

DM n°8 : Force centrale et Cristallographie

Exercice 1 : Énergie nécessaire pour mettre un satellite artificiel en orbite

On étudie le mouvement d'un satellite de masse m en orbite circulaire à une altitude z autour de la Terre, ainsi que le lancement d'un satellite artificiel à partir d'un point O de la surface de la Terre.

Partie 1 - Énergie du satellite artificiel en orbite.

1. Démontrer l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle E_{pg} du satellite en orbite à une distance r du centre de la Terre à partir de la force gravitationnelle. En déduire son expression en fonction de son altitude z .
2. Retrouver, en appliquant le PDF, l'expression de la vitesse en orbite à une altitude z .
3. En déduire l'expression de l'énergie cinétique puis de l'énergie mécanique E_m du satellite sur son orbite à l'altitude z .
4. Calculer cette énergie mécanique pour $z = 1,0 \times 10^3 \text{ km}$ (orbite basse) et $m = 6,0 \text{ t}$.

Partie 2 - Énergie nécessaire au lancement d'un satellite.

Pour lancer un satellite, il faut lui communiquer l'énergie mécanique $\Delta E_m = E_m - E_{m0}$ où E_{m0} est l'énergie qu'il a au point O de lancement. Dans le référentiel géocentrique \mathcal{R}_g , la Terre peut être assimilée à un solide en rotation autour d'un axe à une vitesse angulaire Ω .

5. Préciser l'axe de rotation. Est-il fixe ? Que vaut la vitesse angulaire ?
6. Faire un schéma. Exprimer la vitesse du point O dans le référentiel géocentrique \mathcal{R}_g supposé galiléen en fonction de Ω , du rayon terrestre R_T et de la latitude du lieu λ .
7. Exprimer alors l'énergie mécanique initiale E_{m0} du satellite posé au sol au point O .
8. En déduire les conditions les plus favorables pour le lancement du satellite. Parmi les trois champs de tir (on donne les latitudes), lequel est le plus adapté ?
 - Baïkonour au Kazakhstan : $\lambda = 46^\circ$.
 - Cap Canaveral aux USA : $\lambda = 28,5^\circ$.
 - Kourou en Guyane Française : $\lambda = 5,2^\circ$.
9. Calculer l'énergie nécessaire pour mettre le satellite en orbite basse depuis Kourou. À combien de tonnes de carburant cela correspond-t-il ? On donne l'énergie dégagée par la combustion du mélange hydrogène-oxygène : $E_{comb} = 13,4 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.
10. Calculer numériquement l'énergie gagnée entre Baïkonour et Kourou. Commenter.

Exercice 2 : Etude de l'oxyde de zirconium

L'oxyde de zirconium, appelé zircon, stabilisé à l'yttrium, est un matériau de choix pour fabriquer l'électrolyte des piles à combustibles à oxydes solides. Il est l'objet de ce problème.

1. Le zirconium se situe dans la classification périodique dans la colonne du titane, directement en dessous de cet élément. Indiquer à quel bloc il appartient, et à quelle famille d'éléments.

La zirconite peut être assimilée à un cristal ionique formé de cations Zr^{4+} et d'anions O^{2-} assimilés à des sphères dures de rayons respectifs r^+ et r^- . Les cations sont distribués aux nœuds d'un réseau cubique faces centrées **CFC**.

2. Représenter la maille conventionnelle d'une structure de cations **CFC**. Indiquer le nombre de cations par maille.

3. Donner sans démonstration la compacité d'une telle structure dans le cas d'une maille métallique (cf cours).

4. Indiquer où se situent les sites tétraédriques de cette maille. Combien y en a-t-il ?

5. Exprimer le rayon maximal r^- de la particule sphérique pouvant s'insérer dans ces sites sans induire de déformation en fonction de a , le paramètre de la maille et de r^+ .

Les anions occupent tous les sites tétraédriques de la maille **CFC** formée par les cations.

6. Déterminer le nombre d'anions contenus dans cette maille.

7. Indiquer alors la formule de la zirconite.

8. Donner la coordinence des anions par rapport aux cations, et des cations par rapport aux anions.

9. Exprimer la masse volumique de la zirconite en fonction du paramètre de maille a , de la masse molaire M_{Zr} du zirconium, de la masse molaire M_O de l'oxygène et du nombre d'Avogadro N_A .