Descriptions microscopique et macroscopique des systèmes thermodynamiques

□ Exercice 23.1. Pression des pneus ★ (Equation d'état des gaz parfaits)

$\boxed{1}$ Comme la quantité de matière n d'air contenu dans le pneu et son volume V sont des constantes, alors d'après l'équation d'état des gaz parfaits,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{nR}{V}$$

d'où on déduit

$$\boxed{P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 = 2{,}5\,\text{bar}\,.}$$

$\boxed{2}$ La variation relative de pression est supérieure à 10 %, ce qui est loin d'être négligeable. Le meilleur conseil à donner est de refaire la pression des pneus de la voiture. Notez d'ailleurs qu'il est préconisé de la vérifier chaque mois ... et indispensable de le faire au moins deux fois par an, avant les grands trajets !

□ Exercice 23.2. Fuite d'hélium ★★ (Gaz parfaits, vitesse quadratique moyenne)

$\boxed{1}$ D'après la loi des gaz parfaits,

$$pV = \frac{m}{M} RT \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{m = \frac{MpV}{RT} = 3{,}4\,\text{g}\,.}$$

La densité particulaire est reliée au nombre total d'atomes N contenus dans la bouteille et à son volume par $n^\star = N/V$. Ainsi, l'équation d'état donne

$$pV = \frac{N}{\mathcal{N}_A} RT \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{n^\star = \frac{p\mathcal{N}_A}{RT} = 5{,}1 \cdot 10^{25}\,\text{atomes/m}^3\,.}$$

$\boxed{2}$ Par définition de la température cinétique,

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

où $m = M/\mathcal{N}_A$ est la masse d'un atome. Comme $R = \mathcal{N}_A k_B$,

$$\boxed{u = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 1{,}4 \cdot 10^3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\,.}$$

$\boxed{3}$ La masse restante m' vaut

$$m' = \frac{Mp'V}{RT'} = 2{,}0\,\text{g}$$

si bien que

$$\boxed{\Delta m = m - m' = 1{,}0\,\text{g}\,.}$$

$\boxed{4}$ Toujours d'après l'équation d'état, on a dans ce nouvel état

$$pV = \frac{m'}{M} RT'' \qquad \text{donc} \qquad T'' = \frac{MpV}{m'R} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{T'' = \frac{p}{p'} T' = 435\,\text{K}\,.}$$

□ Exercice 23.3. Existence d'une atmosphère ★★ (vitesse quadratique moyenne)

1 On trouve $v_{\text{lib,T}} = 1{,}1 \cdot 10^4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_{\text{lib,L}} = 2{,}4 \cdot 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2 À la surface de la Terre ($T = 20\ °\text{C}$), la vitesse quadratique moyenne vaut (cf. cours)

$$u_\text{T} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{\text{N}_2}}} = 5{,}1 \cdot 10^2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} .$$

Ainsi, elle est très inférieure à la vitesse de libération, ce qui permet de comprendre l'existence d'une atmosphère stable.

> *Attention, la vitesse quadratique moyenne n'est ... qu'une moyenne ! Un certain nombre de molécules du gaz, de l'ordre de la moitié, ont une vitesse supérieure à u. La condition de non-dispersion de l'atmosphère par agitation thermique doit donc s'écrire $u \ll v_{lib}$, mais pas $u \le v_{lib}$.*

3 Pour qu'une atmosphère composée de diazote puisse exister à la surface de la Lune, il faudrait avoir

$$u_\text{L} \ll v_{\text{lib,L}} \qquad \text{soit} \qquad T \ll \frac{M_{\text{N}_2} v_{\text{lib,L}}^2}{3R} = 6{,}4 \cdot 10^3\ \text{K} .$$

On peut penser que cette condition est globalement remplie, et donc que notre explication n'est donc **pas suffisante**, puisque la température de la Lune devrait permettre l'existence d'une atmosphère stable. En pratique, le champ magnétique joue aussi un rôle essentiel en formant un bouclier qui dévie les vents solaires (flux de particules chargées, principalement des protons et des électrons, éjecté en continu du Soleil dans toutes les directions), et protège l'atmosphère. La Lune ne produisant pas de champ magnétique, son hypothétique atmosphère serait arrachée par le vent solaire.

□ Exercice 23.4. Gonflage d'un ballon de basket ★★ (équation d'état des gaz parfaits)

1 À chaque aller-retour du piston, la quantité d'air contenue dans le ballon augmente. Le volume et la température restant constants, la pression augmente nécessairement. La quantité de matière initiale contenue dans le ballon vaut

$$n_0 = \frac{P_0 V_0}{R T_0} .$$

À chaque aller-retour, on y ajoute la quantité d'air passée par le piston, soit

$$n_1 = \frac{P_0 V_1}{R T_0} .$$

Ainsi, après k allers-retours,

$$n_k = n_0 + k n_1 = \frac{P_0 (V_0 + k V_1)}{R T_0} .$$

On en déduit la pression,

$$P_k = \frac{n_k R T_0}{V_0} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{P_k = \frac{V_0 + k V_1}{V_0} P_0 .}$$

2 Le résultat précédent se réécrit

$$\frac{P_k}{P_0} = 1 + k \frac{V_1}{V_0}$$

d'où on déduit que la pression cible $P^\star$ est atteinte au bout $k^\star$ allers-retours avec

$$k^\star = \frac{V_0}{V_1} \left(\frac{P^\star}{P_0} - 1 \right) .$$

Numériquement,

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^3 = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 \qquad \text{et} \qquad V_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \ell_1 = 7{,}9 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$$

d'où on trouve

$$k^\star = 55{,}3 .$$

Il faut donc faire **56 allers-retours** pour atteindre la pression préconisée dans le ballon.

Corps pur diphasé à l'équilibre thermodynamique

□ Exercice 23.5. Stockage dans un ballon d'eau chaude ★ (Diagramme de clapeyron)

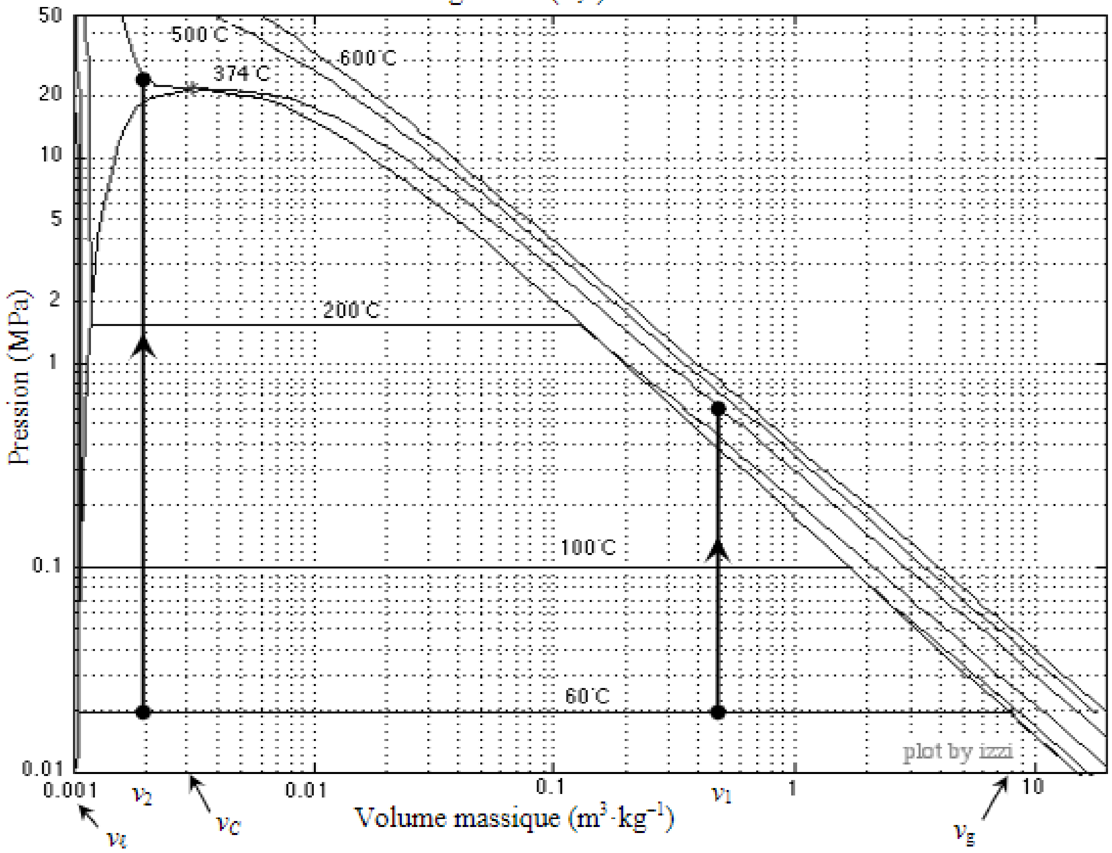
1. a) Avec le peu d'eau contenue dans le ballon, le volume massique moyen $\boxed{v_1 = \dfrac{V}{m_1}}$ est relativement grand. AN $\boxed{v_1 = 0{,}50\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}}$. À $T_0 = 333\ \mathrm{K}$ ($\theta_0 = 60\ °\mathrm{C}$), le point M_1 correspondant dans le diagramme de Clapeyron est situé sur le palier de changement de phase liquide/gaz et sa fraction massique en gaz est $x_{g1} = \dfrac{v_1 - v_\ell}{v_g - v_\ell}$ avec $v_g = 8{,}0\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}$ et $v_\ell = 1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}$. AN $x_{g1} = 6{,}2 \cdot 10^{-2}$, soit une masse de gaz $\boxed{m_{g1} = m_1 x_{g1} = 25\ \mathrm{g}}$; la masse de liquide restant est alors $\boxed{m_{\ell 1} = m - m_{g1} = 375\ \mathrm{g}}$.

> *Attention à l'échelle logarithmique qui empêche ici de calculer x_{g1} à l'aide d'un simple rapport de longueurs mesurées sur le graphe.*

b) Le volume de la cuve étant constant, le chauffage est isochore à $V = V_0$. À $T = 647\ \mathrm{K}$ ($\theta = 374\ °\mathrm{C}$) et $v_1 = 0{,}50\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}$, on constate sur le graphique que le système à l'issue du chauffage est totalement gazeux à la pression $\boxed{P_1 = 0{,}60\ \mathrm{MPa} = 6{,}0\ \mathrm{bar}}$. Dans l'hypothèse où la vapeur se comporte comme un gaz parfait, on peut aussi calculer $\boxed{P_1 = \dfrac{mRT}{MV_0}}$.

AN $\boxed{P_1 = 6{,}0\ \mathrm{bar}}$. Le modèle du gaz parfait pour la vapeur d'eau est donc ici tout à fait pertinent. Par ailleurs, cette pression est du même ordre de grandeur que la pression atmosphérique : <u>le ballon pourrait y résister</u>.

Diagramme (P,v) de l'eau



2. Compte tenu de la masse plus importante d'eau dans le ballon, le volume massique moyen de l'eau $\boxed{v_2 = \frac{V}{m_2}}$ est maintenant beaucoup plus faible. AN $\boxed{v_2 = 2,0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}}$.

À $T_0 = 333$ K ($\theta_0 = 60$ °C), le point M_2 correspondant dans le diagramme de Clapeyron est situé sur le palier de changement d'état liquide/gaz, beaucoup plus à gauche que le précédent. La fraction massique du gaz dans le mélange est donnée par $x_{g2} = \frac{v_2 - v_\ell}{v_g - v_\ell}$. AN $x_{g2} = 1,3 \cdot 10^{-4}$, soit une masse de gaz égale à $\boxed{m_{g2} = m_2 x_{g2} = 13\ \mathrm{g}}$ seulement, le reste des 100 kg d'eau étant sous forme liquide.

À $T = 647$ K ($\theta = 374$ °C) et $v_2 = 2,0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}$, on constate cette fois sur le graphique que l'eau est entièrement liquide à la pression $\boxed{P_2 = 2,2 \cdot 10^2\ \mathrm{bar}}$. Cette pression est énorme : elle pourrait provoquer l'explosion du ballon !

Comme l'illustre cet exemple, il est donc préférable, pour stocker un fluide sans danger, d'être dans le premier cas, où $\boxed{v_1 > v_C = 3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}}$ (volume massique du point critique), plutôt que dans le deuxième, caractérisé par $v_2 < v_C$.