaire, il doit rester à chaque instant à la verticale du même point P de la Terre. Par conséquent, le plan du mouvement du satellite géostationnaire doit être confondu avec le plan du mouvement du point P de la surface de la Terre. Or le mouvement d'un point P de la surface de la Terre dans le référentiel géocentrique est un mouvement circulaire dont le centre est sur l'axe de rotation de la Terre (pôle Sud-pôle Nord). Le plan du mouvement du point P est donc perpendiculaire à l'axe (pôle Sud pôle Nord).

Ainsi le plan du mouvement du satellite géostationnaire doit contenir le centre de la Terre et doit être perpendiculaire à l'axe (pôle Sud-pôle Nord). Ce plan est unique : c'est le plan de l'équateur.

Le plan de la trajectoire d'un satellite géostationnaire est le plan de l'équateur.

c. Période

Un satellite géostationnaire reste à la verticale du même point de la surface de la Terre. Par conséquent, la période du mouvement du satellite géostationnaire doit être de $T = 24 \text{ h}$.

Remarque : Plus précisément $T = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$, la durée d'un jour sidéral, c'est-à-dire d'une révolution de la Terre sur elle-même.

d. Altitude**3. Vitesses cosmiques***a. Vitesse en orbite basse*

La première vitesse cosmique notée v_{c1} est la **vitesse en orbite basse**, c'est-à-dire la vitesse d'un objet satellisé en mouvement circulaire autour d'un astre à une altitude très petite devant le rayon de l'astre.

Application :

- 1) Etablir l'expression de la première vitesse cosmique.
- 2) Faire l'application numérique pour la Terre.

b. Vitesse de libération

La deuxième vitesse cosmique ou **vitesse de libération** est la vitesse minimale à communiquer à un objet situé initialement à la surface de la planète pour qu'il puisse échapper à l'attraction de la planète, autrement dit pour qu'il puisse partir de la planète et s'en éloigner à l'infini.

Application :

- 1) Quelle est la valeur minimale de l'énergie mécanique pour que le système quitte l'attraction de l'astre ? Quelle est alors la trajectoire de l'objet ?
- 2) En déduire l'expression de la vitesse de libération.
- 3) Faire l'application numérique pour la Terre.