

Introduction

On appelle **induction électromagnétique** le phénomène par lequel un courant ou une tension apparaît dans un conducteur lorsqu'il est soumis à un champ magnétique variable, ou lorsqu'il se déplace dans un champ magnétique. Ce phénomène physique est d'une importance pratique capitale : il est à l'œuvre aussi bien dans les transformateurs, les moteurs électriques, les centrales électriques utilisant des machines tournantes, les plaques à induction, les chargeurs sans fil, etc.

Ce premier chapitre a pour but de présenter quelques propriétés des champs **magnétostatiques**, c'est-à-dire indépendants du temps, et leurs actions mécaniques associées.

I] Cartes de champ magnétique

Une **carte de champ** est une représentation d'un ensemble de **lignes de champ**, c'est-à-dire de **courbes tangentes au champ en tout point et orientées dans le sens du champ**. Plus les lignes de champ sont proches, plus le champ est intense.

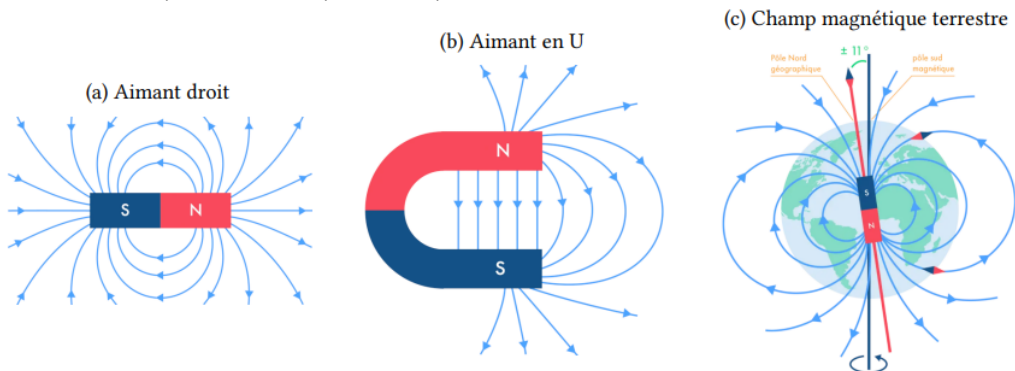
Les **lignes de champ magnétique** sont toujours des **courbes fermées** (cf. 2^{ème} année).

1. Sources de champ magnétique

Un **champ magnétostatique** peut être créé par la **matière aimantée** et les **courants électriques**.

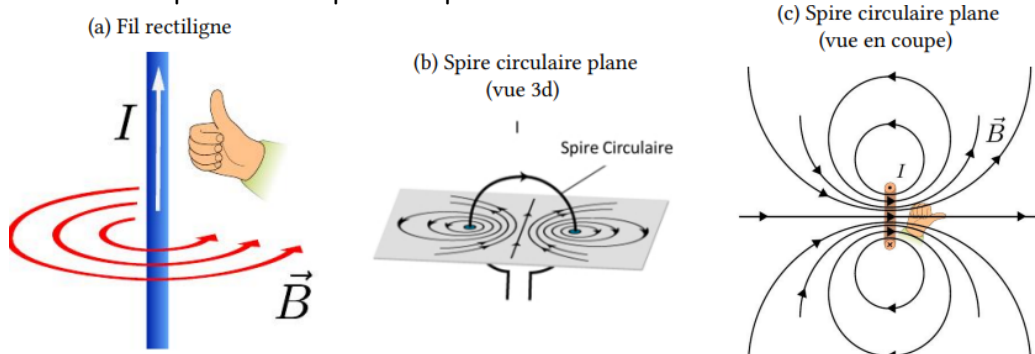
En outre, un **champ magnétique variable** peut également être créé par un **champ électrique variable** (cf. 2^{ème} année).

a. Exemples de champs créés par des aimants

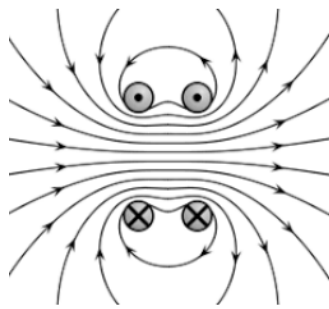


Un aimant possède deux **pôles**, appelés **nord** et **sud**. Deux pôles identiques se repoussent, deux pôles opposés s'attirent. Les **lignes de champs magnétiques partent du pôle nord et aboutissent pôle sud**, elles sont fermées par des lignes à l'intérieur des aimants (non représentées).

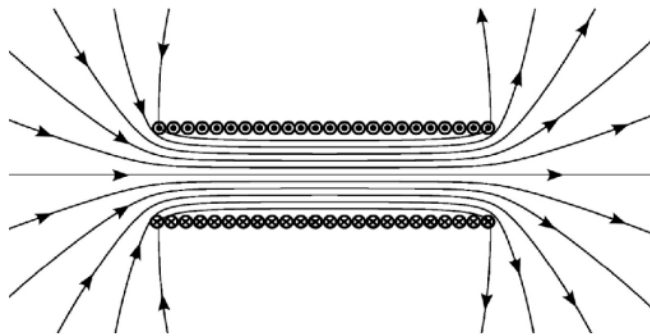
b. Exemples de champs créés par des courants



(d) « Bobines de Helmholtz », c'est-à-dire deux spires séparées d'une distance égale à leur rayon :



(e) Solénoïde, c'est-à-dire une bobine regroupant un grand nombre de spires jointives :



Les **lignes de champs** sont des **courbes fermées** qui **s'enroulent autour du/des fil(s)**.

Leur **sens** est donné par la **règle de la main droite** :

- Si le courant est dirigé dans le sens donné par le pouce, alors le sens d'enroulement des doigts donne le sens d'enroulement des lignes de champ.
- Si le courant s'enroule dans le sens des doigts, alors le sens du pouce donne le sens du champ.

Remarque : En deuxième année, vous apprendrez à établir l'expression des champs magnétiques créés par des courants avec le théorème d'Ampère. On retiendra que **la norme d'un champ magnétique créé par un courant électrique est toujours proportionnelle à l'intensité du courant électrique qui lui a donné naissance.**

c. Champs magnétostatique uniformes

Application : Parmi les dispositifs présentés ci-dessus, identifier les sources de champ magnétique capables de produire un champ magnétique uniforme. Préciser sa localisation au sein du dispositif.

Correction :

- Aimant en U : le champ magnétique est uniforme dans son entrefer (dans le U).
- Bobine longue (de longueur grande devant son rayon) : à l'intérieur, loin des bords.
- Bobines de Helmholtz : entre deux bobines plates identiques parcourues par des courants identiques dans le même sens et séparées d'une distance égale au rayon.

d. Ordres de grandeur de champ magnétique

Dispositif	Champ terrestre	Bobines pour IRM	Aimant permanent usuel
Valeur du champ (T)	50 μ T	3 T	0,1 à 1 T

2. Symétries et invariances

a. Principe de Curie pour l'étude des symétries

Un phénomène physique présente au minimum les éventuelles **symétries de sa cause**.

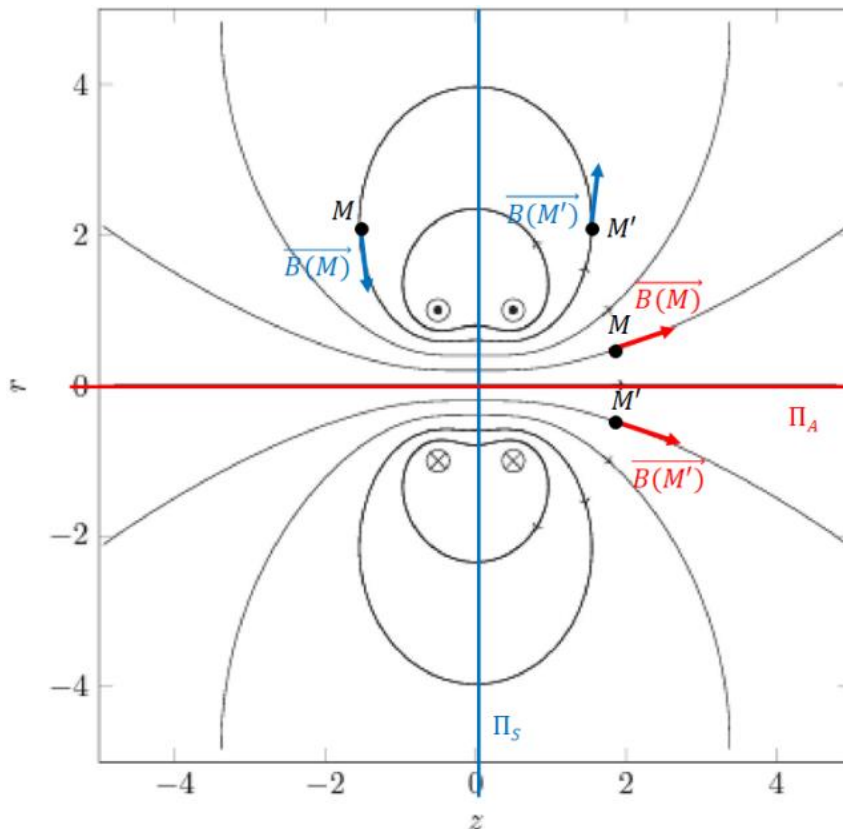
Ici, le phénomène physique étudié est le champ magnétique, dont la cause est le courant électrique. Le champ magnétique présente donc au minimum les symétries du courant électrique.

b. Symétries d'une distribution de courant

Une distribution de courant admet un **plan de symétrie** Π_s si la distribution de courant obtenue par **symétrie par rapport au plan Π_s** lui est identique.

Une distribution de courant admet un **plan d'antisymétrie** Π_a si la distribution de courant obtenue par **symétrie par rapport au plan Π_a** lui est en tout point **opposée** (direction identique, sens opposé).

Application : Déterminer les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courant.



Correction : Plan de symétrie : $z = 0$. Plans d'antisymétrie : $r = 0$; plan de la figure.

c. Conséquences sur les symétries du champ magnétique

Application : On reprend le schéma de droite de la situation précédente.

1) Choisissez deux points M et M' symétriques par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution de courant. Représenter les champs magnétiques $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$. Que pouvez-vous en dire ?

2) Comment est le champ magnétique en un point M du plan d'antisymétrie ?

3) Choisissez deux points M et M' symétriques par rapport à un plan de symétrie de la boucle de courant. Représenter les champs magnétiques $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$. Que pouvez-vous en dire ?

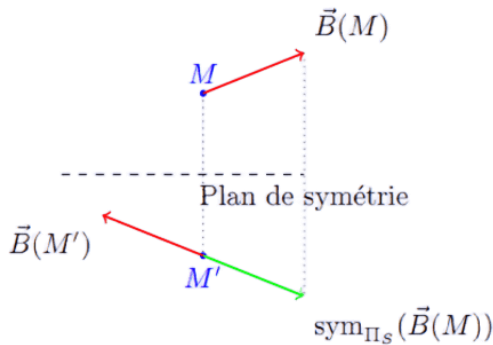
4) Comment est le champ magnétique en un point M du plan de symétrie ?

Correction :

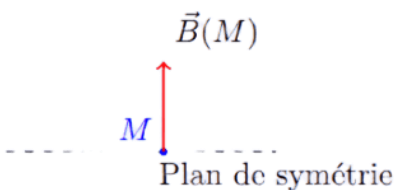
- 1) On remarque que $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$ sont symétriques vis-à-vis de Π_a .
- 2) Le champ \vec{B} en un point appartenant à Π_a est contenu dans ce plan.
- 3) On remarque que $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$ sont antisymétriques vis-à-vis de Π_s .
- 4) Le champ \vec{B} en un point appartenant à Π_s est orthogonal à ce plan.

Généralisation :

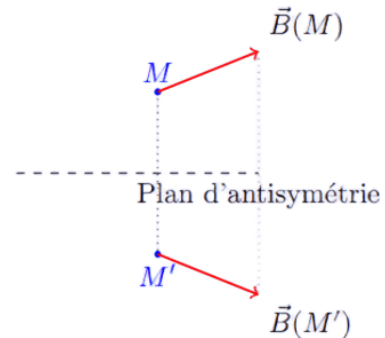
Le champ magnétique $\vec{B}(M')$ en un point M' , symétrique du point M par rapport à un plan de symétrie de la distribution de courant, est égal à l'opposé du symétrique du champ magnétique en M .



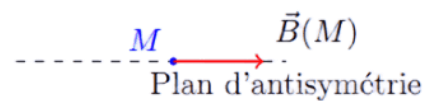
Par conséquent, en un point M d'un plan de symétrie de la distribution de courant, le champ magnétique est orthogonal au plan de symétrie.



Le champ magnétique $\vec{B}(M')$ en un point M' , symétrique du point M par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution de courant, est égal au symétrique du champ magnétique en M .



En un point M d'un plan d'antisymétrie de la distribution de courant, le champ magnétique appartient au plan d'antisymétrie.

**d. Invariance d'une distribution de courant et conséquence**

Une distribution de courant est invariante par translation d'axe (Ox) ssi, vue des points $P_1(x_1, y, z)$ et $P_2(x_2, y, z)$, quelques soient x_1 et x_2 , la distribution de courant est la même.

Une distribution de courant est invariante par rotation d'angle θ d'axe (Oz) ssi, vue des points $P_1(r, \theta_1, z)$ et $P_2(r, \theta_2, z)$, quelques soient les angles θ_1 et θ_2 , la distribution de courant est la même.

Par conséquent, si la distribution de courant est invariante par translation d'axe (Ox), alors les composantes du champ magnétique ne dépendent pas de x . Idem pour la rotation d'angle θ .

e. Détermination de la forme générale du champ magnétique

Application : On étudie le champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant I permanent. On utilise les coordonnées cylindriques d'axe celui du fil.

Le champ magnétique présente, a priori, trois composantes qui dépendent des trois coordonnées cylindriques :

$$\vec{B}(r, \theta, z) = B_r(r, \theta, z)\vec{U}_r + B_\theta(r, \theta, z)\vec{U}_\theta + B_z(r, \theta, z)\vec{U}_z$$

Le but de l'étude des symétries est de déterminer les composantes qui sont nulles.

1) Faire deux schémas : un dans le plan du fil, et un dans le plan perpendiculaire au fil. Placer sur les deux schémas les vecteurs unitaires de la base cylindrique associés à un point $M(r, \theta, z)$.

2) Déterminer un plan de symétrie et un plan d'antisymétrie de la distribution de courant passant par le point M .

En déduire les conséquences sur le champ magnétique. Quel vecteur unitaire porte le champ magnétique ?

3) En déduire l'allure des lignes de champ magnétique créées par le fil infini.

4) Déterminer les invariances de la distribution de courant.

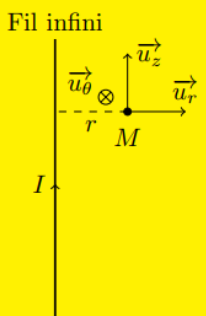
En déduire les conséquences sur les composantes du champ magnétique.

5) En déduire la forme du champ magnétique créé par un fil infini.

Correction :

Correction :

1.



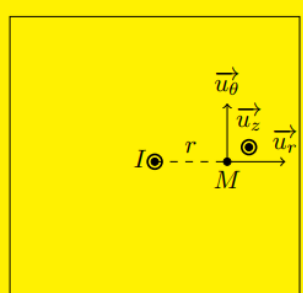
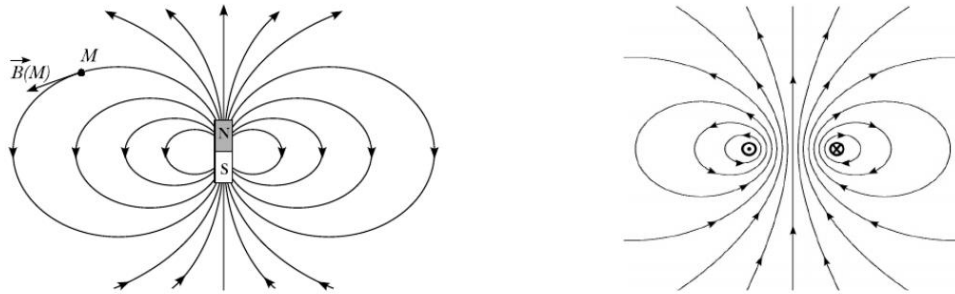


Schéma dans le plan contenant le fil Schéma dans le plan perpendiculaire au fil

2. Le plan $(M, \vec{u}_z, \vec{u}_r)$ est plan de symétrie de la distribution de courant. Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est plan d'antisymétrie. Ainsi le champ \vec{B} est perpendiculaire au plan de symétrie et est donc suivant \vec{u}_θ : $\vec{B} = B_\theta(r, \theta, z)\vec{u}_\theta$.
3. Les lignes de champ magnétique sont donc des cercles centrés sur le fil et tournant dans le sens direct.
4. La distribution de courant présente une invariance pour toute translation suivant l'axe (Oz) et pour toute rotation autour de l'axe (Oz) .
5. Ainsi $\vec{B}(M) = B_\theta(r)\vec{u}_\theta$.

3. Moment magnétique

Les cartes de champ d'un aimant droit et d'une spire présentent la même allure, voir figure ci-dessous, en particulier à grande distance.



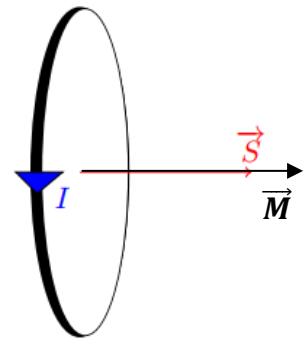
Carte de champ d'un aimant droit et d'une spire de courant

Par analogie, on peut associer un pôle nord et un pôle sud à une spire de courant. Ainsi, on a une équivalence magnétique entre **un aimant** et **une spire de courant**. On parle de **dipôle magnétique**.

Ces dipôles sont décrits par leur **moment magnétique**, qui permet une description unifiée du champ créé mais aussi des actions mécaniques qu'ils subissent.

Le moment magnétique \vec{M} d'une spire plane le vecteur est défini :

$$\vec{M} = I\vec{S}$$



Avec, I l'intensité du courant et \vec{S} la surface de la spire, orientée par la règle de la main droite par rapport au sens de l'intensité. Le moment magnétique \vec{M} est exprimé en **A.m²**.

Par analogie, le moment magnétique \vec{M} d'un aimant est défini comme celui de la spire qui produit le même champ à grande distance, mais il ne s'écrit pas comme une fonction d'une surface et d'un courant, car aucun courant électrique ne circule dans un aimant.

Le moment magnétique d'un dipôle est dirigé du pôle Sud vers le pôle Nord.

On donne quelques ordre de grandeur de moments magnétiques :

<i>Dispositif</i>	<i>Aimant Néodyme-Fer-Bore</i>	<i>Terre (situé au centre et incliné d'une dizaine de degré de l'axe de rotation)</i>
<i>Valeur du moment magnétique (A.m²)</i>	0,1 à 10 A.m ²	8×10^{22} A.m ²

II] Action mécanique de Laplace et applications

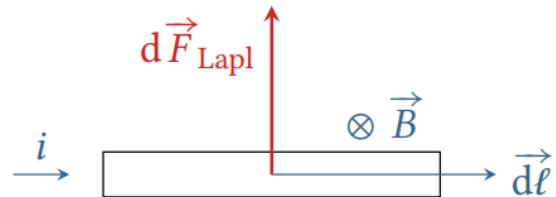
Considérons un circuit conducteur parcouru par un courant i soumis à un champ magnétique \vec{B} . Les électrons se déplaçant dans le circuit subissent la force de Lorentz, qui se traduit à l'échelle macroscopique par l'**action mécanique de Laplace**.

1. Force de Laplace

Sur un tronçon de fil élémentaire de longueur $d\vec{\ell}$ orientée (par le sens du courant) parcouru par un courant i , un champ magnétique extérieur \vec{B} exerce la force de Laplace élémentaire :

$$\boxed{d\vec{F}_{Lapl} = i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}}$$

Remarque : \vec{B} représente ici uniquement le champ extérieur, pas le champ créé par le fil lui-même.

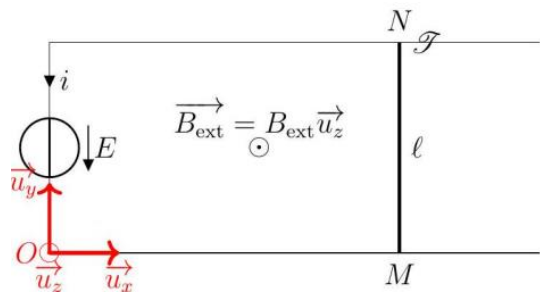


Pour le fil complet, la force de Laplace résultante est la somme des forces exercées sur chaque tronçon :

$$\boxed{\vec{F}_{Lapl} = \int_{\text{fil}} d\vec{F}_{Lapl} = \int_{\text{fil}} i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}}$$

2. Barre conductrice en translation

Une tige conductrice, de longueur ℓ est posée sur deux rails, eux aussi conducteurs, nommés rails de Laplace. L'ensemble forme un circuit électrique fermé, parcouru par un courant i , créé par un générateur de f.é.m. E . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme et permanent $\vec{B}_{\text{ext}} = B_{\text{ext}} \vec{u}_z$ orthogonal au plan des rails.



Application : On souhaite exprimer la résultante de la force de Laplace s'exerçant sur la tige **[MN]** :

- 1) Donner l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur la barre **[MN]** à l'aide d'une intégrale.
- 2) Exprimer $d\vec{\ell}$ dans la base cartésienne.
- 3) Exprimer \vec{F}_{Lapl} en fonction de i , ℓ , B_{ext} et d'un vecteur unitaire.
- 4) Exprimer la puissance de la force de Laplace s'exerçant sur la barre précédente.

Correction :

1. La barre **[MN]** subit la force de Laplace \vec{F}_L :

$$\vec{F}_L = \int_{P \in MN} (i d\vec{\ell}_P \wedge \vec{B}_{\text{ext}}(P))$$

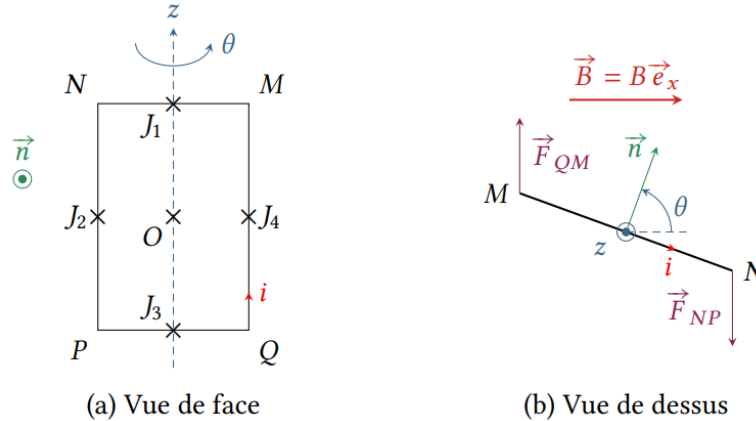
2. $d\vec{\ell}_P = dy \vec{u}_y$ et $\vec{B}_{\text{ext}} = B_{\text{ext}} \vec{u}_z$.

$$3. \vec{F}_L = \int_{P \in MN} (i d\vec{\ell}_P \wedge \vec{B}_{\text{ext}}(P)) = \int_{y_M}^{y_N} (i dy_P B_{\text{ext}}) \vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = i B_{\text{ext}} \int_{y_M}^{y_N} dy \vec{u}_x = i B_{\text{ext}} \ell \vec{u}_x$$

$$4. \mathcal{P}(\vec{F}_L) = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = i B_{\text{ext}} \ell \vec{u}_x \cdot \dot{x} \vec{u}_x = i B_{\text{ext}} \ell \dot{x}$$

3. Couple de Laplace sur une spire

Considérons la spire rectangulaire rigide schématisée ci-dessous, de côtés $\mathbf{a} = \mathbf{NP} = \mathbf{MQ}$ et $\mathbf{b} = \mathbf{MN} = \mathbf{PQ}$ susceptible de tourner autour de l'axe (Oz) . Cette spire est parcourue par un courant i , et on note \vec{n} le vecteur normal à la spire, orienté par la règle de la main droite par rapport au sens du courant. Elle est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_x$.



(a) Vue de face

(b) Vue de dessus

Application :

- 1) Exprimer la force de Laplace \vec{F}_{Lapl} subie par la spire, sans chercher à exprimer les produits vectoriels des vecteurs de base.
- 2) Montrer que la force résultante des actions de Laplace à l'échelle de la spire est nulle.
- 3) Pourquoi le moment résultant $\vec{\Gamma}_{Lapl}$ par rapport à l'axe de rotation (Oz) n'est-il pas nécessairement nul pour autant ? Le calculer.
- 4) Exprimer le moment magnétique \vec{M} de la spire et $\vec{M} \wedge \vec{B}$, en déduire une expression du moment $\vec{\Gamma}_{Lapl}$ en fonction uniquement du moment magnétique de la spire \vec{M} et du champ magnétique \vec{B} .
- 5) Rappeler l'expression de la puissance d'une action mécanique s'exerçant sur un solide en rotation autour d'un axe fixe, en déduire l'expression de la puissance des actions mécaniques de Laplace s'exerçant sur la spire étudiée précédemment.

Correction :

- 1) Posons \vec{n}_\perp le vecteur unitaire tel que la base $(\vec{n}, \vec{n}_\perp, \vec{e}_z)$ soit orthonormée directe.

$$\vec{F}_{Lapl} = \oint_{spire} d\vec{F}_{Lapl} = \int_{MN} d\vec{F}_{Lapl} + \int_{NP} d\vec{F}_{Lapl} + \int_{PQ} d\vec{F}_{Lapl} + \int_{QM} d\vec{F}_{Lapl}$$

Or,

$$\begin{aligned} \vec{F}_{MN} &= i(-b)\vec{n}_\perp \wedge B\vec{e}_x \\ \vec{F}_{NP} &= i(-a)\vec{e}_z \wedge B\vec{e}_x = -iaB\vec{e}_y \\ \vec{F}_{PQ} &= i(b)\vec{n}_\perp \wedge B\vec{e}_x = -\vec{F}_{MN} \\ \vec{F}_{QM} &= ia\vec{e}_z \wedge B\vec{e}_x = iaB\vec{e}_y = -\vec{F}_{NP} \end{aligned}$$

- 2) En sommant, on constate que la force résultante est nulle. Cela signifie que l'action mécanique de Laplace à l'échelle de la spire ne peut qu'être un couple, et pas une force.

3) Les forces s'appliquent en des points différents, donc bien que les forces soient deux à deux opposées leur moment ne l'est pas forcément. Les forces \vec{F}_{MN} et \vec{F}_{PQ} s'appliquent en des points de l'axe, donc leur moment est nul. Pour les deux autres, on peut raisonner avec les bras de levier ou vectoriellement. De plus, les forces de Laplace formant un couple, le moment résultant peut être déterminé directement sans intégrer les moments élémentaires.

$$\vec{\Gamma}_{NP} = \vec{OJ}_2 \wedge \vec{F}_{NP} = \frac{b}{2} \vec{n}_\perp \wedge -iaB\vec{e}_y = \frac{b}{2} (\sin(\theta)\vec{e}_x - \cos(\theta)\vec{e}_y) \wedge -iaB\vec{e}_y = -i\frac{ab}{2} B\sin(\theta)\vec{e}_z$$

$$\vec{\Gamma}_{QM} = \vec{OJ}_4 \wedge \vec{F}_{QM} = \frac{b}{2} \vec{n}_\perp \wedge iaB\vec{e}_y = \frac{b}{2} (-\sin(\theta)\vec{e}_x + \cos(\theta)\vec{e}_y) \wedge iaB\vec{e}_y = -i\frac{ab}{2} B\sin(\theta)\vec{e}_z$$

$$\vec{\Gamma}_{Lapl} = \vec{M}_{NP} + \vec{M}_{QM} = -iabB\sin(\theta)\vec{e}_z$$

4)

$$\vec{M} \wedge \vec{B} = iab\vec{n} \wedge B\vec{e}_x = iab(\cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_y) \wedge B\vec{e}_x = -iabB\sin(\theta)\vec{e}_z$$

On identifie alors :

$$\vec{\Gamma}_{Lapl} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

5) La puissance d'une action mécanique s'exerçant sur un solide en rotation autour d'un axe fixe s'exprime :

$$P = \Gamma\omega$$

D'où,

$$P = \Gamma_{Lapl}\dot{\theta} = -iabB\sin(\theta)\dot{\theta}$$

Généralisation : La notion de moment magnétique permet de généraliser le résultat précédent aussi bien à une spire de géométrie quelconque qu'à un aimant. L'action mécanique subie par un circuit ou un aimant de moment magnétique \vec{M} plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B} est un couple :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

Selon qu'il s'agisse d'un circuit ou d'un aimant, on parle de couple de Laplace $\vec{\Gamma}_{Lapl}$ ou de couple magnétique $\vec{\Gamma}_{Magn}$.

4. Moment d'un aimant dans un champ tournant

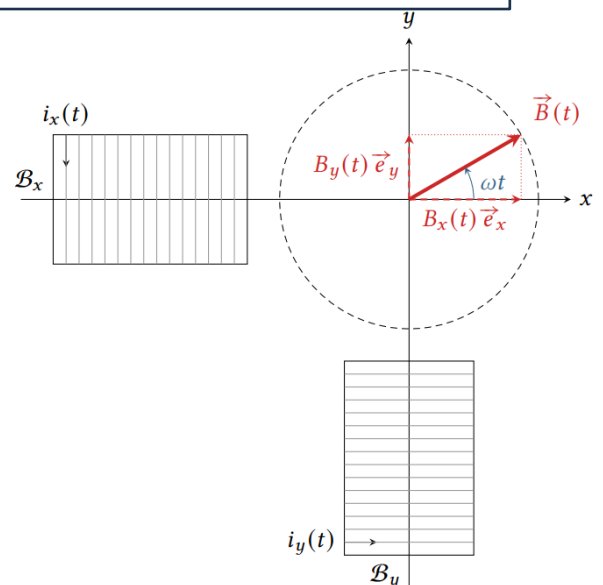
a. Production d'un champ tournant

Un champ tournant est un champ magnétique de norme constante, dont la direction décrit un cercle parcouru à vitesse angulaire ω constante. Il s'exprime :

$$\vec{B} = B\cos(\omega t)\vec{e}_x + B\sin(\omega t)\vec{e}_y$$

Les composantes du champ sont générées par des bobines colinéaires avec l'axe de la composante et alimentées avec une intensité proportionnelle à la valeur du champ, donc :

$$i_x = \frac{B_x}{k} = I_0\cos(\omega t) \text{ et } i_y = \frac{B_y}{k} = I_0\sin(\omega t)$$

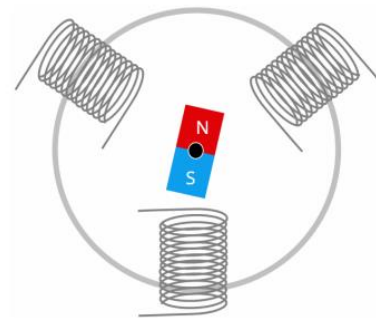


Généralisation : Un champ tournant peut être produit par superposition de champs créés par des bobines parcourues par des courants sinusoïdaux de même amplitude. Le déphasage entre les courants d'alimentation des bobines doit être égal au décalage angulaire entre les bobines.

Remarque : En pratique EDF délivre du courant triphasé, c'est-à-dire qu'un câble électrique contient en fait trois câbles, appelés phases, parcourus par des courants déphasés de $2\pi/3$. Dans un usage domestique, les phases sont réparties entre les différentes habitations. Dans un usage industriel, les trois phases peuvent être reliées à une même machine. Schématiquement, les champs tournants industriels sont produits par trois bobinages décalés de $2\pi/3$, chaque bobine étant alimentée par une phase de la tension d'alimentation de la machine. (Cf. https://perso.univ-lyon1.fr/charles.joubert/web_anim/sim_rotfield_create.html)

b. Principe du moteur synchrone

Un moteur synchrone est constitué d'un rotor aimanté (aimant permanent ou spires parcourues par un courant constant) au centre de plusieurs bobines pouvant créer un champ tournant.



Qualitativement, l'aimant tend à s'aligner sur le champ, mais comme ce dernier tourne alors l'aimant le suit dans sa course et prend un mouvement de rotation uniforme à la même vitesse que le champ : on parle de condition de synchronisme.

Remarque : Un moteur synchrone offre une puissance et un rendement élevés ainsi qu'une vitesse de rotation constante, ce qui le rend idéal pour les applications industrielles précises. Toutefois, il nécessite une commande complexe et ne démarre pas seul sans dispositif d'aide. Il se retrouve dans des installations de puissance variée : imprimantes 3d, drones, compresseurs de frigo, broyeurs industriels, propulsion des sous-marins nucléaires, etc.

Application : Supposons qu'un moteur synchrone soit utilisé comme treuil servant à soulever une masse. Le poids de la masse à soulever se traduit par un couple résistant $\vec{\Gamma}_r$ constant subi par le rotor. De plus, il s'exerce aussi un couple magnétique $\vec{\Gamma}_{Magn}$ engendré par le champ tournant créé par les bobines du stator.

Montrer qu'en régime permanent le rotor tourne à la même vitesse que le champ, et déterminer l'angle ϕ entre la direction du champ et celle de l'aimant. Quel couple résistant maximal le moteur peut-il entraîner ?

Correction : Par application du TMC en régime permanent au rotor : $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Gamma}_r + \vec{\Gamma}_{Magn} = \vec{0}$

Par projection sur l'axe de rotation :

$$MB \sin(\phi) - \Gamma_r = 0 \Leftrightarrow \sin(\phi) = \frac{\Gamma_r}{MB} = cste$$

L'angle entre la direction de l'aimant et celle du champ est constante, signe qu'ils tournent à la même vitesse. Puisque $\sin(\phi) \leq 1$, on en déduit que le moteur ne peut entraîner la charge que si le couple résistant est tel que $\Gamma_r \leq MB$. Dans le cas où le moteur tourne à vide ($\Gamma_r = 0$), le champ et l'aimant sont alignés.