

Séquence 3

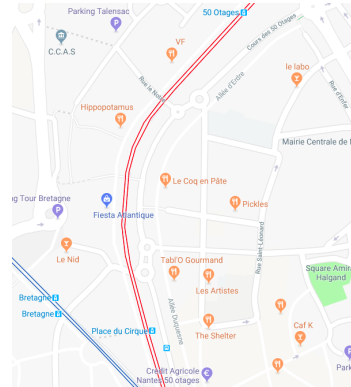
Déterminer la position, la vitesse et l'accélération d'un point**Plat unique (mais copieux)****Exercice 1 : Se déplacer dans le tramway**

FIGURE 1 – Tramway de la ligne 2 à son passage par l'arrêt Place du Cirque et détail du plan de Nantes avec le tronçon étudié.

La ligne 2 du tramway de Nantes passe par le cours des 50 otages. Entre les arrêts *50 otages* et *Place du cirque*, on assimile le tracé du rail à un cercle.

On modélise le tram par un solide indéformable (1) en rotation par rapport au sol (0) autour d'un point O (pas loin de la place du Pilon...). Le centre du tram est appelé A . On assimile un passager se déplaçant dans le tramway à un point matériel P . On admet qu'il n'est pas l'heure de pointe et donc que le passager peut se déplacer librement dans le tram :

- le vecteur \vec{x}_0 est orienté de O vers la place du Pilon
- \vec{z}_0 est la verticale ascendante
- $\vec{OA} = R \vec{x}_1$
- $\vec{AP} = \lambda(t) \vec{x}_1 + \eta(t) \vec{y}_1$
- $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$

Question 1 Exprimer la vitesse puis l'accélération de P par rapport au sol.

Question 2 Expliquer le récit suivant : « Jean-Lucien, après être monté à l'arrière du tram à 50 otages en direction de place du cirque, crut apercevoir son amie Marie-Bernadette à l'avant du tram. Ravi, il courut à sa rencontre et s'écrasa pathétiquement contre la porte à peine fermée... ». Pendant le déplacement de Jean-Lucien dans le tram, celui-ci avance à vitesse constante. On s'intéressera en particulier au moment où Jean-Lucien est au milieu du tram.

Question 3 En admettant que Jean-Lucien se soit remis de sa chute, qu'il ait repris sa course et que Marie-Bernadette ne soit pas particulièrement ravie de son imminente rencontre avec Jean-Lucien, expliquer ce qu'elle ressentira quand elle courra, telle Indiana Jones, de la gauche vers la droite du tram afin d'échapper par la porte (après un passage obligé et douloureux à travers la vitre...) à cette rencontre? Pendant les acrobaties de Marie-Bernadette, le tram avance à vitesse constante.

Question 4 Tracer approximativement la trajectoire de Marie-Bernadette par rapport au tram et par rapport au sol une fois qu'elle a traversé la porte.

Quels que soient vos résultats, il est très fortement déconseillé de mettre en pratique l'expérience étudiée.¹

1. Aucun étudiant n'a été blessé lors de la rédaction de cet exercice.

Exercice 2 : Échelle E.P.A.S.

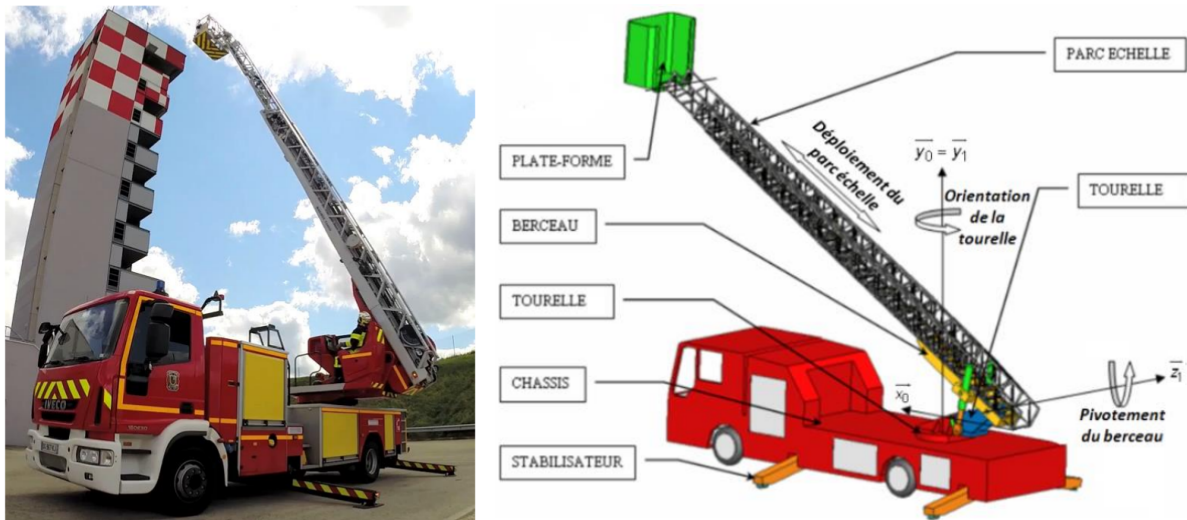


FIGURE 1 – Échelle E.P.A.S. montée sur un camion de pompiers.

L'échelle E.P.A.S. (Échelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle), conçue et commercialisée par la société CAMIVA, équipe les camions de pompiers et permet de déplacer une plate-forme pouvant contenir jusqu'à deux personnes et un brancard.

Ses caractéristiques géométriques principales et le paramétrage sont indiqués ci-dessous.

- $\vec{OA} = -a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$
- $\vec{AB} = e\vec{x}_1 - f\vec{y}_1$
- $\vec{BC} = \eta\vec{y}_4$
- $\vec{CD} = \lambda\vec{x}_2$
- $\alpha = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$
- $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$
- $\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_6) = (\vec{y}_2, \vec{y}_6)$
- $\gamma = (\vec{x}_1, \vec{x}_4) = (\vec{y}_1, \vec{y}_4)$
- $AC = c, DG = d$

L'inclinaison de l'échelle est pilotée par le vérin (4-5). On pourra noter $V = \|\vec{V}(G/0)\|$.

Id	Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
1	Déplacement le long du mur	Trajectoire $G/0$	rect. vert.	± 2 cm sur 10 m
2	Orientation nacelle	angle avec l'horizontale	0°	$\pm 5^\circ$
3	Vitesse d'avancement vertical	$\ \vec{V}(G/0)\ $	1 m/s	$\pm 10\%$
4	Extension totale de l'échelle (25 m)	durée	< 30 s	—
5	Accélération max de la nacelle	$\ \vec{\Gamma}(G/0)\ $	$\leq 0,2$ g	—

FIGURE 2 – Extrait du cahier des charges de l'E.P.A.S.

Question 1 Effectuez un graphe de structure du mécanisme. Précisez la nature de la chaîne de solides.

Question 2 Tracez les figures planes de changement de base.

On souhaite que la nacelle ait une trajectoire verticale le long de la façade d'un immeuble (exigence 1). Ceci se traduit par le fait que les coordonnées de G dans la base lié-0e au châssis du véhicule et donc au sol doivent être telles que $\vec{OG} = x_0\vec{x}_0 + y(t)\vec{y}_0 + z_0\vec{z}_0$ avec x_0 et z_0 fixes et $y(t)$ variable.

Question 3 Faire un schéma cinématique en vue de dessus du problème (avec $\theta = 0$). On ne fera apparaître que les solides 0, 1, 2, 3 et 6.

On admet par la suite que l'exigence 2 est parfaitement vérifiée et donc que la nacelle est toujours horizontale donc $\vec{x}_1 = \vec{x}_6$.

Question 4 Traduisez l'exigence 2 comme une relation entre θ et β .

On souhaite déterminer les conditions que doivent vérifier les paramètres géométriques α , θ et λ de l'échelle pour que la nacelle se retrouve en une position donnée $\vec{OG} = x_0 \vec{x}_0 + y_0 \vec{y}_0 + z_0 \vec{z}_0$.

Question 5 Par l'écriture d'une fermeture géométrique pertinente, relier les grandeurs α , θ et λ aux données x_0 , y_0 et z_0 et aux caractéristiques géométriques de l'échelle.

Question 6 Quelles sont les grandeurs qui doivent évoluer au cours du temps pour parcourir la trajectoire verticale décrite ci-dessus ?

On suppose que la tourelle reste immobile pendant la phase de dressage étudiée ci-dessous : $\vec{\Omega}(1/0) = \vec{0}$. Dans un souci de simplification, on suppose que $\alpha = 0^\circ$. Le camion est alors garé face à l'immeuble.

Question 7 Citer une autre possibilité pour α respectant la contrainte $\vec{\Omega}(1/0) = \vec{0}$ mais avec $\alpha \neq 0$.

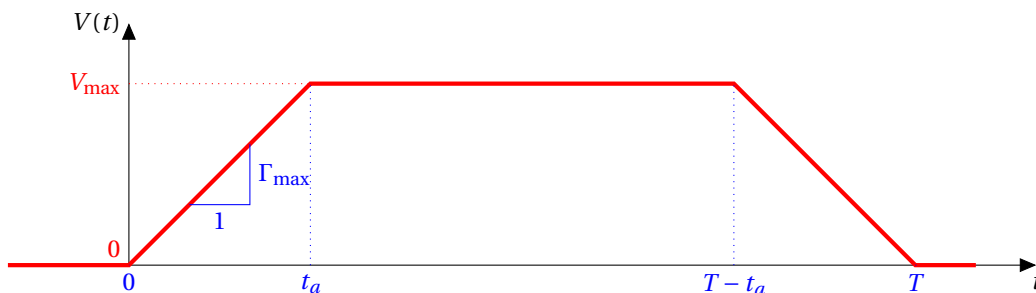
On supposera par la suite cette contrainte vérifiée. On s'intéresse par la suite à la montée de la nacelle le long de la façade de l'immeuble.

Question 8 Est-il possible de fixer arbitrairement la vitesse de sortie de l'échelle $\dot{\lambda}$ et respecter les exigences 1 et 3 du cahier des charges ?

Question 9 Explicitez $\dot{\lambda}$ et $\dot{\theta}$ en fonction de λ , θ , V et c .

Intéressons-nous finalement à la durée de la phase de dressage.

Question 10 Justifier que le temps de montée le plus court vérifiant les exigences 3 et 5 du cahier des charges s'obtient lorsque la vitesse de montée de la nacelle est trapézoïdale par rapport au temps comme ci-dessous.



Question 11 Les exigences 3, 4 et 5 peuvent-elles être respectées simultanément ?

On s'intéresse à présent au pilotage de l'échelle.

Question 12 Exprimez η en fonction de θ .

Question* 13 Tracez à l'aide de Python la consigne d'élongation η en fonction du temps pour respecter le cahier des charges.

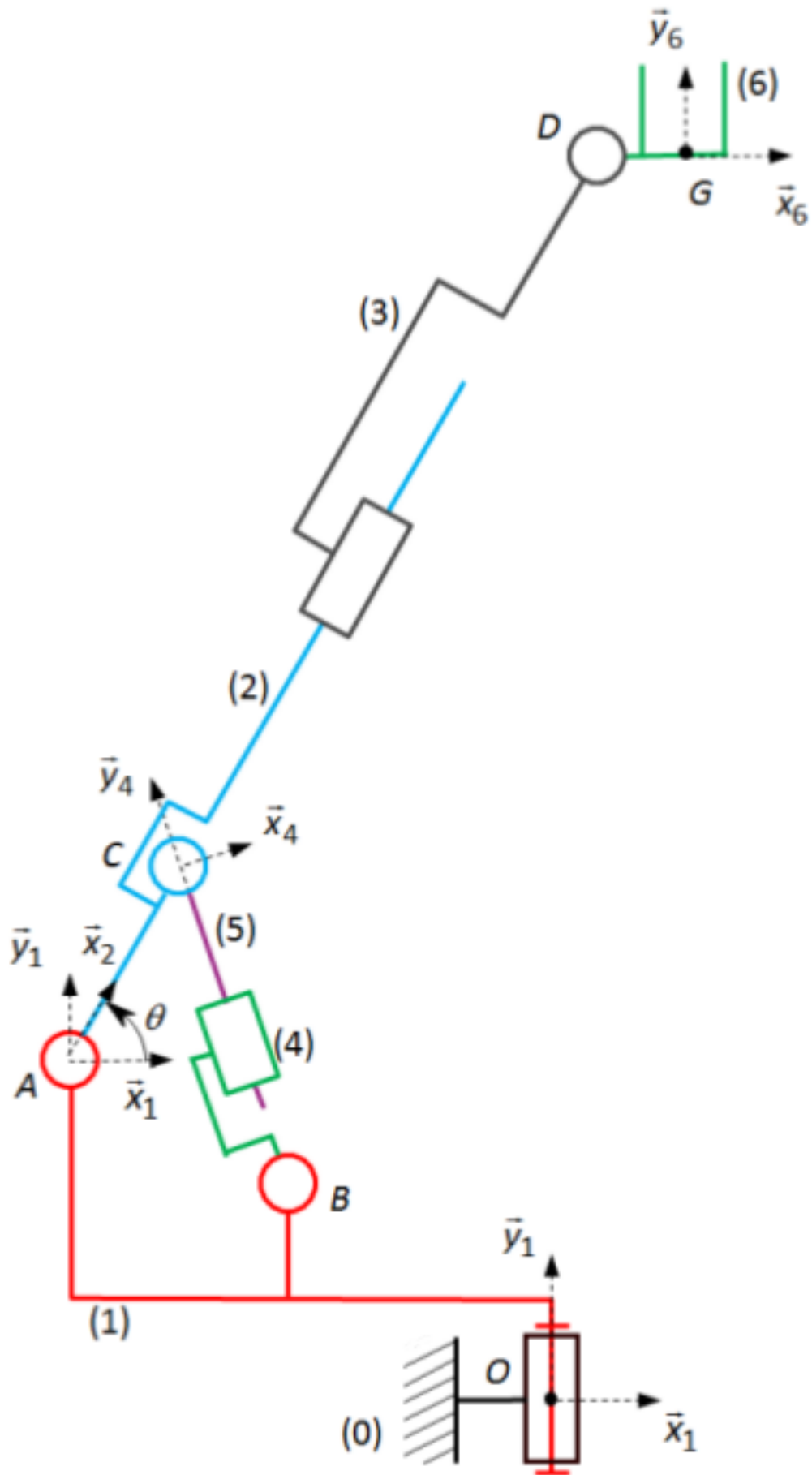


FIGURE 3 – Schéma cinématique de l'échelle E.P.A.S.