

## Séquence 4

### ***Décrire et prévoir le comportement temporel d'un système continu : systèmes asservis***

## Mise en bouche

- 1) Définir modèle de connaissance et modèle de comportement.
- 2) Rappeler la méthode d'identification pour des systèmes d'ordre 1 et 2.
- 3) Qu'est-ce qui caractérise un système asservi ?
- 4) Quel est l'objectif d'un système asservi ?
- 5) Dessiner un schéma-blocs type et y placer les mots « écart », « commande », « consigne », « grandeur asservie », « correcteur », « processus », « capteur ».
- 6) Définir la fonction de transfert de la chaîne directe.
- 7) Définir la fonction de transfert de la chaîne de retour.
- 8) Définir la fonction de transfert en boucle ouverte et l'exprimer en fonction des fonctions de transfert de la chaîne directe et de retour.
- 9) Définir la fonction de transfert en boucle fermée et l'exprimer en fonction des fonctions de transfert de la chaîne directe et de retour.
- 10) Énoncer le principe de superposition.



Pour ceux qui aiment démarrer le repas avec un peu de piment...

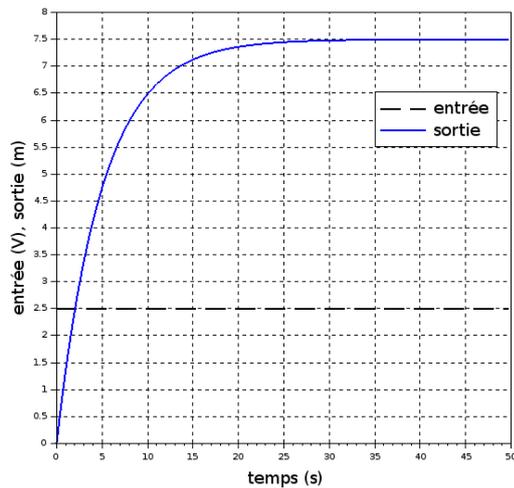
- 1) On se donne un système asservi à chaîne de retour unitaire ( $FTCR(p) = 1$ ) et à chaîne directe d'ordre 1 et de classe 0. Exprimez la fonction de transfert de la boucle fermée et déterminez son ordre, sa classe et les caractéristiques de la fonction de transfert (gain statique etc.)
- 2) Idem avec une chaîne directe d'ordre 2 et de classe 0.

# Entrée

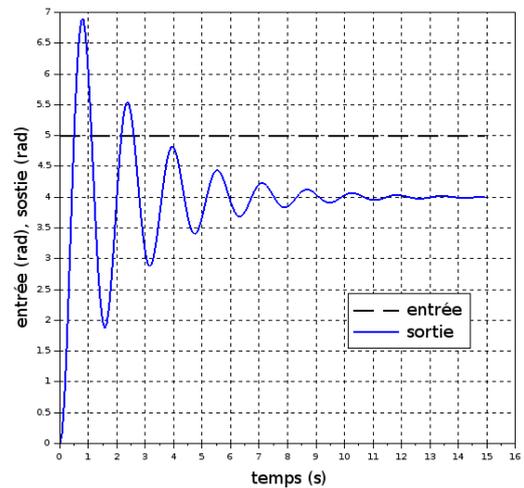
## Exercice 1 : Identification

On souhaite établir un modèle de chacun des systèmes dont la réponse à un échelon est donné ci-dessous.

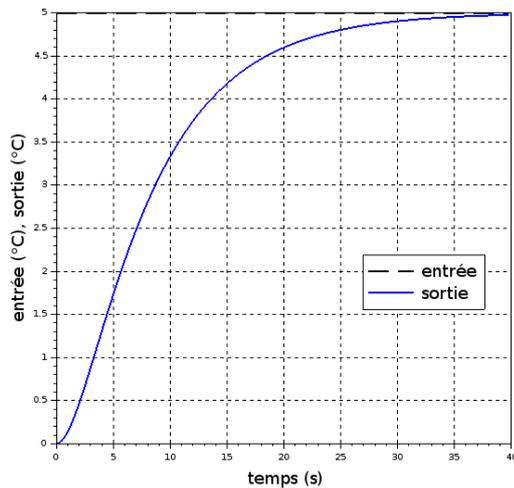
**Question 1** Identifier la fonction de transfert des systèmes ayant pour réponse indicielle les relevés expérimentaux ci-dessous.



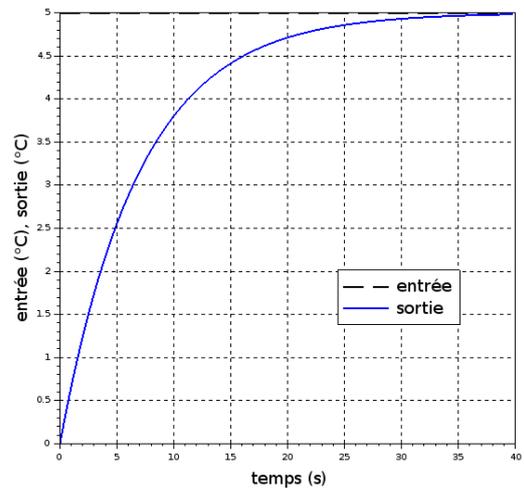
(a) Relevé n°1



(b) Relevé n°2



(c) Relevé n°3



(d) Relevé n°4

# Plat

## Exercice 1 : Robot cartésien 3 axes S5 Line

Les robots cartésiens 3 axes sont des robots permettant de positionner un outil en un point quelconque de la zone de travail grâce à trois actionneurs agissant indépendamment sur chacune des trois coordonnées cartésiennes de la position de l'outil.



FIGURE 1 – Robot cartésien S5 Line (à gauche) et modélisation de principe d'un robot cartésien quelconque (à droite).

Chaque axe du robot est asservi indépendamment. On s'intéresse ici à déterminer les performances de l'un de ces asservissements.

La tension d'alimentation  $u(t)$  du moteur est fournie par une carte électronique de puissance avec interface homme-machine. Son action peut être modélisée comme un gain pur s'appliquant à l'écart  $\varepsilon$  entre la consigne  $x_c(t)$  et la grandeur asservie  $x(t)$ , mesurée par un capteur supposé idéal (gain pur unitaire). Le gain de la carte électronique sera noté  $K$  et est réglable via un logiciel. La valeur est initialement choisie de façon arbitraire :  $K = 1$  V/mm.

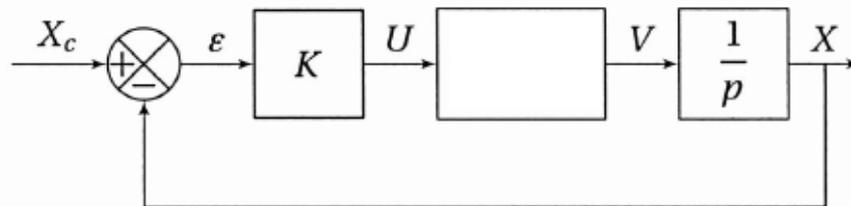


FIGURE 2 – Schéma-bloc de l'asservissement de l'un des axes de positionnement du robot S5 Line.

On établit un modèle de comportement de la motorisation, ayant pour entrée la tension d'alimentation du moteur et pour sortie la vitesse d'avancée du robot. Pour ce faire, on dispose de la réponse de celle-ci à une entrée en échelon d'amplitude 10 V. Lors de cet essai, la motorisation est débranchée du système.

**Question 1** Justifier que le système est bien asservi. Y a-t-il une perturbation? Le rôle de l'asservissement est-il suiveur ou régulateur?

**Question 2** Déterminer la grandeur asservie, la consigne et la commande du système.

**Question 3** Identifier le comportement de la motorisation.

**Question 4** Compléter le schéma-blocs.

**Question 5** Justifier la fonction de transfert du bloc  $\frac{1}{p}$ . Ce bloc est-il associé à un composant en particulier?

**Question 6** Déterminer la fonction de transfert  $\frac{X(p)}{X_c(p)}$ . Comment est appelée cette fonction de transfert?

**Question 7** Préciser l'ordre et la classe de la fonction de transfert déterminée ci-dessus.

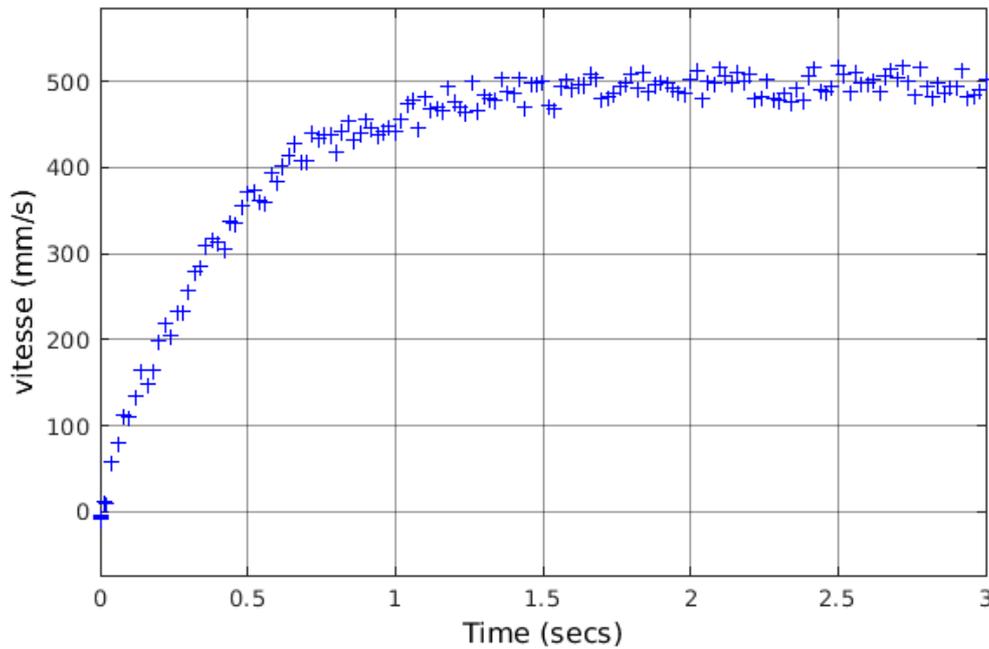


FIGURE 3 – Réponse de la motorisation à un échelon de tension de 10 V.

**Question 8** Quantifier la précision du système asservi.

**Question 9** La réponse indicielle du système présente-t-elle un dépassement? Si oui, le quantifier en utilisant l'abaque.

**Question 10** Déterminer le temps de réponse à 5% du système asservi (on se servira de l'abaque fournie avec le cours). Cette valeur est-elle différente de celle de la motorisation non asservie?

**Question 11** Déterminer la valeur de  $K$  permettant d'obtenir le temps de réponse à 5 % minimal.

**Question 12** Déterminer maintenant la valeur de  $K$  permettant d'obtenir le temps de réponse à 5 % minimal sans dépassement.

## Exercice 2 : Asservissement en position d'un axe d'une machine-outil

On s'intéresse à un asservissement en position d'une machine-outil. Le système permet de translater un chariot suivant une direction fixe de la machine.

Le système contrôle la position  $x(t)$  du chariot suivant la direction définie par un axe  $(O\vec{x})$ . Cette position est donnée en millimètres.

La chaîne d'énergie est constituée d'un variateur, d'un moteur électrique, d'un réducteur poulies-courroie et d'un système vis-écrou qui permet de transformer un mouvement de rotation en un mouvement de translation du chariot.

Le variateur fixe la tension d'alimentation du moteur, notée  $u_m(t)$  (en V) en fonction de la tension de commande, notée  $u_v(t)$  (en V).

Le moteur met en mouvement l'arbre moteur à une vitesse  $\omega_m(t)$  (en rad/s).

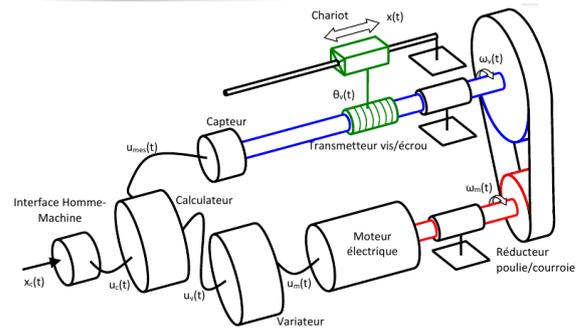
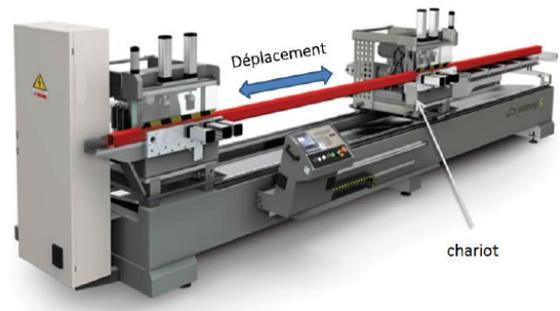
Le réducteur poulies-courroie permet d'obtenir une vitesse de rotation de la vis  $\omega_v(t)$  (en rad/s) plus faible que celle du moteur.

Le transmetteur vis-écrou transforme la rotation de la vis (position angulaire  $\theta_v(t)$  en rad) en un mouvement de translation du chariot (position linéaire  $x(t)$  en mm).

La chaîne d'information est quant à elle constituée d'une interface homme-machine, d'un capteur de position angulaire et d'un calculateur.

L'interface homme-machine traduit la consigne de position  $x_c(t)$  (en mm), en une tension  $u_c(t)$  (en V). Le capteur mesure l'angle de rotation de la vis  $\theta_v(t)$  (en tours) et transmet au calculateur la grandeur  $u_{mes}(t)$  (en V). Cette tension image de  $\theta_v(t)$  est également proportionnelle à  $x(t)$ .

Le calculateur compare ensuite cette mesure  $u_{mes}(t)$  avec l'image de la consigne de position  $u_c(t)$ , puis détermine l'image de l'écart  $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$  pour élaborer un signal de commande en tension  $u_v(t)$  (en V) qui est communiqué au variateur.



### Description fonctionnelle du système

**Question 1** Le système est-il asservi? Justifier et identifier la grandeur asservie.

**Question 2** Compléter le premier schéma fonctionnel de la figure 1 en faisant apparaître les noms des composants et leur fonction ainsi que les flux d'énergie et d'information et leur unité. Indiquer les blocs dont la nature est purement mathématique.

### Modélisation de connaissance du moteur à courant continu

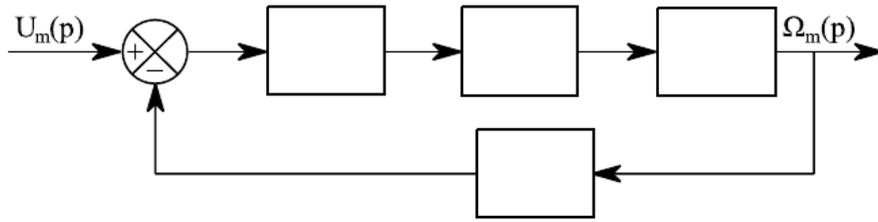
On commence par modéliser le comportement du moteur à courant continu. Les équations régissant le comportement du moteur à courant continu s'écrivent, en l'absence d'efforts résistants autres que les frottements visqueux,

$$\begin{cases} u_m(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di}{dt}(t) \\ C_m(t) = K_i i(t) \\ J \frac{d\omega_m}{dt}(t) = -f\omega_m(t) + C_m(t) \\ e(t) = K_e \omega_m(t) \end{cases}$$

avec  $R$  (la résistance interne),  $L$  (l'inductance de l'induit),  $K_i$  (la constante de couple),  $K_e$  (la constante de force électromotrice),  $J$  (le moment d'inertie équivalent) et  $f$  (le coefficient de frottements visqueux) des constantes.

**Question 3** Traduire ces équations dans le domaine de Laplace et compléter le schéma-blocs représentant le comportement du moteur.

**Question 4** Dédurre l'expression de la fonction de transfert  $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$  sous forme canonique.



### Modélisation de connaissance des composants

Le calculateur, le variateur et le capteur sont modélisés comme des gains purs  $K_c$ ,  $K_v$  et  $K_{cap}$  respectivement. L'équation de comportement du réducteur s'écrit  $\frac{\omega_v}{\omega_m} = r$ . Celui du système vis-écrou s'écrit  $x(t) = \frac{p_v}{2\pi} \theta_v(t)$  avec  $p_v$  une constante appelée « pas ».

**Question 5** Déterminer la fonction de transfert du correcteur, du variateur, du capteur, du réducteur et du système vis-écrou.

**Question 6** Déterminer la fonction de transfert de l'interface home-machine permettant d'avoir un système asservi précis (l'écart doit être nul si l'erreur est nulle).

**Question 7** Compléter la deuxième chaîne fonctionnelle de la figure 1 et déterminer la fonction de transfert globale du système.

**Question 8** En supposant qu'il est stable, conclure quant à la précision du système en réponse à un échelon.

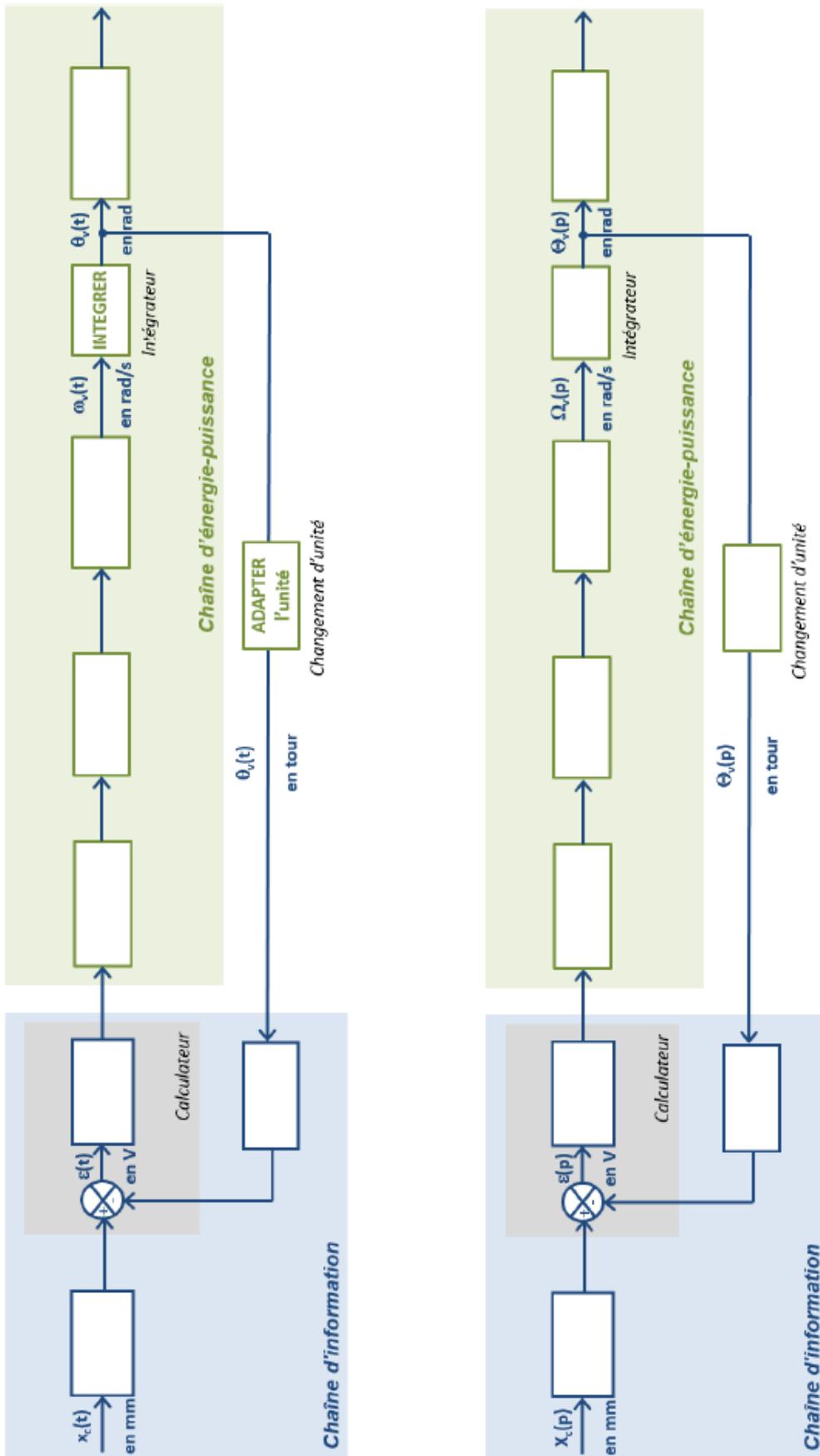


FIGURE 1 – Chaînes fonctionnelles à compléter

# Fromage

## Exercice 1 : Régulation du niveau d'eau dans un réservoir du système RAMSES



Le système de Régulation de l'Assainissement par Mesures et Supervision des Équipements et Stations (RAMSES) est un système anti-inondations mis en place à Bordeaux pour éviter des dégâts comme ceux qui ont eu lieu suite à des orages exceptionnels dans les années 80 dans cette ville.

Le système, composé d'environ 2000 km de canalisations dont le diamètre atteint 4,5 m pour les plus importantes, 82 bassins de stockage d'eau pour un volume total de plus de 2,5 millions de m<sup>3</sup>, 300 limnimètres<sup>1</sup>, des stations de pompage, des débitmètres, des marégraphes etc. Un système d'information connecte les différents capteurs et le centre de contrôle, où des experts gèrent le stockage ou la libération des réserves d'eau.

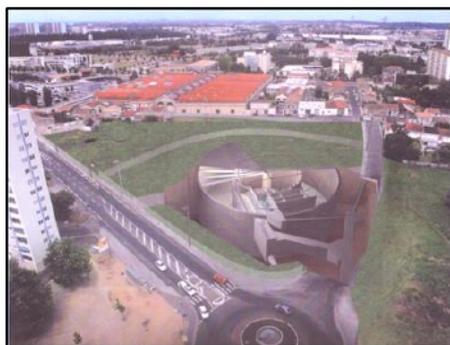
La gestion de l'eau impose des contraintes liées à l'activité humaine mais aussi à l'environnement. D'une part, il faut stocker suffisamment d'eau pour que la population puisse l'utiliser et d'autre part il faut toujours conserver un débit d'eau minimal dans les cours naturels pour préserver les écosystèmes qui les habitent<sup>2</sup>. Par ailleurs, en cas de grandes pluies, le système doit être capable d'absorber de grandes quantités d'eau dans les bassins de stockage pour la restituer ensuite avec un débit moindre.



Canalisation ( $\varnothing = 4,5 \text{ m}$ )



Station de pompage



Bassin de stockage enterré



Bassin d'étalement extérieur

On s'intéresse ici à la régulation du niveau d'eau dans l'un des réservoirs. Le débit de sortie du réservoir est fixé par les besoins humains, environnementaux et les risques d'inondations. Ils sont donc imposés par des besoins autres que ceux de la régulation du niveau et sont donc considérés vis-à-vis du système comme une perturbation.

1. Un limnimètre est un capteur permettant de mesurer la hauteur d'eau dans un cours d'eau ou un réservoir. Il existe différentes technologies, allant de la mesure de la position verticale d'un flotteur à la mesure de la pression au fond de l'eau par des condensateurs de capacité variable en fonction de la déformation subie par l'action de l'eau.

2. Lorsque l'eau est utilisée pour produire de l'électricité, le débit imposera la puissance maximale qui peut être obtenue, ce qui suppose une contrainte supplémentaire.

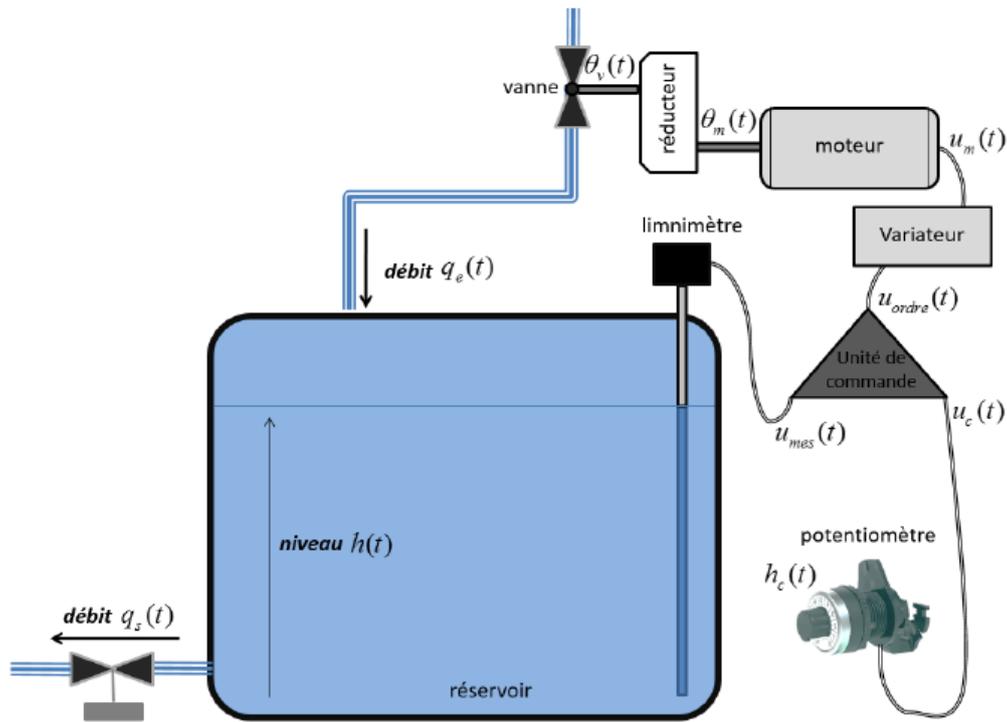


FIGURE 1 – Schéma d'un réservoir.

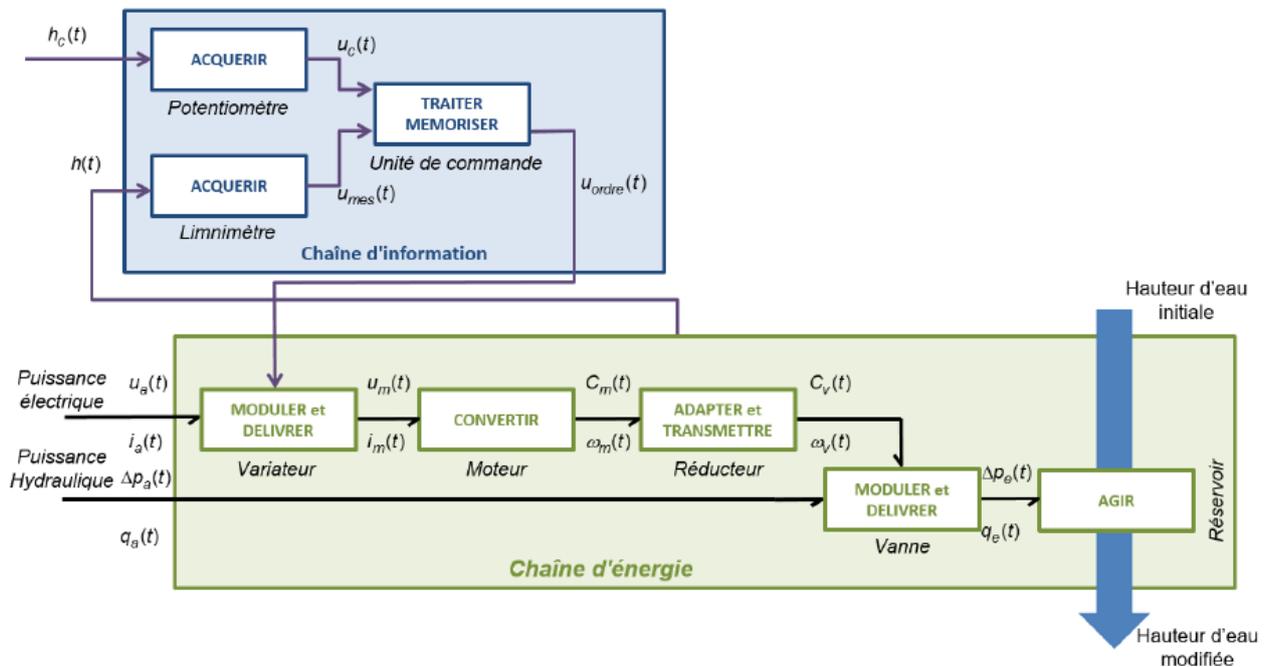


FIGURE 2 – Schéma fonctionnel du système de gestion du niveau d'eau dans le réservoir.

La hauteur d'eau du réservoir est la grandeur que l'on cherche à asservir : la consigne est fixée par des experts en fonction des pluies attendues ainsi que des besoins de stockage d'eau pour la population et de maintien d'un débit de sortie minimal pour préserver les écosystèmes du bassin.

Le système est constitué de :

- un moteur tournant à la vitesse angulaire  $\omega_m(t)$  et alimenté par une tension d'alimentation  $u_m(t)$  ;
- un réducteur permettant de réduire la vitesse de rotation de l'axe du moteur  $\omega_m(t)$  et d'obtenir ainsi la vitesse de rotation  $\omega_v(t)$  ;
- une vanne délivrant un débit  $q_e(t)$  proportionnel à l'angle d'ouverture  $\theta_v(t)$  ;
- un réservoir de section constante  $S$  dont le débit d'entrée est  $q_e(t)$  et celui de sortie est  $q_s(t)$  ;
- un limnimètre (capteur de hauteur d'eau) permettant de traduire le niveau d'eau atteint dans le réservoir  $h(t)$  en une tension électrique  $u_{mes}(t)$ , signal électrique image de ce niveau ;
- un potentiomètre (interface H/M) permettant de traduire la consigne de niveau d'eau souhaité  $h_c(t)$  en tension  $u_c(t)$ , image de cette consigne ;
- une unité de commande (comparateur + correcteur) permettant :
  - \* de comparer la tension de consigne  $u_c(t)$  à la tension de mesure  $u_{mes}(t)$  et d'en déduire une tension  $\varepsilon(t)$ , image de l'erreur ;
  - \* de convertir cette tension  $\varepsilon(t)$  en une tension de commande du variateur  $u_{ordre}(t)$  ;
- un variateur permettant de délivrer la tension  $u_m(t)$  d'alimentation du moteur de façon proportionnelle à la commande électrique  $u_{ordre}(t)$  qu'il reçoit.

Les modèles de connaissance des composants sont données ci-dessous :

$$\text{unité de commande : } u_{ordre}(t) = A \frac{d\varepsilon}{dt}(t)$$

$$\text{moteur : } \tau \frac{d\omega_m}{dt}(t) + \omega_m(t) = K_m u_m(t)$$

$$\text{réservoir : } q_e(t) - q_s(t) = S \frac{dh}{dt}(t)$$

**variateur, réducteur, vanne, limnimètre :** gains purs valant respectivement  $B$ ,  $\rho$ ,  $K_v$  et  $a$ .

On suppose qu'à l'instant initial le système est au repos : toutes les grandeurs et leurs dérivées sont nulles pour  $t < 0$ .

**Question 1** Le système est-il asservi ? Si oui, quelle grandeur est asservie ?

**Question 2** Existe-t-il une perturbation ?

**Question 3** Déterminer la structure du schéma-bloc modélisant cet asservissement, en identifiant les différents composants (nom sous les blocs) et en précisant leur fonction de transfert à l'intérieur des blocs, ainsi que les grandeurs de flux avec leur unité SI. Vous déterminerez les gains manquants éventuels de telle sorte que le système puisse être précis.

**Question 4** Déterminer les fonctions de transfert  $F_1(p) = \left. \frac{H(p)}{H_c(p)} \right|_{Q_s(p)=0}$  et  $F_2(p) = \left. \frac{H(p)}{Q_s(p)} \right|_{H_c(p)=0}$ .

**Question 5** Déterminer l'expression de  $H(p)$  en fonction de  $F_1(p)$ ,  $F_2(p)$ ,  $H_c(p)$  et  $Q_s(p)$  et en déduire l'expression en fonction de  $H(p)$  en fonction des caractéristiques des composants.

Le système est soumis à une consigne en échelon d'amplitude  $h_0$ . Simultanément, le débit de sortie suit une loi en échelon d'amplitude  $q_0$ .

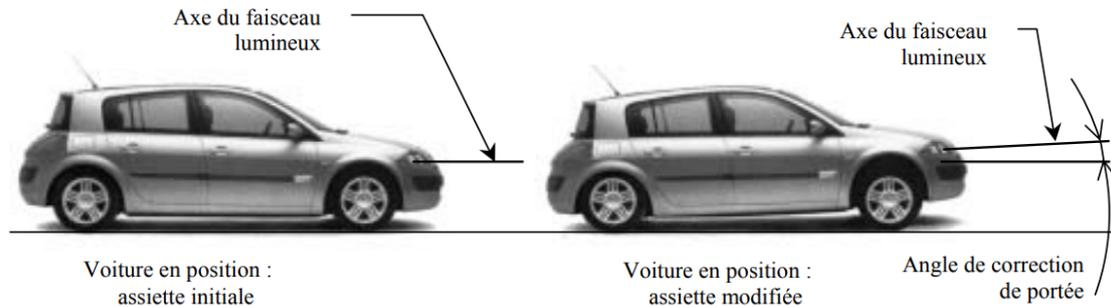
**Question 6** Lorsque la hauteur d'eau dans le réservoir est stabilisée, quelle est sa valeur en fonction des paramètres du système, de  $h_0$  et de  $q_0$  ? Conclure quant à sa précision.

# Dessert

## Exercice 1 : Système de correction de portée d'un phare automobile

L'assiette d'un véhicule se modifie avec sa charge, le profil de la route ou les conditions de conduite (phase de freinage ou d'accélération). Cette modification entraîne une variation d'inclinaison de l'axe du faisceau lumineux produit par les phares du véhicule. Ceux-ci peuvent alors éblouir d'autres conducteurs ou mal éclairer la chaussée.

De nombreuses voitures sont équipées d'un système de correction de portée. Ce système fait appel à des capteurs d'assiette reliés aux essieux avant et arrière du véhicule. Les données sont traitées électroniquement par un calculateur et les commandes transmises aux actionneurs situés derrière les projecteurs. La position du projecteur est alors modifiée pour obtenir un angle de faisceau optimal évitant tout éblouissement et fournissant le meilleur éclairage de la route.



Ce système est constitué

- de capteurs d'assiette (inclinaison entre l'axe de la voiture et la route), qui permettent de mesurer l'angle d'assiette  $\beta(t)$  (en rad) et de fournir une tension  $u_\beta(t)$  (en V) image de cet angle (gain pur  $K_{cap}$ );
- un calculateur qui détermine la tension de commande  $u_v(t)$  (en V) à transmettre au variateur, proportionnelle à  $u_\beta(t)$  avec un coefficient de  $K_{calc}$ ;
- un variateur fournissant une tension d'alimentation  $u_m(t)$  égale à la moitié de la tension de commande  $u_v(t)$ ;
- un moteur à courant continu dont la fonction de transfert est notée  $M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ ;
- un réducteur de vitesse de rapport de réduction  $\rho = 490$ ;
- un transmetteur vis-écrou de pas  $p_v = 6$  mm qui transforme la rotation de l'axe de sortie du réducteur ( $\theta_r(t)$  en radians) en la translation de la tige ( $x(t)$  en mm);
- un bloc optique qui supporte les différentes lampes du phare. Il peut pivoter par rapport à la carrosserie autour d'un axe de rotation horizontal. L'angle de correction de portée  $\theta(t)$  étant petit, on peut linéariser la loi entrée-sortie sur le domaine d'utilisation.  $\theta(t)$  est alors proportionnel à la grandeur d'entrée du bloc :  $x(t)$ . Lorsque  $\theta$  varie entre  $-6^\circ$  et  $+6^\circ$ ,  $x$  varie entre  $-10$  mm et  $10$  mm.

L'angle  $\beta(t)$  est considéré comme étant l'entrée du système. Le cahier des charges impose que la valeur de  $\theta$  tende vers la valeur de  $\beta$ .

**Question 1** Déterminer le schéma-blocs traduisant le comportement du système de correction d'assiette.

**Question 2** Déterminer la nature de la fonction de transfert du bloc optique. Calculez son gain que l'on notera  $K_{bloc}$ .

**Question 3** Afin d'identifier le comportement du moteur, on en détermine expérimentalement sa réponse indicielle. Sa réponse est fournie en figure 1. Déterminer l'ordre du système {moteur}.

**Question 4** Identifier ses caractéristiques.

**Question 5** Afin de simplifier l'étude, il est souhaité de modéliser le moteur par un système du premier ordre. Est-ce pertinent? Si oui, quelles caractéristiques aurait la fonction de transfert du premier ordre?

**Question 6** Le système est-il asservi?

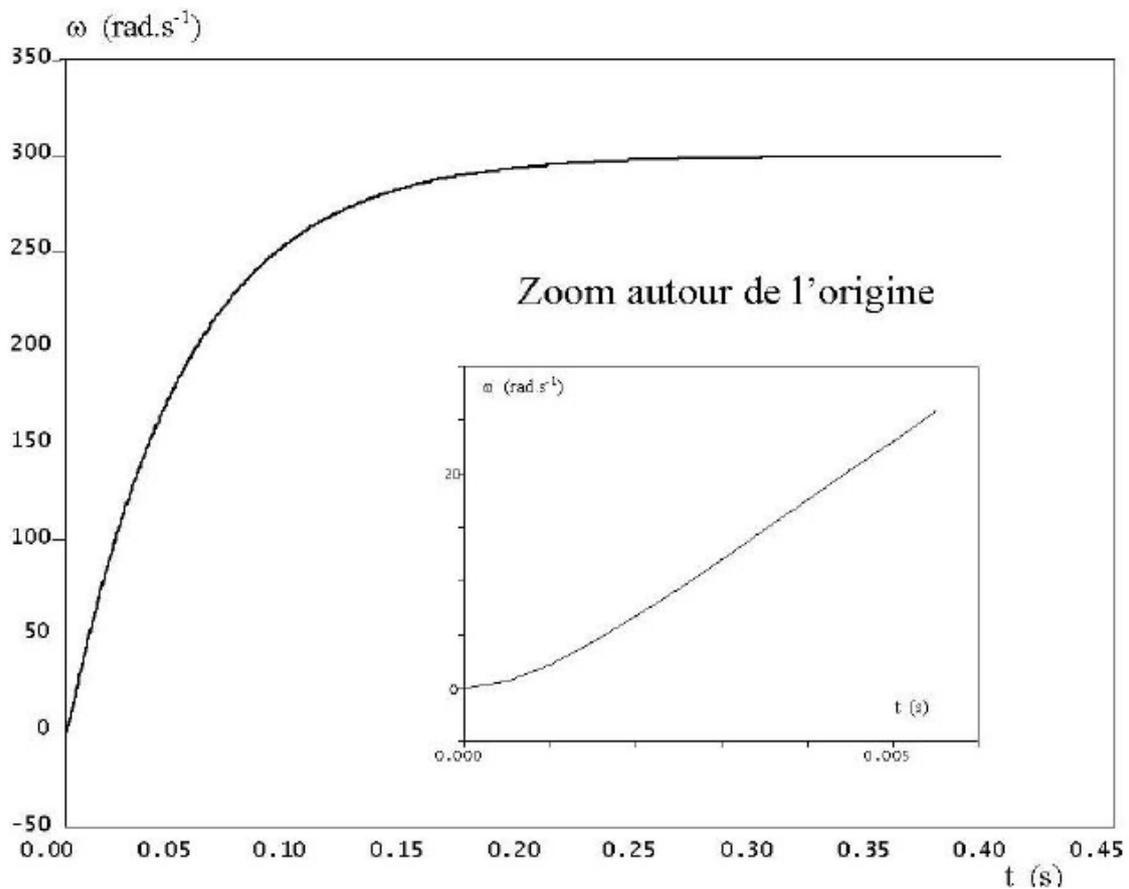
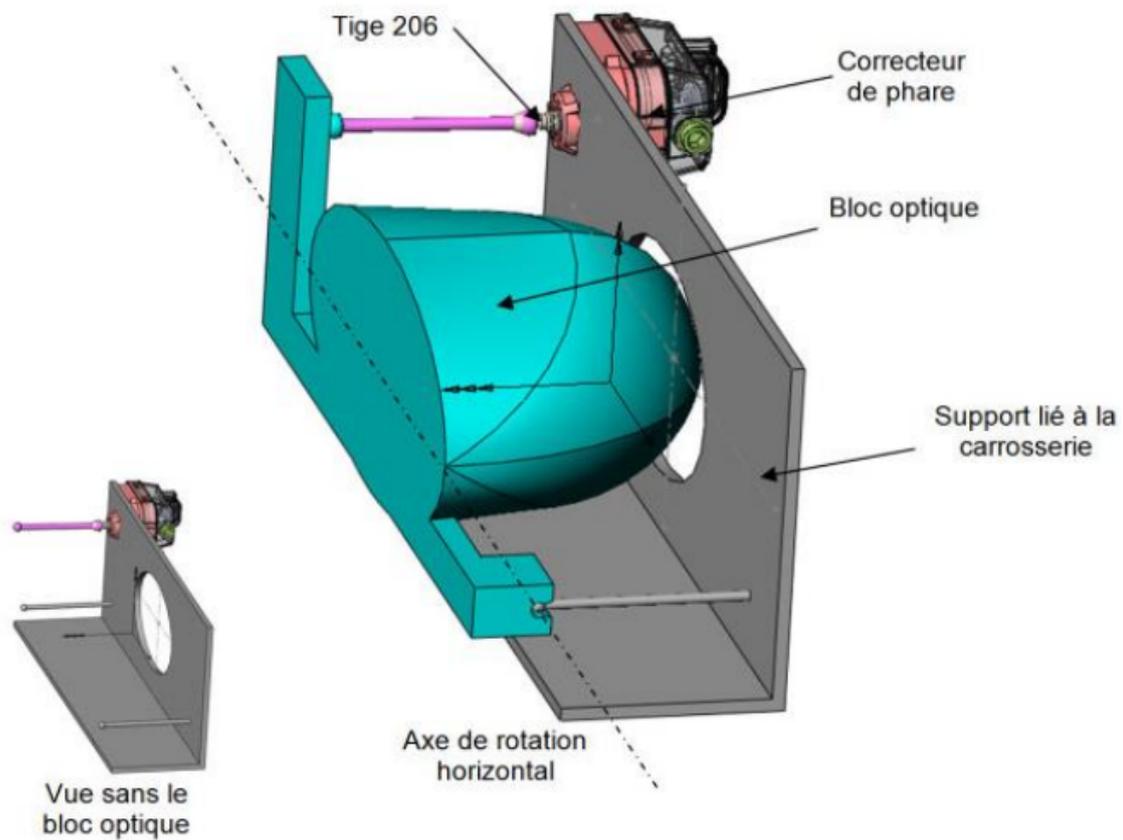


FIGURE 1 – Réponse indicielle du moteur (amplitude d'entrée : 1 V).

**Question 7** Déterminer la fonction de transfert globale du système {correcteur d'assiette}.

**Question 8** Déterminer la réponse du système à une entrée en échelon d'amplitude  $\beta_0$ .

La réponse du système à une entrée en échelon d'amplitude  $\beta_0$  est fournie en figure 2.

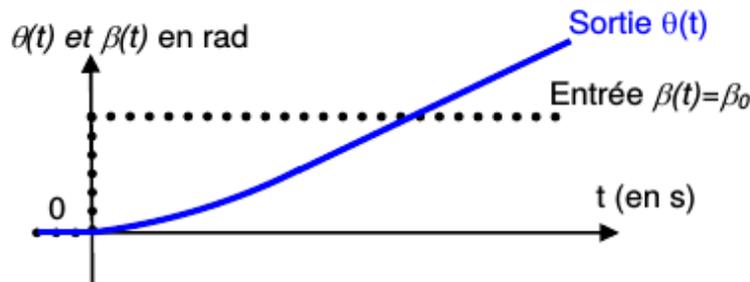


FIGURE 2 – Réponse indicielle du système correcteur de portée de phare.

**Question 9** Commenter la précision du système.

On se propose à présent d'asservir le système en ajoutant :

- un capteur de position qui mesure l'angle  $\theta(t)$  et qui peut être modélisé par un gain pur noté  $K_{pos} = 50 \text{ V/rad}$ ;
- un amplificateur (correcteur proportionnel), dont le rôle sera d'amplifier le signal de sortie du capteur afin de produire une commande  $u_v(t)$ . Son gain sera noté  $A$ .

Le calculateur ne produit plus directement la tension de commande  $u_v(t)$  mais produit une tension image de l'erreur du système qui est amplifiée par l'amplificateur, dont la sortie est la tension de commande du variateur  $u_v(t)$ .

On admet que la fonction de transfert de la chaîne d'action du système est

$$\frac{\Theta(p)}{U_v(p)} = \frac{0,003}{p(1 + 0,05p)} \quad (\text{rad/V})$$

**Question 10** Proposer un schéma-blocs du système de correction d'assiette asservi. On rappelle que le cahier des charges impose que  $\theta$  soit égal à  $\beta$  à l'infini.

**Question 11** Déterminer une relation entre  $K_{pos}$  et  $K_{cap}$  permettant d'avoir un écart nul lorsque l'erreur est nulle.

**Question 12** Déterminer la fonction de transfert globale du système  $\frac{\Theta(p)}{\beta(p)}$ . Préciser son ordre et sa classe.

**Question 13** Quantifier la performance de précision et concluez quant aux cahier des charges.

**Question 14** Déterminer le réglage de l'amplificateur (valeur de  $A$ ) permettant d'avoir le temps de réponse à 5% le plus petit. Que vaut-il?