

Séquence 4

Décrire et prévoir le comportement temporel d'un système continu : réponses indicielles des systèmes classiques**Mise en bouche**

- 1) Donner l'expression et tracer la réponse d'un système du premier ordre de gain statique K et de constante de temps τ à un échelon d'amplitude A .
- 2) Tracer la réponse d'un système du premier ordre de gain statique K et de constante de temps τ à une rampe de pente a .
- 3) Tracer la réponse d'un système du second ordre à une entrée en échelon pour $\xi = 0,5$, $\xi = 0,69$ et $\xi = 1$ et pour $\xi = 3$.
- 4) Tracer le tableau des variations du temps de réponse à 5 % d'un système d'ordre 2 en fonction de x_i , en supposant ω_0 constant.
- 5) Tracer le tableau des variations du dépassement d'un système d'ordre 2 en fonction de x_i , en supposant ω_0 constant.
- 6) À quelle condition un système d'ordre 1 est précis? Et un système d'ordre 2?
- 7) Comment évolue la rapidité d'un système d'ordre 1 en fonction de K ? Et en fonction de τ ?
- 8) Quel coefficient d'amortissement permet d'avoir le système d'ordre 2 le plus rapide au sens du temps de réponse à 5 %?
- 9) Quel coefficient d'amortissement permet d'avoir le système d'ordre 2 le plus rapide sans dépassement?
- 10) Comment évolue le dépassement d'un système d'ordre 1 en fonction de ses caractéristiques?
- 11) Comment évolue le dépassement d'un système d'ordre 2 en fonction de ses caractéristiques?
- 12) Quel est le dépassement maximal d'un système d'ordre 2? À quelle valeur de coefficient d'amortissement correspond ce cas?



Pour ceux qui aiment démarrer le repas avec un peu de piment...

- 1) Connaissant la pulsation propre d'un système d'ordre 2, quel est le temps de réponse le plus petit qu'on peut obtenir en faisant varier son coefficient d'amortissement?
- 2) Quel est le temps de réponse à 5 % le plus petit que peut avoir un système composé de deux systèmes d'ordre 1 en série (la sortie de l'un est l'entrée de l'autre) ayant les mêmes caractéristiques (gain statique K et constante de temps τ)? Et si les deux systèmes d'ordre 1 sont différents et ont pour gains statiques K_1 et K_2 et pour constantes de temps τ_1 et τ_2 ?

Entrée

Exercice 1 : Caméra de retransmission d'évènements sportifs

Une caméra est montée sur un chariot pouvant se déplacer sur un rail situé sur le bord d'un terrain de sport. Une consigne de vitesse est donnée par l'utilisateur à un microcontrôleur via une interface homme-machine (sous forme d'écran tactile). La consigne est convertie en une commande proportionnelle à sa valeur par le microcontrôleur. Initialement, ce coefficient de proportionnalité vaut $0,1 \text{ s/m}$. Cette commande est une valeur comprise entre 0 et 1, correspondant au rapport cyclique souhaité pour le hacheur qui pilote le moteur à courant continu. La tension d'alimentation du hacheur est de 24 V donc sa sortie est une tension comprise entre 0 et 24 V et proportionnelle à la commande. Le comportement du moteur peut être modélisé par une fonction de transfert d'ordre 1, de gain statique $K = 40 \text{ rad/(s}\cdot\text{V)}$ et de constante de temps $0,7 \text{ secondes}$. Le moteur est équipé d'un réducteur de rapport de transmission 50 : la vitesse de rotation en sortie du réducteur est donc 50 fois plus petite que celle de l'entrée du réducteur. Finalement, un système pignon-crémaillère transforme la rotation en sortie du réducteur en une translation du chariot avec un coefficient $0,6 \text{ m}$.

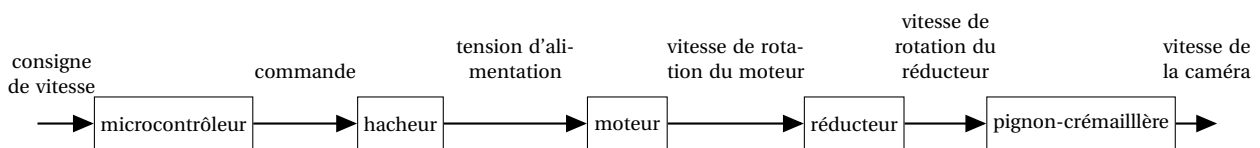


FIGURE 1 – Schéma-blocs du système avec le nom des composants.

Le cahier des charges impose que le système soit stable, que le système ait une erreur statique relative inférieure à 3 % et qu'il ait un temps de réponse à 5 % inférieur à 1 seconde.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du microcontrôleur, du hacheur, du réducteur et du système pignon-crémaillère, que l'on notera H_{m-c} , $H_{hacheur}$, $H_{réd}$ et H_{p-c} .

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du moteur H_{mot} .

Question 3 Reprendre le schéma de la figure 1 en remplaçant chaque nom de composant par la fonction de transfert de celui-ci, déterminée ci-dessus.

Question 4 Quelle est l'entrée du système et quelle est sa sortie ?

Question 5 Exprimer la fonction de transfert globale du système $H_{chariot}$ en fonction des fonctions de transfert des composants H_{m-c} , $H_{hacheur}$, $H_{réd}$, H_{p-c} et H_{mot} .

Question 6 Déterminer la fonction de transfert globale du système $H_{chariot}$.

Question 7 Rappeler la réponse temporelle du système en réponse à un échelon. (Aucun calcul demandé. Question de cours)

Question 8 Quantifier sa précision et sa rapidité. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Question* 9 Comment se comportera le système lorsqu'il essaiera de suivre un athlète sur le terrain ?

Question 10 Le gain du microcontrôleur est modifiable. Quelle valeur conviendrait pour que le système soit précis ? Est-ce que le temps de réponse à 5% est modifié ?

Question* 11 La stratégie consistant à choisir la valeur du gain du microcontrôleur afin de vérifier le cahier des charges est-elle pertinente si l'invariance du moteur est remise en question ?

Question* 12 Le rapport cyclique est forcément compris entre 0 et 1. Cette contrainte technique est à l'origine d'une non-linéarité potentielle du comportement du microcontrôleur. Laquelle ?

Plat

Exercice 1 : Charge de la batterie d'un Fairphone 2

Fairphone est un fabricant de smartphones né en 2013 et qui s'engage dans le développement durable et le respect des droits de l'Homme. L'entreprise produit un smartphone qui peut être facilement réparé ou amélioré et dont les composants sont fabriqués dans des usines gérées de façon transparente et avec des matières premières recyclées (si possible) ou du moins issues de mines gérées dans le respect des conditions de vie des populations locales^{1, 2}.



La capacité de la batterie du Fairphone 2, produit depuis fin 2015, est de 2420 milliampères-heures (mAh) d'après le fabricant. Le smartphone se charge sur secteur via un chargeur dont la tension de sortie est de 9 V. On suppose que la charge de la batterie suit le comportement suivant :

$$\frac{dc}{dt}(t) + 6,9 \cdot 10^{-4} c(t) = 1,9 \cdot 10^{-1} u(t)$$

où $c(t)$ est la charge du téléphone (en mAh) et $u(t)$ la tension d'alimentation de la batterie (V).

Question 1 Traduisez l'équation différentielle de comportement dans le domaine de Laplace.

Question 2 Écrivez la fonction de transfert $\frac{C(p)}{U(p)}$.

Question 3 Précisez l'ordre et la classe de la fonction de transfert ainsi que ses caractéristiques.

Question 4 Tracez la charge du Fairphone 2 au cours du temps lorsqu'il est branché au chargeur.

Question 5 Déterminez la charge finale du Fairphone 2.

Question 6 Combien de temps met le Fairphone 2 à atteindre 95% de sa charge finale? Et 100 %?

1. *Le sulfureux parcours du téléphone portable, des mines aux filières clandestines de déchets* (Le Monde, 01/10/2016).

2. *Le travail des enfants derrière la production de smartphones et de voitures électriques* (Amnesty International, communiqué de presse, 19/01/2016).

Exercice 2 : Caméra étanche pour applications militaires



FIGURE 1 – Caméra PTZ étanche IP68 en sa version camouflage OTAN.

La caméra PTZ (*pan tilt zoom*) étanche IP68 zoom 28x de la figure 1 se fixe sur un véhicule grâce à un socle aimanté et peut s'orienter suivant deux directions afin de pouvoir suivre une cible quel que soit le mouvement relatif de celle-ci par rapport au véhicule. Pour ce faire, elle est équipée de deux moteurs à courant continu. On s'intéresse ici à la position angulaire autour de l'axe vertical.

Le comportement de la caméra en orientation autour de la verticale peut se traduire par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{9800}{10000 + 600p + 35p^2}$$

où $\Theta(p)$ est la position angulaire de la caméra par rapport au bâti autour de la verticale et $\Theta_c(p)$ la consigne de position angulaire associée.

Exigence	Critère d'exigence	Niveau	Flexibilité
	Erreur statique	0	2,5 % de la consigne
	Erreur de traînage (pour pente de 20 °/s)	0	3 °
	Temps de réponse à 5 %	<0,5 s	—
	Nombre de dépassements supérieurs à 5 %	0	max : 1

TABEAU 1 – Cahier des charges de la caméra orientable.

Question 1 Écrivez la fonction de transfert de la caméra sous sa forme canonique. Vous identifierez les grandeurs caractéristiques.

Question 2 Remplissez la colonne « Exigence » du cahier des charges avec la performance associée à chaque critère d'exigence.

Question 3 Tracez l'allure de la réponse du système à une entrée en échelon d'amplitude 30 °. On s'aidera des abaques fournis dans le cours pour déterminer les valeurs caractéristiques de la réponse.

Question 4 Déterminez les exigences du cahier des charges qui sont vérifiées par le système.

Question 5 Tracez la position angulaire de la caméra en réponse à une rampe de pente 20 °/s.

Question 6 Une modification du système permet d'avoir un gain statique unitaire. Quelles performances sont modifiées ?

Question 7 Déterminer l'erreur de trainage du système en réponse à une rampe de pente 20 °/s

Exercice 3 : Une jedi bricoleuse

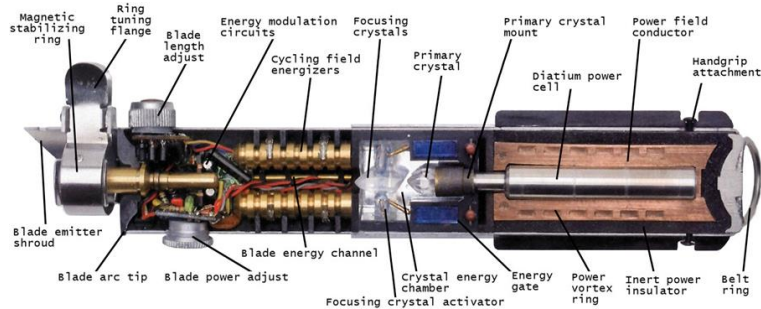


Suite à un combat acharné, le sabre laser de Wan, une jeune jedi passionnée d'ingénierie, a été dérégulé. En rentrant chez elle, et souhaitant vérifier son bon fonctionnement, elle a commandé l'allumage du sabre laser qui a alors transpercé le plafond... Avant de s'occuper de boucher le trou du plafond, elle décide de s'intéresser au réglage de son sabre.

Le comportement d'un sabre laser peut se modéliser par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{1}{1 + Ap + Bp^2}$$

où $X(p)$ est la transformée de Laplace de $x(t)$, longueur du sabre en fonction du temps, et $X_c(p)$ est la transformée de Laplace de $x_c(t)$, longueur commandée. Le paramètre B vaut $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ (s/rad)}^2$ (valeur modifiée à cause de la dégradation d'un composant après le choc) et A est réglable par un bouton et pouvant prendre des valeurs comprises entre $90 \cdot 10^{-3}$ et $150 \cdot 10^{-3} \text{ s/rad}$. La commande d'allumage du sabre peut être assimilée à une entrée en échelon.



Question 1 Justifiez que la longueur finale du sabre laser est celle de l'échelon de commande.

Question 2 Est-il possible de régler le bouton de telle sorte que l'extension maximale du sabre soit bien sa longueur finale? Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de A est-ce possible? Que valait A au moment où Wan a allumé son sabre après le combat?

Question 3 La jeune jedi souhaiterait optimiser le temps de sortie de son sabre laser tout en respectant sa première exigence. Elle souhaiterait qu'il atteigne son extension maximale le plus vite possible. Quel réglage doit-elle choisir?

Question 4 Tentée par le côté obscur, elle décide d'autoriser un dépassement de l'extension du sabre de 5 % maximum par rapport à sa longueur finale. Est-ce que son sabre pourra alors atteindre sa valeur finale (à 5 % près) plus vite qu'avant? Dans ce cas, quel réglage devrait-elle préférer?

Le sabre laser d'un de ses camarades, Obi, d'un modèle différent, a un comportement qui peut être modélisé par la fonction de transfert ci-dessous :

$$\frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{1}{1 + \tau p}$$

Au cours d'un échange entre eux dans la salle de l'académie jedi, Obi affirme : « Mon sabre est plus rapide que le tien à l'allumage puisqu'il atteint déjà 63 % de son extension finale en 0,15 s ! ».

Question 5 Commentez l'affirmation de Obi. A-t-il raison?

Dessert

Exercice 1 : Four électrique



On s'intéresse à la température à l'intérieur d'un four électrique domestique. Initialement, le four est éteint et la température à l'intérieur est égale à la température ambiante qui est de 20 °C. Afin de faire réchauffer une pizza, le four est allumé au thermostat 5 (ce qui correspond pour votre four à une puissance d'alimentation de 1000 W) à l'instant $t = 0$ pour être préchauffé avant d'y mettre la pizza. Vingt minutes après, on vous fait remarquer que la consigne de votre pizzaiolo préféré était de mettre le thermostat sur 8 (1600 W d'alimentation). Vous changez alors le réglage du four et attendez à nouveau vingt minutes que la température se stabilise. La pizza est alors enfournée puis réchauffée dix minutes plus tard.

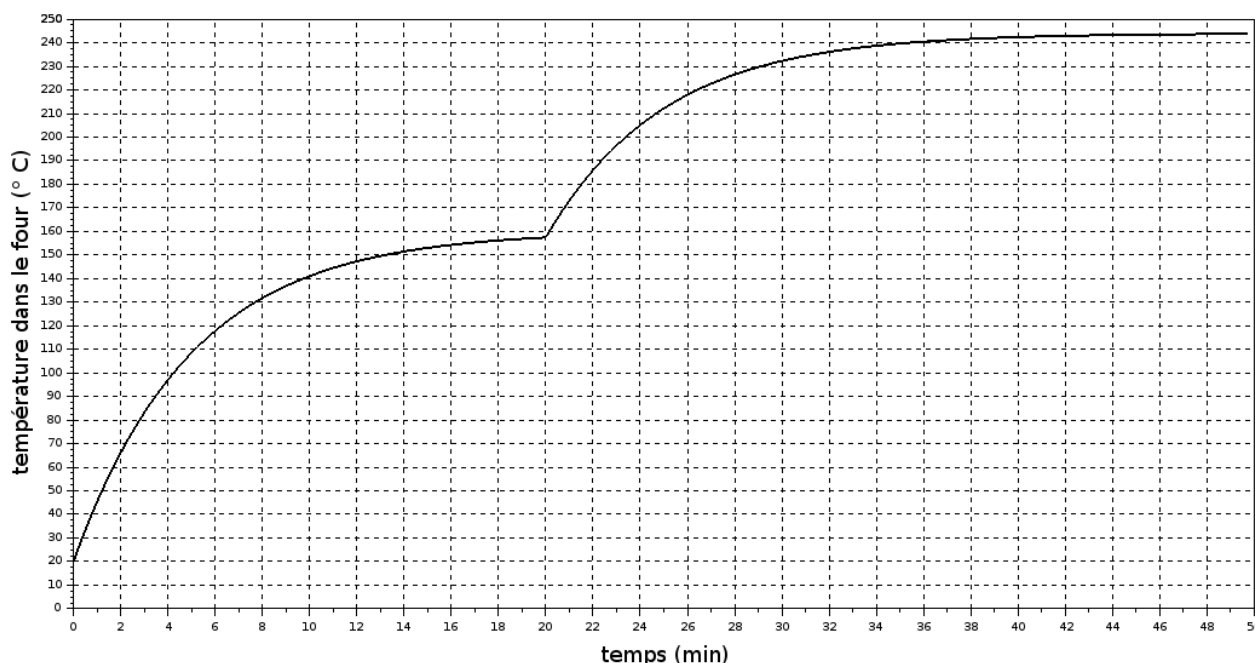


FIGURE 1 – Relevé de température à l'intérieur du four au cours du temps.

Question 1 En étudiant le relevé de température des 50 premières minutes, déterminez si le comportement du four est stable.

Question 2 Le comportement de votre four est-il linéaire ?

Question 3 Que dire de la précision du système ?

Question 4 Que dire de la rapidité du système ?

Pendant ces 50 premières minutes, vous avez eu le temps de remarquer que les révisions de ce soir seront plus longues que prévu et que votre dîner est peu équilibré. Vous vous décidez alors à faire réchauffer quelques légumes en profitant de la chaleur du four. Vos légumes mettront 10 minutes à se réchauffer à une température supérieure à 120 °C mais vous ne devez pas les mettre dans le four avant que sa température ne diminue en dessous des 180 °C pour ne pas les carboniser.

Le comportement du four est caractérisé par l'équation différentielle suivante :

$$35 \frac{d\theta}{dt}(t) + 7\theta(t) = a(t)$$

où θ est l'écart entre la température dans le four et la température ambiante (en °C) et a la puissance d'alimentation (en W). L'unité de temps est la minute.

Question 5 Justifiez la forme de la courbe fournie.

Question 6 Tracez la température dans le four au cours des 50 premières minutes s'il avait été mis directement au réglage 8.

Question 7 Déterminez la température dans le four au cours du temps si on décide d'éteindre le four à $t = 50$ min.

Question 8 Est-il possible de faire réchauffer les légumes sans les carboniser et en éteignant le four à $t = 50$ min ?

On cherche à réchauffer les légumes correctement tout en économisant un maximum d'énergie et en réglant la puissance du four une seule fois avant de l'éteindre.

Question 9 Quelle puissance de chauffe doit-on commander ?

Question 10 Combien de temps doit-on attendre pour mettre les légumes dans le four ?