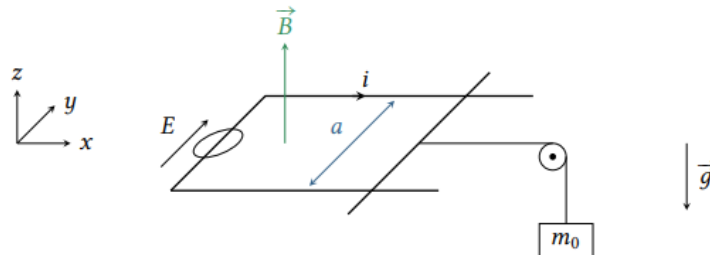


Conversion électromécanique en translation

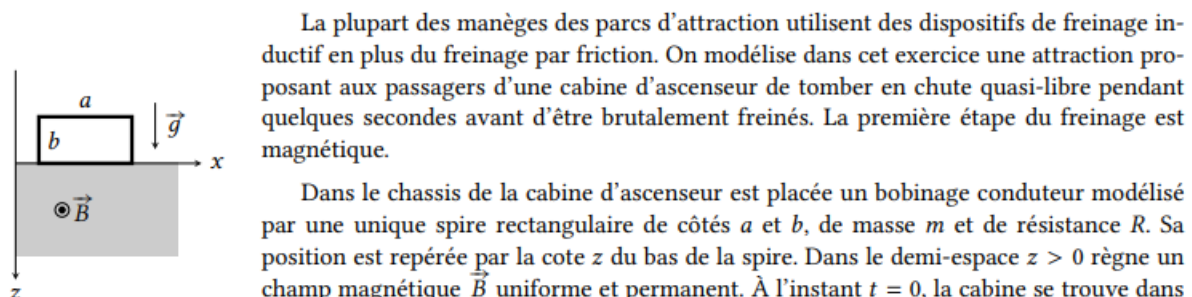
□ Exercice 30.1. Rail de Laplace moteurs ★★ (Equations électrique et mécanique, puissance)

On modélise un treuil par un moteur linéaire, analogue à un dispositif de rails de Laplace séparés d'une distance a plongés dans un champ magnétique $\vec{B}$ et alimentés par un générateur de tension continue E . La tige mobile est reliée à la masse m_0 à soulever par l'intermédiaire d'un câble inextensible et d'une poulie dont on néglige les frottements d'axe. On note R la résistance électrique du circuit, supposée indépendante de la position de la tige mobile. Ce circuit est orienté dans le sens indiqué sur la figure.



- 1 - Quel doit être le signe du courant i imposé par le générateur pour que le système puisse fonctionner en treuil, c'est-à-dire puisse soulever la masse ? Déterminer la valeur minimale de E permettant d'atteindre ce fonctionnement.
- 2 - Établir l'expression de la norme de la force de tension du câble en fonction de l'accélération de la masse m_0 .
- 3 - Établir les équations électrique et mécanique du système.
- 4 - En déduire l'expression de la vitesse $v_z(t)$ de la masse m_0 en supposant qu'elle est initialement immobile. Déterminer la valeur limite de la vitesse de levage, notée V_0 .
- 5 - Établir et interpréter le bilan de puissance du système en régime permanent.

□ Exercice 30.2. Freinage inductif en translation ★★ (Equations électrique et mécanique)



La plupart des manèges des parcs d'attraction utilisent des dispositifs de freinage inductif en plus du freinage par friction. On modélise dans cet exercice une attraction proposant aux passagers d'une cabine d'ascenseur de tomber en chute quasi-libre pendant quelques secondes avant d'être brutalement freinés. La première étape du freinage est magnétique.

Dans le chassis de la cabine d'ascenseur est placée un bobinage conducteur modélisé par une unique spire rectangulaire de côtés a et b , de masse m et de résistance R . Sa position est repérée par la cote z du bas de la spire. Dans le demi-espace $z > 0$ règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent. À l'instant $t = 0$, la cabine se trouve dans la situation représentée sur la figure ci-contre où $z = 0$, sa vitesse valant alors $\vec{v} = v_0 \vec{u}_z$. Pour simplifier, les frottements de l'air seront négligés dans tout l'exercice.

- 1 - Montrer que le mouvement ultérieur de la cabine reste une translation verticale selon l'axe (Oz) .
- 2 - Établir une équation différentielle portant sur la vitesse v de la cabine.
- 3 - Résoudre cette équation. Que se passe-t-il lorsque $z = b$?
- 4 - Justifier qu'un freinage magnétique ne peut pas suffire à arrêter la cabine d'ascenseur.

□ Exercice 30.3. Haut-parleur ★★★ (Conservation de la puissance, RSF)

Un haut-parleur est composé d'un aimant permanent fixe, dont la géométrie permet de produire un champ magnétique radial de norme constante, $\vec{B} = B \vec{e}_r$, représenté par les flèches vertes en traits fins sur la figure 3.

Une membrane est reliée mécaniquement à cet aimant par une suspension appelée le « spider », modélisée par un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k . Un châssis mobile cylindrique portant un bobinage de résistance R et de longueur totale ℓ_{bob} (ℓ_{bob} tient compte à la fois du rayon du bobinage et du nombre de spires bobinées) peut se déplacer dans l'entrefer de l'aimant. L'ensemble formé par la bobine, le châssis et la membrane est appelé « équipement mobile » du haut-parleur.

Un générateur extérieur impose une tension de commande u , et donc un courant i circule dans la bobine. La membrane est alors mise en mouvement sous l'effet des forces de Laplace, et crée une onde de pression : le son.

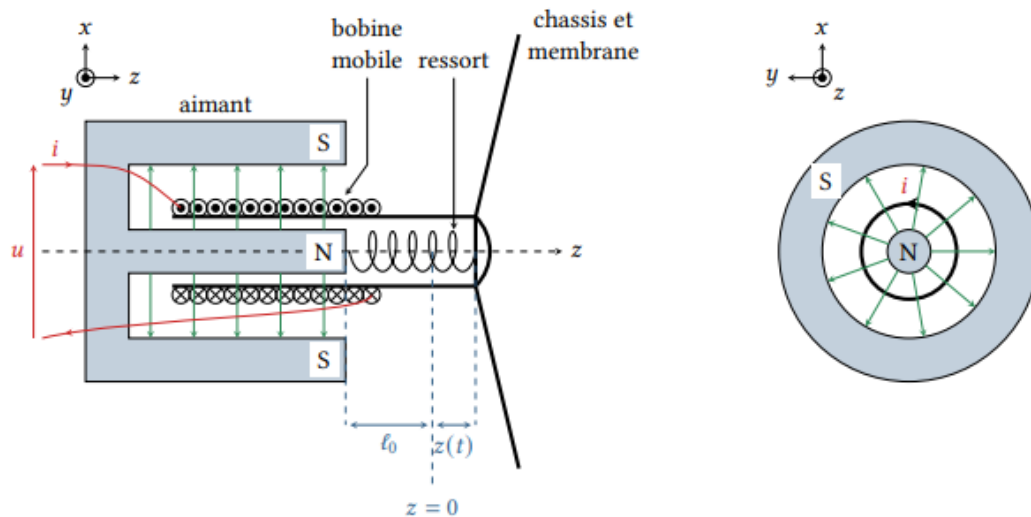


Figure 3 – Schéma de principe d'un haut-parleur électrodynamique. Vue en coupe et vue de face d'un haut-parleur simplifié.

1 - Montrer que la force de Laplace subie par un tronçon de spire bobinée de longueur infinitésimale $d\ell$ s'écrit

$$d\vec{F}_L = -i B d\ell \vec{e}_z.$$

En déduire la force de Laplace totale en fonction de ℓ_{bob} .

2 - Établir l'équation mécanique du système. On prendra en compte une force de frottements linéaire $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$: que modélise-t-elle ?

3 - Exprimer la fém induite en utilisant la conservation de la puissance lors de la conversion électro-mécanique.

4 - En déduire l'équation électrique du système.

5 - Exprimer l'impédance d'entrée du haut-parleur $\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I}$. Montrer qu'elle s'interprète comme la mise en série d'une impédance électrique et d'une impédance mécanique à définir.

Conversion électromécanique en rotation

□ Exercice 30.4. Roue de Barlow ★★ (Equations électrique et mécanique, moment cinétique)

La roue de Barlow, voir figure 4, constitue l'une des toutes premières démonstrations de moteur électrique, mise en œuvre par Peter Barlow en 1822. Une roue métallique plonge à l'une de ses extrémités dans un bain de mercure. Une pile impose une tension $U \approx 10 \text{ V}$ entre le centre de la roue et le bain de mercure. Un aimant en fer à cheval est placé autour du bain de mercure. La roue permet de lever une masse posée sur le plateau visible à droite de la figure.

Des dentures sont présentes sur la roue pour que le contact avec le bain de mercure soit quasi-ponctuel : pour simplifier, on la modélise par un disque homogène de rayon $a = 10 \text{ cm}$ et de moment d'inertie J , et on suppose que le courant circule uniquement le long de la ligne CO . La résistance électrique de l'ensemble vaut $R = 10 \text{ k}\Omega$. Le champ magnétique $B \approx 10 \text{ mT}$ est supposé uniforme le long de CO . Le fil soulevant la masse exerce sur la roue un moment résistant $\Gamma_m < 0$, égal à $-bmg$ en régime permanent.

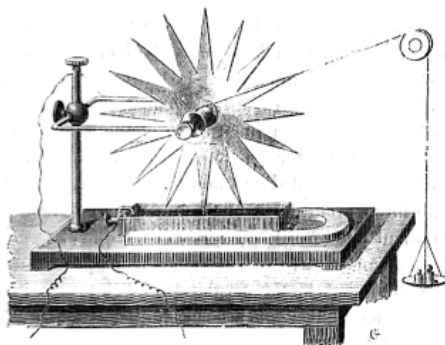


Fig. 57. — Roue de Barlow.

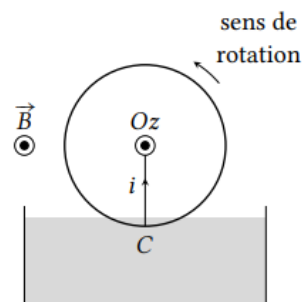


Figure 4 – Roue de Barlow.

- 1 - Exprimer la force de Laplace subie par le disque puis son moment. En déduire l'équation mécanique décrivant son mouvement.
- 2 - Exprimer la puissance des actions de Laplace et en déduire la force électromotrice induite dans le circuit par le mouvement du disque. Déterminer l'intensité du courant en fonction de R , B , U_0 et de la vitesse de rotation ω .
- 3 - Quelle vitesse ω_∞ atteint le disque en régime permanent ?

□ Exercice 30.5. Moteur asynchrone ★★★ (Equations électrique et mécanique, RSF)

Le bobinage du rotor d'une machine asynchrone peut être modélisé par une bobine plate de résistance R , d'inductance L et de surface S tournant à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe (Ox) . La normale $\vec{n}$ à la spire est contenue dans le plan (Oyz) , voir figure 5. Cette spire est plongée dans un champ $\vec{B}$ généré par le stator, localement uniforme, contenu dans le plan (Oyz) , de norme constante, tournant à vitesse angulaire constante ω' autour de (Ox) . Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne le rotor.

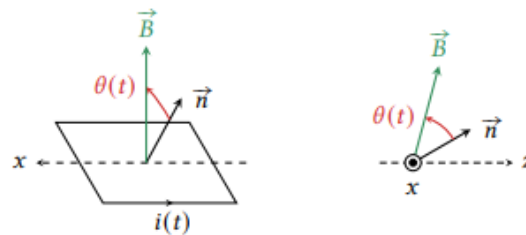
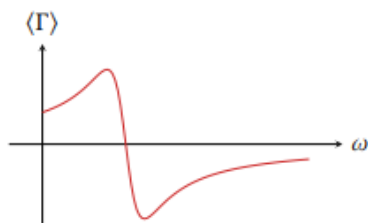


Figure 5 – Moteur asynchrone.

- 1 - Expliquer qualitativement (sans équation !) pourquoi la spire tourne. Les deux vitesses ω et ω' peuvent-elles être identiques ?
- 2 - Pour simplifier, on suppose qu'à l'instant initial $\vec{n}$ et $\vec{B}$ sont colinéaires et de même sens selon $\vec{e}_z$. Exprimer l'angle θ en fonction de $\Omega = \omega' - \omega$. Que représente physiquement la vitesse de glissement Ω ?
- 3 - Établir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans le rotor en fonction de Ω .
- 4 - On se place en régime permanent. Déterminer la pulsation du courant dans la bobine et résoudre l'équation différentielle obtenue précédemment à l'aide de la représentation complexe. Écrire la solution comme une somme de sinus et cosinus.
- 5 - En considérant le moment magnétique $\vec{m}$ de la spire, calculer le couple auquel elle est soumise. En déduire le couple moyen $\langle \Gamma \rangle$ s'exerçant sur la bobine.



Le moteur doit entraîner une charge mécanique exerçant un couple résistant Γ_r constant. Supposons le temps de réponse mécanique du système (lié notamment au moment d'inertie du rotor) très grand devant la période $2\pi/\Omega$ du couple magnétique, ce qui permet de considérer que le couple magnétique ressenti par le rotor est constant, égal à sa valeur moyenne $\langle \Gamma \rangle$. L'allure de la courbe représentant $\langle \Gamma \rangle$ en fonction de la vitesse de rotation ω du rotor par rapport au stator est donnée ci-contre.

- 6 - Justifier graphiquement qu'un ou deux points de fonctionnement, c'est-à-dire une ou deux vitesses de rotation ω , sont possibles. En raisonnant en termes de stabilité par rapport à Γ_r , justifier qu'un de ces deux points de fonctionnement n'est pas utilisable en pratique. Lequel et pourquoi ?