

Correcção DS mº6

$$21 + 10 + 17 = 48 + 200$$

Exercice 1 21pts

= 50pts

Partie 1 7hs

$$1) W_{AB}(\vec{P}) = \int_{M \in AB} \vec{P} \cdot d\vec{OM} = \vec{P} \cdot \int_{M \in AB} d\vec{OM} = \vec{P} \cdot \vec{AB}$$

$$2,5 W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$$

$$AN: W_{AB}(\vec{P}) = 50 \times 10 \times (21 - 1) = 1,0 \times 10^4 \text{ J}$$

$$2) TEC: \Delta_{AB} E_c = \sum_i W_{AB}(\vec{F}_i)$$

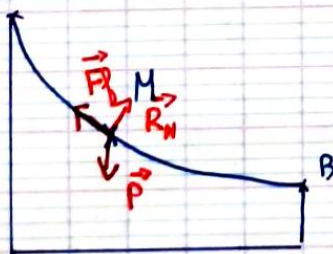
$$\Delta_{AB} E_c = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$1 \sum_i W_{AB}(\vec{F}_i) = W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B) = mg(H - h)$$

$$d'au \quad \frac{1}{2} m v_B^2 = mg(H - h) \Leftrightarrow v_B = \sqrt{2g(H - h)}$$

$$0,5 \quad 3) v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

4)



$$5) \Delta_{AB} E_c = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{F}_f) + \underbrace{W_{AB}(\vec{R})}_0 \rightarrow 0 \text{ car } \vec{R} \perp d\vec{M}$$

$$\Leftrightarrow W_{AB}(\vec{F}_f) = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) - mg(H - h)$$

$$AN: W_{AB}(\vec{F}_f) = \frac{1}{2} \times 50 (10^2) - 50 \times 10 \times 20 \\ 1 = 2500 - 10^4 \\ = -7,5 \times 10^3 \text{ J}$$

6) $SW(\vec{f}) = \vec{f} \cdot d\vec{OM}$

2 $W_{AB}(\vec{f}) = \int_{M \in AB} SW(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} = f \cdot L$

1 7) $f = - \frac{W_{AB}(\vec{f})}{L}$ AN: $f = - \frac{7,5 \times 10^3}{37,5} = 2,0 \times 10^2 \text{ N}$

Partie 2 G, S

2 8) L'enfant est en chute libre car il n'est soumis qu'à son poids entre B et C.

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

1 9) $\vec{v}(t=0) \begin{cases} v_x(0) = v_0 \\ v_y(0) = 0 \end{cases}$ et $\vec{OM}(t=0) \begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = h \end{cases}$

2 10) par intégration, il vient : $\vec{v}(t) = \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$
et application des CI

1 11) En procédant à une deuxième intégration et application des CI : $\vec{OM}(t) = \begin{cases} x(t) = v_0 t + 0 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$

2,5 12) $y(t_c) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt_c^2 + h = 0 \Leftrightarrow t_c = \sqrt{2 \frac{h}{g}}$ | d.m. $\left(\frac{h}{g}\right)^{\frac{1}{2}} = T$
Remarque

AN: $t_c = \sqrt{2 \times \frac{1}{10}} = 0,45 \text{ s}$

1 13) $d = OC = x(t_c) = v_0 t_c = 10 \times 0,45 = 4,5 \text{ m}$

Partie 3 8,5

1 14) Bilan des forces: $\vec{P} = m \vec{g}$ $\vec{\Pi} = -e_{\text{eau}} V \vec{g}$
 $\vec{f}_f = -d \vec{v}$

15) $(\sum \vec{F}_{\text{ext}}) \cdot \vec{U}_x = (m \vec{a}) \cdot \vec{U}_x$
 $-d v_x = m \dot{v}_x$

2,5 $\Leftrightarrow \frac{dv_x}{dt} + \frac{d}{m} v_x = 0$

et $v_c = v_B = v_x(t=0)$

1 16) $\frac{dv_x}{dt} + \frac{v_x}{\tau} = 0$ avec $\tau = \frac{m}{d}$

17) Cette fonction $v_x(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle obtenue.

Par application des CI: $v_x(t=0) = A = v_B$

18) Graphiquement $\tau = 0,25 \text{ s}$

2,5 On en déduit $d = \frac{m}{\tau} = \frac{50}{0,25} = 200 \text{ kg/s}$

L'enfant est arrêté au bout de quelques τ : $4\tau \approx 1 \text{ s}$

19) $x(t) = \int v_x dt = -A\tau e^{-\frac{t}{\tau}} + \text{cte}$ On $x(t=0) = 0$ en fixant $x_c = 0$

1,5 d'où $-A\tau + \text{cte} = 0 \Leftrightarrow \text{cte} = A\tau$

$x(t) = A\tau (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = v_B \tau (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

20) $d' = x(4\epsilon) \sim n_B \tau$

AN: $d' \sim 10 \times 0,25 = 2,5 \text{ m}$

37'

1 $d_{\text{tot}} = d + d' = 4,5 + 2,5 = 7 \text{ m}$

JP peut un rayon de sécurité d'environ 10 m pour utiliser le tabagisme en sécurité.

Exercice 2 10 pts

1) $(\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}) \cdot \vec{U}_x$

Bilan des forces:

2

- * $\vec{F}_x = -k(p \cdot p_0) \cos \theta \vec{U}_x + k(p \cdot p_0) \sin \theta \vec{U}_y$
- * $\vec{P} = -m g \vec{U}_y$
- * $\vec{R} = R \vec{U}_y$

$d'x - k(p \cdot p_0) \cos \theta = m \ddot{x}$

2,5 2) $\cos \theta = \frac{x}{p}$ et $p = \sqrt{x^2 + d^2}$

1 3) $F(x) = -k(p \cdot p_0) \cos \theta = -k(\sqrt{x^2 + d^2} \cdot p_0) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$
 $= -k(x - \frac{p_0 x}{\sqrt{d^2 + x^2}})$

1 4) $\vec{F} = -\text{grad } E_p$ de plus si $\vec{F} = F(x) \vec{U}_x$: $F = -\frac{dE_p}{dx}$

5) $dE_p = -F dx = k(x - \frac{p_0 x}{\sqrt{d^2 + x^2}}) dx$
 par intégration
 2 $E_p(x) = \frac{1}{2} k x^2 - k p_0 \sqrt{x^2 + d^2} + \text{cte}$
 $= \frac{1}{2} k (x^2 - 2 p_0 \sqrt{x^2 + d^2}) + \text{cte}$

6) Pour $d > 1$: 1 position d'équilibre stable $x=0$

Pour $d < 1$: 1 position d'équilibre instable $x=0$
et 2 positions d'équilibre stable.

On rappelle que $\frac{dE_p}{dx}(x=x_{eq}) = 0$ et Equilibre stable si $\frac{d^2E_p}{dx^2}(x_{eq}) > 0$

7) $F(x) = -kx + k \frac{p_0 x}{\sqrt{d^2 + x^2}} = -kx + k \frac{p_0 x}{d \sqrt{1 + \frac{x^2}{d^2}}}$

$$\sqrt{1 + \frac{x^2}{d^2}} \underset{\frac{x^2}{d^2} \rightarrow 0}{\sim} 1 + o(x')$$

2,5 d'où $F(x) = -kx + k \frac{p_0}{d} x = -k \left(1 - \frac{p_0}{d}\right) x$ > 0 car $d = \frac{d}{p_0} > 0$

On a donc $m \ddot{x} + k \left(1 - \frac{p_0}{d}\right) x = 0$

1h

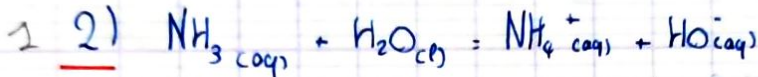
On reconnaît un OH de pulsation propre $\omega_{\text{sup}}^2 = \frac{k}{m} \left(1 - \frac{p_0}{d}\right)$

$$\text{d'où } T_{\text{sup}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{sup}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1 - \frac{1}{d}}} = \frac{2\pi}{\omega_0} \cdot \left(\sqrt{\frac{d}{d-1}}\right)$$

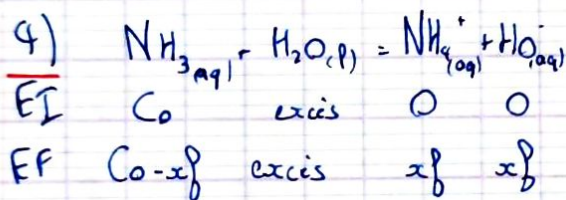
Exercice 3 17 pts

Partie 1

1,5 1) $K_e = \frac{[H_3O^+][HO^-]}{C^0}$ $K_a = \frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+][C^0]}$



1,5 3) $K_b = \frac{[NH_4^+][HO^-]}{[NH_3][C^0]} = \frac{K_e}{K_a}$ AN: $K_b = \frac{10^{-14}}{10^{-9,2}} = 10^{-4,8}$



$K_b < 10^{-4}$ réaction peu avancée
 $C_0 - x_f \approx C_0$

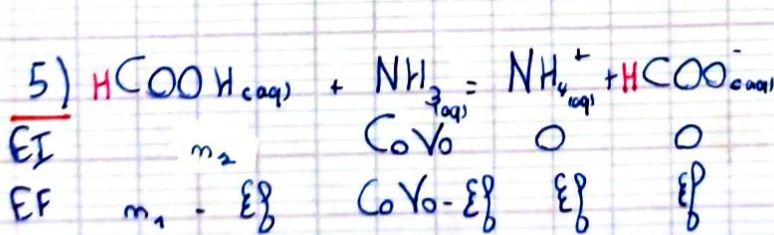
d'où $[NH_3] = \frac{[NH_4^+][HO^-]}{K_b C^0} = \frac{x_f^2}{K_b C^0} = C_0$

2,5 $\Rightarrow C_0 = \frac{x_f^2}{K_b C^0}$ et x_f est donné par le pH de l'effluent

$\frac{[H_3O^+][HO^-]}{C^0} = K_e \Rightarrow \frac{10^{-pH} \cdot x_f}{C^0} = K_e \Rightarrow x_f = C^0 K_e 10^{+pH}$
 $x_f = C^0 10^{pH - 14}$

AN: $x_f = 10^{11,1 - 14} = 10^{-2,9} \text{ mol/L}$

et $C_0 = \frac{(10^{-2,9})^2}{10^{-4,8}} = \frac{10^{-5,8}}{10^{-4,8}} \approx 10^{-1} \text{ mol/L}$



$K = 10^{\Delta pK_a} > 1$
 $K = 10^{9,2 - 3,8}$
 $K = 10^{5,4} \gg 10^4$

5) Suite: COOH est limitant d'où $Eg = m_1$

d'où
$$pH = pKa + \log\left(\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{C_0 - \frac{m_1}{V_0}}{\frac{m_1}{V_0}} = 10^{pH - pKa} \quad \Leftrightarrow C_0 V_0 - m_1 = 10^{pH - pKa} \times m_1$$

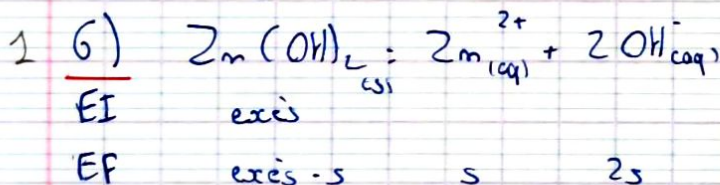
2,5

$$\Leftrightarrow m_1 (10^{pH - pKa} + 1) = C_0 V_0$$

$$\text{et } m = m_1 \times M = \frac{C_0 V_0}{10^{pH - pKa} + 1} \times M$$

AN: $m = \frac{10^{-1} \times 10^3}{10^{7 - 9,2} + 1} \times 46 \sim 4,6 \text{ kg.}$

Partie 2



2,5 7) $K_s = \frac{s(2s)^2}{c^{0,3}} \Leftrightarrow s = \sqrt[3]{\frac{K_s}{4}} c^0$ AN: $s = \sqrt[3]{\frac{3 \times 10^{-12}}{4}} \times 1$
 $s = 2,0 \times 10^{-6} \text{ mol/L}$

1,5 8) $Q_{Ni} = \frac{[Zn^{2+}]_0 [HO^-]_0^2}{c^{0,3}} = \frac{[Zn^{2+}]_0 \times (10^{pH - 14})^2}{c^0}$

AN: $Q_{Ni} = \frac{1,0 \times 10^{-2} \times 10^{-14}}{1} = 1,0 \times 10^{-16} > K_s$

Le système évolue dans le sens indirect: précipitation

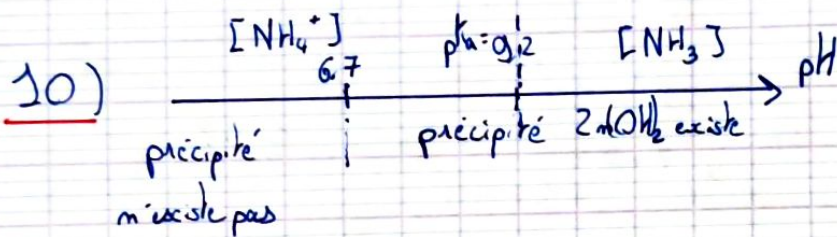
$$\underline{9)} Q = K_s = \frac{[Zn^{2+}]_0 \cdot 10^{2pH-28}}{c^0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{c^0 K_s}{[Zn^{2+}]_0} = 10^{2pH-28} \Rightarrow 2pH-28 = \log\left(\frac{c^0 K_s}{[Zn^{2+}]_0}\right)$$

$$pH = \log\left(\sqrt{\frac{c^0 K_s}{[Zn^{2+}]_0}}\right) + 14$$

1h34'

$$\underline{AN:} pH = \log\left(\sqrt{\frac{30 \times 10^{-17}}{10 \times 10^{-2}}}\right) + 14 = 6,7$$



L'objectif de $pH=7$ permet de neutraliser NH_3 et précipiter les ions Zn^{2+}