Séquence 7

Déterminer l'effort à transmettre par un actionneur ou une liaison

Objectif de la séquence

Précédemment, nous avons étudié des outils nécessaires à la description et à l'analyse du mouvement entre les solides. Dans ce cours, on cherchera à se donner des outils pour étudier les causes du mouvement : les efforts. On verra comment décrire les efforts et comment exploiter l'équilibre des solides pour dimensionner, en effort, les actionneurs ou les liaisons d'un système mécanique.

Table des matières

Page

1 Description des actions mécaniques . . . 1

2 Équilibre des systèmes matériels . . . 7

3 Applications du principe fondamental de la statique . . . 10

1 Description des actions mécaniques

1.1 Force, moment et effort

À savoir

On appelle **action mécanique** (ou **effort**) toute cause susceptible de produire un mouvement ou une déformation. Une action mécanique peut être de contact ou à distance.

Dans les deux cas, il existe une source provoquant cet effort et une cible, susceptible d'être mise en mouvement. On note un effort en indiquant ces deux éléments. Ainsi, l'action mécanique d'un solide i sur un solide j se notera : $i \rightarrow j$. Par exemple, l'action de la pesanteur sur un avion se notera pes → avion.

À savoir

L'un des éléments caractérisant une action mécanique est sa **force**. Sa norme se mesure en newtons (N). Une force est modélisée par un **vecteur** et a un **point d'application**. La position de ce point est essentielle pour caractériser l'action mécanique.

Prenons l'exemple de l'action mécanique nécessaire à l'ouverture d'un porte. Si on pousse avec une force suffisante au niveau de la poignée, la porte pourra s'ouvrir. Si on exerce une action mécanique avec la même force mais appliquée au niveau de l'axe de rotation de la porte, alors celle-ci ne s'ouvrira pas.

Remarque

Les notions de force et de point d'application ne sont pas suffisantes dans certains cas. Certaines actions mécaniques ont une force nulle et sont cependant susceptibles de produire un mouvement, en particulier une rotation.

Lorsqu'on utilise un tourne-vis ou lorsqu'on enlève le bouchon d'une bouteille, aucune force n'est exercée et le point d'application n'est donc pas défini. Cependant, il existe une action mécanique susceptible de mettre en rotation la vis ou le bouchon.

À savoir

On appelle **moment d'une action mécanique** (ou moment d'une force par abus de langage), la capacité d'une action mécanique à faire tourner un solide autour d'un point.

Le moment d'une action mécanique est un **vecteur** défini en tout point de l'espace. La direction et le sens indiquent la direction et le sens de la rotation susceptible d'être provoquée par l'action mécanique. La norme du moment traduit l'intensité de la capacité de l'action mécanique à faire tourner.

Le moment au point P de l'action mécanique de i sur j se note $\overrightarrow{\mathcal{M}}^{P}_{i\to j}()$ et s'exprime en $N \cdot m$.

Dans le cas de l'action mécanique permettant d'ouvrir une porte, on remarque que la force nécessaire pour ouvrir la porte est inversement proportionnelle à la distance du point d'application de l'effort à l'axe de rotation de la porte. Autrement dit, le moment de l'action mécanique exercée en poussant la porte, déterminé au niveau d'un point de l'axe de rotation de celle-ci, est proportionnel à la distance séparant le point d'application de la force et l'axe de rotation. Cette distance est appelée **bras de levier**.

À savoir

Finalement, on peut conclure qu'une action mécanique est caractérisée par **une force** et par un **champ de vecteurs correspondant au moment** de l'action mécanique défini en tout point de l'espace..

1.2 Torseur statique (ou torseur d'action mécanique)

À savoir

La force et le champ des moments d'une action mécanique exercée par un solide i sur un solide j vérifient la formule de Varignon. Quels que soient les points A et B,

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}^{B}_{i\to j}(=)\overrightarrow{\mathcal{M}}^{A}_{i\to j}(+)\overrightarrow{F}^{\wedge}_{i\to j}\overrightarrow{AB}$$

En effet, le champ des moments d'une action mécanique est un champ équiprojectif et on peut donc définir le **torseur statique** (ou **torseur d'action mécanique**), noté $\left\{\mathcal{T}_{i\to j}\right\}$:

$$\left\{\mathcal{T}_{i\to j}\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F}_{i\to j} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{i\to j}(M) \end{array} \right\}_M = \left\{ \begin{array}{cc} X_{i\to j} & L_{i\to j} \\ Y_{i\to j} & M_{i\to j} \\ Z_{i\to j} & N_{i\to j} \end{array} \right\}_{M,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Quelques précisions supplémentaires

Remarquons que les valeurs de $L_{i\to j}$, de $M_{i\to j}$ et de $N_{i\to j}$ sont liées au choix du point M. Ceci est souvent omis dans la notation par souci de clarté.

Pour aller plus loin

D'une façon générale et quelle que soit la nature physique des torseurs, on appelle **moment** d'un torseur le vecteur dont l'expression dépend du point (écrit en bas) et **résultante** le vecteur indépendant du point (écrit en haut). D'un point de vue dimensionnel, le moment est toujours homogène à la résultante multipliée par une distance. Cela se déduit aisément de la formule de Varignon.

À savoir

Le principe d'action-réaction (ou troisième loi de Newton) permet d'affirmer que l'action mécanique de i sur j est l'opposé de l'action mécanique de j sur i :

$$\left\{\mathscr{T}_{i\to j}\right\} = -\left\{\mathscr{T}_{j\to i}\right\}$$

1.2.1 Actions mécaniques particulières

Pour aller plus loin

On distingue deux familles de torseurs particuliers et donc deux familles d'actions mécaniques particulières.

Glisseur
Un glisseur est une action mécanique dont le torseur a un invariant scalaire nul; le moment est nul en certains points. Ainsi, il existe un axe tel que, en tout point A de l'axe,

$$\left\{\mathscr{T}_{i\to j}\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F}_{i\to j} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_A$$

Une action mécanique de ce type *ne fait pas tourner autour de la direction* de sa force. L'axe sur lequel le moment est nul est appelé **droite d'action** de l'effort.

Remarque

L'application d'une force en un point donné conduit à une action mécanique de type glisseur. En particulier, il s'agit de la forme du torseur d'action mécanique qui traduit l'action d'un vérin (en dehors de l'action due à la liaison existant entre la tige et le corps du vérin).

Pour aller plus loin

Couple Un couple est une action mécanique dont la résultante (force) est nulle. Son moment est donc identique en tout point de l'espace. Sa forme est alors :

$$\left\{\mathscr{T}_{i\to j}\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathscr{M}}_{i\to j}(M) \end{array} \right\}_{\forall M} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{C} \end{array} \right\}_{\forall M}$$

Une action mécanique de ce type *ne met pas en translation* la cible de l'action. Un couple est normalement obtenu par la somme d'actions mécaniques dont les résultantes se compensent [a].

a. Il existe des exceptions comme les actions mécaniques exercées par des effets électromagnétiques qui peuvent naturellement être à l'origine de couples purs.

Remarque

Il s'agit en particulier de la nature du torseur d'action mécanique exercé par un moteur (en dehors de l'action due à la liaison entre le rotor et le stator).

1.3 Puissance et liaisons parfaites

Supposons qu'un solide i exerce sur un solide j une action mécanique caractérisée par $\left\{\mathscr{T}_{i\to j}\right\}$ et supposons que le mouvement de j par rapport à i soit caractérisé par le torseur cinématique $\left\{\mathscr{V}_{j/i}\right\}$.

1.3.1 Définition de la puissance

À savoir

La puissance développée par la liaison entre i à j est égale au **comoment** des deux torseurs qui est défini par :

$$\left\{\mathscr{T}_{i\to j}\right\}\otimes\left\{\mathscr{V}_{j/i}\right\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{F}_{i\to j}\\ \overrightarrow{\mathscr{M}}_{i\to j}(A)\end{array}\right\}_A\otimes\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega}(j/i)\\ \overrightarrow{V}(A\in j/i)\end{array}\right\}_A=\overrightarrow{F}_{i\to j}\cdot\overrightarrow{V}(A\in j/i)+\overrightarrow{\mathscr{M}}_{i\to j}(A)\cdot\overrightarrow{\Omega}(j/i)$$

On peut prouver [1] que le comoment entre les torseurs ne dépend pas du point A choisi pour exprimer le moment des torseurs. Celui-ci doit cependant être le même pour les deux torseurs.

Quelques précisions supplémentaires

Le comoment de deux torseurs est un scalaire homogène au produit des deux résultantes et d'une distance. Ainsi, dans le cas de la puissance, comoment des torseurs d'action mécanique et cinématique, on retrouve que la puissance peut s'exprimer en $(\mathrm{N})\cdot(\mathrm{rad/s})\cdot(\mathrm{m})$ *i.e.* en $\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

1. et c'est un exercice d'application de la formule de Varignon qu'il est pertinent de faire chez soi...

Pour aller bien plus loin

Cette grandeur scalaire est nulle ou négative (la liaison dissipe de l'énergie) pour une liaison simple mais peut être positive si elle est équipée d'un actionneur qui fournirait de la puissance mécanique à partir d'une source extérieure.

1.3.2 Liaisons parfaites

À savoir

On appelle **liaison parfaite** une liaison transmettant une **puissance nulle**. Cela se traduit par l'absence de pertes énergétiques.

Il s'agit d'un modèle très fréquemment utilisé, au moins en première approche, pour dimensionner des systèmes. En effet, dans la plupart des cas, les pertes énergétiques dues aux liaisons sont faibles vis-à-vis des puissances développées par les actionneurs.

Complémentarité des torseurs cinématique et statique

À savoir

Si la puissance dissipée par une liaison entre deux solides i et j est nulle, alors

$$\left\{\mathcal{T}_{i\to j}\right\} \otimes \left\{\mathcal{V}_{j/i}\right\} = 0$$

Cette relation permet de déterminer le torseur d'action mécanique transmissible par une liaison parfaite dont le torseur cinématique est connu.

Cas de la liaison pivot Supposons qu'il existe entre les solides i et j une liaison pivot d'axe $A\overrightarrow{z}$.

Notons $\left\{\mathcal{V}_{j/i}\right\} = \left\{\begin{array}{c} \omega_z\overrightarrow{z} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_A = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_z & 0 \end{array}\right\}_{A,(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z})}$ et cherchons $\left\{\mathcal{T}_{i\to j}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{i\to j} & L_{i\to j} \\ Y_{i\to j} & M_{i\to j} \\ Z_{i\to j} & N_{i\to j} \end{array}\right\}_{A,(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z})}$

La nullité de la puissance dissipée se traduit donc par une équation scalaire :

Ceci n'est possible pour tout ω_z que si $N_{i\to j} = 0$. Les autres composantes du torseur d'action mécanique peuvent être quelconques. On en déduit que la forme du torseur d'action mécanique associé à une liaison pivot parfaite d'axe $(A\overrightarrow{z})$ entre i et j est

$$\left\{\mathcal{T}_{i\to j}\right\}$$

Le tableau en fin de polycopié regroupe les torseurs cinématiques et statiques des liaisons normalisées à connaître.

Intéressons-nous à la détermination de l'effort à exercer avec les doigts sur le levier de frein d'un vélo pour obtenir la tension du câble souhaitée, c'est-à-dire 30 N. On cherchera également à établir les efforts que doit supporter la liaison entre le levier et le bâti. Commençons par établir un modèle du levier puis par donner la forme des torseurs d'action mécanique exercés sur le système et ceux associés aux liaisons.

2 Équilibre des systèmes matériels

À savoir

On appelle **système matériel** un ensemble de points matériels. Il peut s'agir d'un solide, d'un ensemble de solides ou encore d'une certaine quantité de fluide. Un système matériel étant déterminé par les points matériels qui le composent, sa **masse** est **constante** au cours du temps.

Dans la plupart des cas qui nous intéresseront, un système matériel sera constitué d'un ou de plusieurs solides d'un mécanisme.

2.1 Système matériel à l'équilibre

À savoir

On dit d'un système matériel qu'il est à l'équilibre s'il est au **repos** dans un **référentiel galiléen**. Autrement dit, si la vitesse de n'importe lequel de ses points est nulle par rapport à un référentiel galiléen.

Dans les applications industrielles habituelles, on considère qu'un repère lié au sol est galiléen.

Lorsque le levier n'est pas actionné et lors d'un freinage, la vitesse des points du levier par rapport au guidon est nulle. On peut dire que celui-ci est au repos. On peut dire de même des points du câble.

2.2 Notion d'isolement

Pour traduire l'équilibre d'un système matériel $\mathscr{S}$, il faut bien définir sa frontière. On dira qu'**on isole un système matériel** afin d'exprimer que l'on s'intéresse à son équilibre et que tout ce qui n'est pas inclus dans ce système matériel est considéré comme étant **extérieur** au système.

Attention !

Il est impossible d'isoler le bâti puisqu'on n'est pas capable de définir une frontière qui séparerait l'intérieur du système matériel de l'extérieur.

Isolons le levier. Le guidon, lié au bâti, le câble et la main du cycliste sont extérieurs au système matériel isolé.

2.3 Actions mécaniques extérieures s'exerçant sur un système matériel

On dit d'une action mécanique qu'elle est extérieure à un système matériel et qu'elle s'exerce sur celui-ci si elle émane d'un élément n'appartenant pas au système matériel et qu'elle s'exerce sur un élément du système matériel isolé.

Afin de déterminer les actions mécaniques extérieures à un système matériel, on peut entourer le système isolé sur le graphe de liaisons et efforts. Chaque trait coupé correspond à une action mécanique extérieure, qu'elle soit due à une liaison parfaite ou qu'elle ait une autre origine.

Remarque

Problèmes plans Lorsqu'un problème est plan (du point de vue cinématique), alors seuls les efforts capables de provoquer des mouvements dans le plan sont intéressants à étudier. Les autres contribuent à éviter que les vitesses sortent du plan. Ainsi, pour un problème plan, on ne s'intéresse que

- aux forces dont la direction est dans le plan
- aux moments orthogonaux au plan

Les autres grandeurs ne sont pas supposées nulles mais ne peuvent pas traduire les efforts des liaisons ou des actionneurs pour empêcher ou mettre en place un mouvement puisque celui-ci est supposé nul par hypothèse.
Le torseur d'action mécanique exercé par un solide i sur un solide j n'a que trois composantes utiles dans le cas d'un problème plan de normale $\overrightarrow{z}$:

$$\left\{\mathcal{T}_{i\to j}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{i\to j} & - \\ Y_{i\to j} & - \\ - & N_{i\to j} \end{array}\right\}_{M,(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z})}$$

Ici, il est pertinent de restreindre l'étude statique car le problème est plan.

2.4 Principe Fondamental de la Statique (PFS)

La première loi de Newton établit qu'un point matériel au repos est soumis à des forces dont la somme est nulle. Ce principe se généralise au systèmes matériels sous la forme du **Principe Fondamental de la Statique** qui s'énonce de la façon suivante.

À savoir

Principe fondamental de la statique
La somme des torseurs des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur un système matériel à l'équilibre est nulle.

$$\sum\left\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\mathcal{S}}\right\} = \{0\}$$

Attention !

Comme pour les torseurs cinématiques, pour écrire la somme ou l'égalité de torseurs statiques il faut que tous les moments soient exprimés au même point.

L'équilibre du levier se traduit par :

À savoir

L'écriture du principe fondamental de la statique sous forme torsorielle conduit à deux équations vectorielles. Celle concernant les forces est également appelée **théorème de la résultante statique**. Celle concernant les moments en un point est appelée **théorème du moment statique**.

Attention !

On dit que le théorème du moment statique s'applique à un système matériel et **en un point** donné. Cependant, le théorème de la résultante statique s'applique simplement à un système matériel sans précision de point puisque la résultante d'un torseur est indépendante du point d'expression du torseur. L'ensemble du principe fondamental de la statique s'écrit donc en un point.

2.5 Principe Fondamental de la Dynamique (PFD)

Si le système n'est pas à l'équilibre, la somme des torseurs des actions mécaniques extérieures est égale à une grandeur dynamique $\left\{\mathscr{D}_{\mathscr{S}/\mathscr{R}_0}\right\}$, analogue de l'accélération pour un point matériel. Il s'agit du torseur dynamique, qui sera défini en deuxième année. Alors,

$$\sum\left\{\mathscr{T}_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\right\} = \left\{\mathscr{D}_{\mathscr{S}/\mathscr{R}_0}\right\}$$

3 Applications du principe fondamental de la statique

3.1 Actions mécaniques transmises par les transmetteurs habituels

Déterminons à partir du Principe Fondamental de la Statique la loi entrée-sortie en effort d'un transmetteur linéaire : un engrenage à axes parallèles.

Pour aller bien plus loin

Ce résultat peut se retrouver par une analyse énergétique.

3.2 Liaisons équivalentes

Comme en cinématique, lorsqu'il y a plusieurs liaisons en série ou en parallèle entre des solides, il est possible de déterminer une liaison équivalente du point de vue des actions mécaniques. On cherche alors à déterminer le torseur d'action mécanique équivalent à l'actions des différentes liaisons.

3.2.1 Liaisons en parallèle

Soient deux solides (1) et (2) reliés par n liaisons dont les torseurs statiques sont $\left\{\mathcal{T}^{i}_{1\to 2}\right\}$. Cherchons à établir une liaison équivalente dont le torseur statique sera noté $\left\{\mathcal{T}^{\text{éq}}_{1\to 2}\right\}$.

À savoir

pour des liaisons en parallèle, L'action mécanique totale de (1) sur (2) doit être la même que celle de la liaison équivalente. Ainsi :

$$\sum_i \left\{\mathcal{T}^{i}_{1\to 2}\right\} = \left\{\mathcal{T}^{\text{éq}}_{1\to 2}\right\}$$

Attention !

Remarquons que ce résultat est différent de celui concernant le torseur cinématique de liaisons en parallèle. Pour qu'un mouvement soit empêché par la liaison équivalente, il suffit que l'une des liaisons l'interdise.

3.2.2 Liaisons en série

Soient deux solides (1) et (n) reliés par $n-1$ solides intermédiaires entre lesquels il y a n liaisons en série et dont les torseurs statiques sont $\{\mathcal{T}_{k-1\to k}\}$, pour $k \in [2;n]$. Cherchons à établir une liaison équivalente dont le torseur statique sera noté $\left\{\mathcal{T}^{\text{éq}}_{1\to 2}\right\}$.

À savoir

L'écriture du PFS au solide (k) permet d'écrire l'égalité entre les torseurs statiques $\left\{\mathcal{T}_{k-1\to k}\right\}$ et $\left\{\mathcal{T}_{k\to k+1}\right\}$. Ainsi, on déduit que

$$\left\{\mathcal{T}_{1\to 2}\right\} = \left\{\mathcal{T}_{2\to 3}\right\} = \cdots = \left\{\mathcal{T}_{n-1\to n}\right\}$$

L'action mécanique que subit (n), notée $\left\{\mathcal{T}^{\text{éq}}_{1\to n}\right\}$ vérifie donc

$$\left\{\mathcal{T}^{\text{éq}}_{1\to n}\right\} = \left\{\mathcal{T}_{k-1\to k}\right\} \quad \text{pour } k \in [2;n]$$

On obtient donc un système de $6(n-1)$ équations scalaires.

Attention !

Remarquons que ce résultat est différent de celui concernant le torseur cinématique de liaisons en série. Pour qu'un mouvement soit empêché par la liaison équivalente, il faut que toutes les liaisons l'interdisent.

3.3 Quelques résultats classiques issus d'isolements particuliers

3.3.1 Solides soumis à deux glisseurs

Soit un système matériel $\mathcal{S}$ soumis à deux actions mécaniques $\left\{\mathcal{T}^{A}_{\text{ext}\to\mathcal{S}}\right\}$ et $\left\{\mathcal{T}^{B}_{\text{ext}\to\mathcal{S}}\right\}$ supposées être des glisseurs. Notons $\left\{\mathcal{T}^{A}_{\text{ext}\to\mathcal{S}}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{F}_A\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_A$ et $\left\{\mathcal{T}^{B}_{\text{ext}\to\mathcal{S}}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{F}_B\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$.

L'équilibre de $\mathcal{S}$ s'écrit : $\left\{\mathcal{T}^{A}_{\text{ext}\to\mathcal{S}}\right\} + \left\{\mathcal{T}^{B}_{\text{ext}\to\mathcal{S}}\right\} = \left\{0\right\}$. Au point B, ceci s'exprime

$$\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{F}_A\\ \overrightarrow{F}_A \wedge \overrightarrow{AB}\end{array}\right\}_B + \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{F}_B\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$$

soit

$$\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{F}_A + \overrightarrow{F}_B = \overrightarrow{0}\\ \overrightarrow{F}_A \wedge \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}\end{array}\right.$$

On en déduit que

$$\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{F}_B = -\overrightarrow{F}_A\\ \overrightarrow{F}_A \,//\, \overrightarrow{AB}\end{array}\right.$$

Attention !

Les deux **forces** sont donc **opposées** et la **droite d'action** des deux forces est la **droite (AB)**.

3.3.2 Solides soumis à trois glisseurs

Soit un système matériel $\mathscr{S}$ soumis à trois actions mécaniques $\{\mathcal{T}^A_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\}$, $\{\mathcal{T}^B_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\}$ et $\{\mathcal{T}^C_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\}$ supposées être des glisseurs. Notons $\{\mathcal{T}^A_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{F}_1\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_A$, $\{\mathcal{T}^B_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{F}_2\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$ et $\{\mathcal{T}^C_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{F}_3\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_C$.

L'équilibre de $\mathscr{S}$ s'écrit : $\{\mathcal{T}^A_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\} + \{\mathcal{T}^B_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\} + \{\mathcal{T}^C_{\text{ext}\to\mathscr{S}}\} = \{0\}$

Distinguons deux cas : soit deux forces sont parallèles soit elles sont toutes de directions différentes.

cas 1 Supposons que deux forces, $\overrightarrow{F}_1$ et $\overrightarrow{F}_2$ sont parallèles. Le théorème de la résultante statique implique $\overrightarrow{F}_3 = -(\overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2)$ et alors $\overrightarrow{F}_3$ est colinéaire aux deux autres forces. Ainsi, **les trois droites d'action sont parallèles**.

cas 2 Supposons maintenant que les trois forces aient des directions différentes. Alors, notons P le point d'intersection des droites d'action de deux d'entre elles, les actions 1 et 2. Alors $\overrightarrow{\mathscr{M}}_1(P) = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{\mathscr{M}}_2(P) = \overrightarrow{0}$. Or, l'équation en moment du PFS appliqué à $\mathscr{S}$ en P s'écrit

$$\overrightarrow{\mathscr{M}}_1(P) + \overrightarrow{\mathscr{M}}_2(P) + \overrightarrow{\mathscr{M}}_3(P) = \overrightarrow{0}$$

d'où $\overrightarrow{\mathscr{M}}_3(P) = \overrightarrow{0}$. On en déduit que la droite d'action de l'effort 3 passe par le point P et **les trois droites d'action sont donc concourantes**.

Dans les deux cas, **la somme des trois résultantes est nulle**, ce qui se traduit aisément graphiquement.

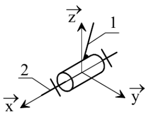
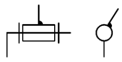
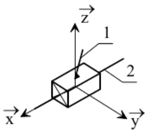
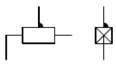
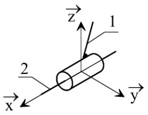
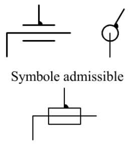
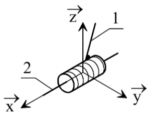
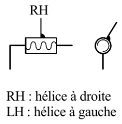
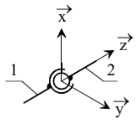
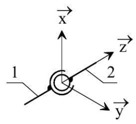
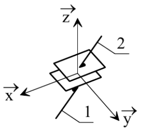
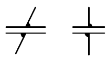
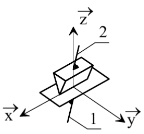
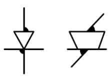
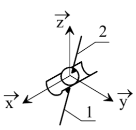
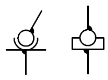
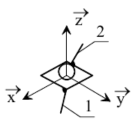
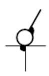
Nom	Schéma 3D	Schéma 2D	Torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$	Torseur statique $\{\mathcal{T}_{1\to 2}\}$	Position point A
Pivot d'axe $(O\overrightarrow{x})$			$\left\{\begin{array}{cc} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$A \in$ axe
Glissière de direction $\overrightarrow{x}$			$\left\{\begin{array}{cc} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	A quelconque
Pivot-glissant d'axe $(O\overrightarrow{x})$			$\left\{\begin{array}{cc} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$A \in$ axe
Hélicoïdale d'axe $(O\overrightarrow{x})$			$\left\{\begin{array}{cc} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$ avec $V_x = \frac{p}{2\pi}\omega_x$	$\left\{\begin{array}{cc} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$ avec $L = -\frac{p}{2\pi}X$	$A \in$ axe
Sphérique à doigt, centre O, normale au plan de rainurage $\overrightarrow{y}$, direction du doigt $\overrightarrow{x}$			$\left\{\begin{array}{cc} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & N \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$A =$ centre
Sphérique (ou rotule) de centre O			$\left\{\begin{array}{cc} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$A =$ centre
Appui-plan de normale $\overrightarrow{z}$			$\left\{\begin{array}{cc} 0 & V_x \\ 0 & V_y \\ \omega_z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} 0 & L \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	A quelconque
Linéaire rectiligne (cylindre-plan) d'axe $(O\overrightarrow{x})$, normale $\overrightarrow{z}$			$\left\{\begin{array}{cc} \omega_x & V_x \\ 0 & V_y \\ \omega_z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$A \in$ axe $(O, \overrightarrow{x})$ avec $O \in$ ligne de contact
Linéaire annulaire (sphère-cylindre) de centre O, d'axe $(O\overrightarrow{x})$			$\left\{\begin{array}{cc} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$A =$ centre
Ponctuelle (sphère-plan) de centre O, normale $\overrightarrow{z}$			$\left\{\begin{array}{cc} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$\left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z & 0 \end{array}\right\}_{A,\mathscr{B}}$	$A =$ centre

TABLEAU 1 – *Tableau des liaisons parfaites et de leur torseur cinématique et statique. La base $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$ est notée $\mathscr{B}$.*