

**Séquence 8.2*****Déterminer l'effort global dû à des efforts locaux avec frottements*****Mise en bouche**

- 1) Énoncez les lois de Coulomb relatives au glissement.
- 2) \* Énoncez les lois de Coulomb relatives au roulement et au pivotement.
- 3) Comment se traduit le fait d'être "à la limite du glissement" ?

# Entrée

## Exercice 1 : Console de décoration

Une colonne (1) de décoration supporte plusieurs consoles (2). Ces consoles peuvent être déplacées à volonté le long de la colonne. Des objets dont la masse ne dépasse pas 20 kg peuvent être placés sur celles-ci. On suppose ici qu'un objet de masse  $m = 20$  kg est placé en C.

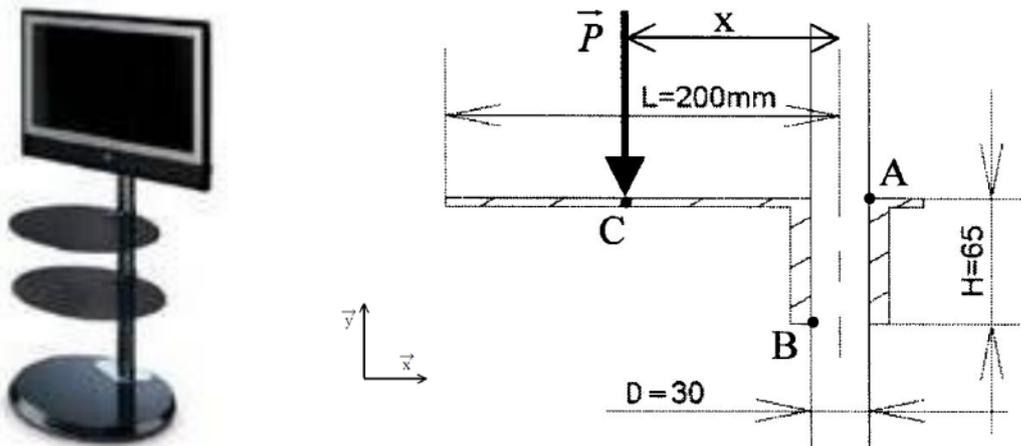


FIGURE 1 – Console à plateaux réglables.

La liaison entre le plateau a suffisamment de jeu pour que l'on modélise la liaison entre le plateau et la colonne comme deux ponctuelles, l'une en A et l'autre en B. Ces deux contacts sont supposés avec frottement. Le coefficient de frottement vaut  $f = 0,3$ .

On cherche à déterminer les conditions qui permettent au plateau de rester à l'équilibre malgré l'action de la pesanteur sur la charge. On cherche également à déterminer l'importance de la masse de la charge dans l'équilibre du système.

Afin de simplifier l'étude, on suppose que le problème est plan.

**Question 1** Justifier par un schéma que le contact entre le plateau et la colonne se fait aux points A et B.

**Question 2** Donner la forme des torseurs d'action mécanique de la colonne sur le plateau dus aux contacts en A et en B en tenant compte de l'hypothèse de problème plan.

**Question 3** Par une analyse qualitative du problème, déterminer le signe de chaque grandeur.

On se place à la limite du glissement entre le plateau et la colonne.

**Question 4** Écrire la relation existante entre la composante  $X_{\text{colonne} \rightarrow \text{plateau}}^A$  et  $Y_{\text{colonne} \rightarrow \text{plateau}}^A$ . Faire de même avec  $X_{\text{colonne} \rightarrow \text{plateau}}^B$  et  $Y_{\text{colonne} \rightarrow \text{plateau}}^B$ .

**Question 5** En supposant l'équilibre du plateau, écrire le principe fondamental de la statique appliqué au plateau au point A.

L'équilibre peut être maintenu tant qu'il existe une solution au système posé ci-dessus.

**Question 6** Est-il possible de placer la charge en n'importe quel point C sans risque de rompre l'équilibre?

**Question 7** Quelle est l'influence de la masse  $m$  sur la possibilité de rompre l'équilibre?

**Question 8** Où doit se situer le centre de masse du plateau en l'absence de charge pour permettre que le plateau reste en équilibre sans intervention de l'utilisateur?

**Question 9** Que doit faire l'utilisateur pour changer la position du plateau?

**Question\* 10** En ademtant que l'utilisateur exerce par mégarde une action mécanique verticale sur le plateau (vers le haut ou vers le bas). La présence d'une charge facilite-t-elle le maintien de l'équilibre ou au contraire risque-t-elle de faciliter un accident (par perte d'équilibre du plateau)?

# Plat

## Exercice 1 : Dimensionnement d'un embrayage

L'embrayage est un composant de la transmission automobile permettant de transmettre la puissance mécanique en sortie de la boîte de vitesse jusqu'au différentiel pour aller ensuite aux roues.

On s'intéresse au dimensionnement de l'embrayage vis-à-vis du couple transmissible. Le moteur peut développer un couple allant jusqu'à 200 N·m.

**Question 1** Sachant que le rapport de réduction le plus élevé de la boîte de vitesse est de 3,5 (correspondant à la première vitesse), déterminez le couple de sortie de la boîte de vitesses, en supposant qu'il n'y a pas de pertes énergétiques au sein de celle-ci. On pourra assimiler le comportement de la boîte à celui d'un engrènement à axes parallèles entre deux pignons.

Ce couple correspond à celui qui doit être transmis par l'embrayage à la suite de la transmission.

L'embrayage est composé de trois ensembles : l'arbre d'entrée (1) comportant l'un des disques d'embrayage, l'arbre de sortie (3) et le deuxième disque d'embrayage (2). Lorsque l'utilisateur n'appuie pas sur la pédale d'embrayage, l'effort  $\vec{N}$  du ressort entre (2) et (3) met en contact les disques (3) et (1) entraînant la transmission des efforts de l'arbre d'entrée (1) à (3) puis à l'arbre de sortie (2) grâce à la liaison glissière entre ces deux derniers. L'action de l'utilisateur sur la pédale d'embrayage induit une action mécanique extérieure s'exerçant sur (3) et le poussant vers la droite. Cette action s'oppose donc à celle du ressort et réduit voire annule le couple transmissible.

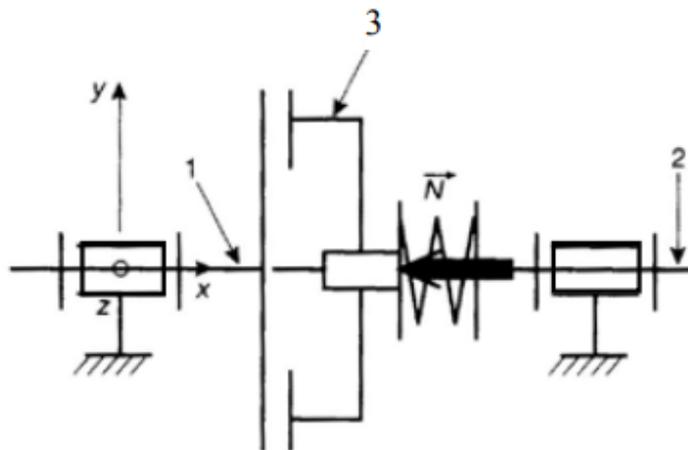


FIGURE 1 – Modèle de l'embrayage étudié.

**Question 2** Justifier en écrivant une équation scalaire issue du Principe Fondamental de la Statique que  $\vec{F}_{3 \rightarrow 1} \cdot \vec{x} = -N$ . On admettra ce résultat par la suite.

La zone de contact entre les disques d'embrayage peut être modélisée comme une couronne circulaire de rayons extrêmes  $r$  et  $R$ . Le coefficient de frottement entre les solides est d'environ 0,5. L'arbre d'entrée 2 tourne par rapport au bâti avec une vitesse de rotation  $\vec{\Omega}(2/0) = \omega \vec{x}$  avec  $\omega > 0$ . On se donne pour chaque point courant  $P$  une base tournante  $(\vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  fixe par rapport à 1 tel que  $\vec{OP} = \rho \vec{y}_1$  où  $O$  est le centre du disque 1. On note  $p$  la pression de contact entre les disques, que l'on suppose uniforme. On note  $\{d\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1}^P\}$  l'action mécanique élémentaire du disque presseur 3 sur le disque fixe 1 autour d'un point  $P$ .

**Question 3** Faire un schéma de la zone de contact dans le plan  $(\vec{y}, \vec{z})$ . On y fera apparaître la surface de contact élémentaire autour du point  $P$  adaptée au choix de coordonnées fait pour décrire la position du point  $P$ . On pourra décrire la surface avec un élément surfacique de la forme  $dS = r dr d\theta$ .

**Question 4** Justifier que le torseur d'action mécanique élémentaire puisse  $\{d\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1}^P\} = \left\{ \begin{array}{c} -pdS\vec{x} + f pdS\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_P$

**Question 5** Déterminer le torseur d'action mécanique global  $\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 1}\}$  en fonction de  $p$ ,  $f$ ,  $R$  et  $r$ .

**Question 6** En déduire l'expression du torseur d'action mécanique global  $\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 1}\}$  en fonction de  $N$ ,  $f$ ,  $R$  et  $r$ .

Le modèle de pression uniforme est pertinent lorsque l'état d'usure des deux surfaces est similaire. La plupart du temps, il est plus pertinent de supposer que l'usure est uniforme sur le disque ce qui conduit à une autre hypothèse.

**Question\* 7** En reprenant la définition de la puissance dissipée entre eux solides, justifier que l'hypothèse d'usure uniforme impose que la pression est inversement proportionnelle à la distance à l'axe de rotation.

**Question 8** On s'intéresse au modèle d'usure uniforme décrit ci-dessus. Reprendre l'étude précédente afin d'exprimer dans ce cas le torseur d'action mécanique global  $\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 1}\}$  en fonction de  $N$ ,  $f$ ,  $R$  et  $r$ .

**Question 9** La valeur de  $N$  étant fixée par les caractéristiques du ressort, quel modèle permet d'obtenir un plus grand couple transmissible par l'embrayage?

**Question 10** Quelles implications a le résultat précédent sur le ressenti du conducteur lors des premières semaines d'utilisation d'une voiture avec un embrayage neuf.

L'architecture réelle d'un embrayage est un peu plus complexe. Il existe en fait deux zones de contact, de part et d'autre du disque (5). Le disque presseur (3) coulisse par rapport à l'arbre d'entrée (1) sous l'action du ressort et peut donc imposer le contact entre les disques liés à (1) et (3) et le disque mobile (5). L'amplitude du mouvement est suffisamment faible pour qu'on puisse le négliger. En revanche, celui-ci conduit à un effort normal au niveau pouvant varier.

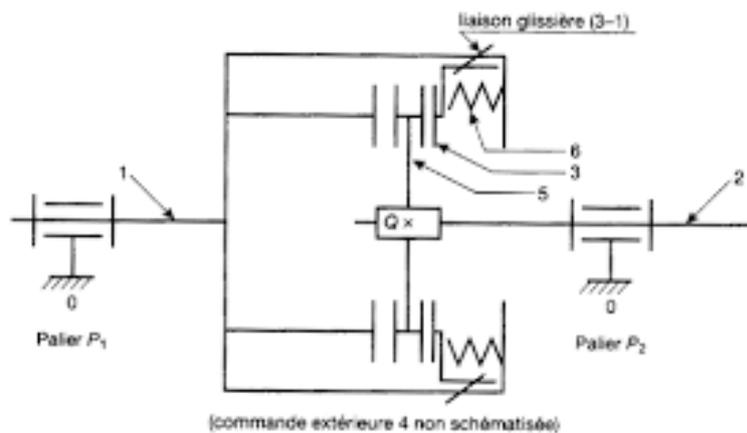


FIGURE 2 – Modèle plus pertinent de l'embrayage.

**Question 11** Réaliser un graphe de structure du système en y indiquant l'action mécanique du ressort.

**Question\* 12** En analysant le fonctionnement de l'embrayage, ajouter au graphe de structure l'action de l'utilisateur permettant de débrayer, qui sera considérée comme provenant de l'extérieur. Cette dernière n'est pas décrite dans le texte.

**Question\* 13** Justifiez par une suite pertinente d'isollements et l'application de théorèmes issus du Principe Fondamental de la Statique, que le couple d'un disque presseur sur le disque de sortie est égal à la moitié du couple de l'ensemble des deux disques presseurs. Montrez de même que la force suivant  $\vec{x}$  est la même pour chaque disque presseur et égale à l'action du ressort sur l'un des disques presseurs.

**Question\* 14** Justifier l'intérêt de cette version du système par rapport à la précédente.

**Question\* 15** Discuter de la pertinence du modèle précédent pour déterminer le couple transmissible et comparer les deux modèles de pression.

# Fromage

## Exercice 1 : Modélisation d'un vérin

On s'intéresse à la modélisation d'un vérin et notamment aux actions mécaniques transmissibles.

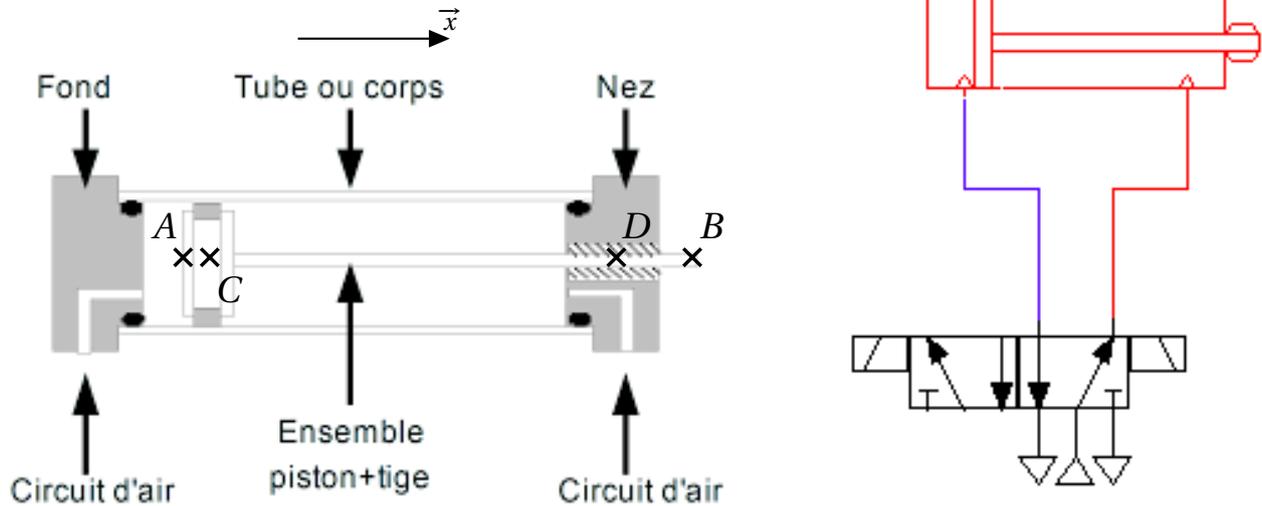


FIGURE 1 – Description d'un vérin (à gauche) et implantation avec un distributeur (à droite).

Le vérin est constitué d'un corps cylindrique dans lequel évolue un ensemble {piston + tige}. Le piston sépare le corps en deux chambres étanches alimentées par des circuits séparés et provenant du distributeur. Celui-ci est commandé par la chaîne d'information. Ici, le distributeur comporte 5 orifices d'entrée ou sortie de fluide et deux positions. Il est donc appelé « 5/2 ».

L'ensemble {piston + tige} est soumis aux actions mécaniques extérieures s'appliquant sur la tige (à l'extérieur du vérin) notées  $\{\mathcal{F}_{\text{ext} \rightarrow \text{tige}}^B\}$ . On cherchera ici à déterminer l'action mécanique des liaisons entre le corps et la tige et à déterminer la forme du torseur d'action mécanique du fluide (air ou huile) sur le piston et à donner sa dépendance en la pression.

On supposera que seule la chambre gauche contient du fluide sous pression. La chambre de droite est supposée à pression ambiante. La référence des pressions sera prise égale à la pression ambiante de telle sorte que l'action mécanique du fluide de la chambre droite sur le piston est nulle.

On supposera que le piston est de forme cylindrique, de diamètre  $D$  et que la surface en contact avec le fluide de la chambre gauche est un disque centré en  $A$ .

On note  $\lambda$  la sortie du vérin définie par  $\overrightarrow{DB} = \lambda \vec{x}$ . On note également  $L$  la longueur de la tige  $L = \|\overrightarrow{CB}\|$ .

**Question 1** En identifiant la nature géométrique du lieu de contact entre la tige et le nez (composant du corps), proposer un modèle pour la liaison entre l'ensemble {piston + tige} et le corps due au contact autour de  $D$ , dont le torseur d'action mécanique sera noté  $\{\mathcal{F}_{\text{corps} \rightarrow \text{tige}}^D\}$ .

**Question 2** En identifiant la nature géométrique du lieu de contact entre le piston (et non la tige) et le corps, proposer un modèle pour la liaison entre l'ensemble {piston + tige} et le corps due au contact autour de  $C$ , dont le torseur d'action mécanique sera noté  $\{\mathcal{F}_{\text{corps} \rightarrow \text{tige}}^C\}$ . On considèrera que le lieu de contact est suffisamment étroit pour pouvoir considérer qu'il est réduit à un cercle.

Le fluide de la chambre gauche est supposé à une pression uniforme  $p$ .

**Question 3** Proposer la forme du torseur d'action mécanique élémentaire du fluide sur le piston autour d'un point  $M$  de la surface du piston centrée en  $A$ , que l'on notera  $\{d\mathcal{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{piston}}^M\}$ .

**Question 4** En déduire l'expression du torseur d'action mécanique global du fluide sur le piston au point  $A$ .

On suppose que la tige du vérin est soumise à une action mécanique extérieure due à la chaîne d'action du système. Elle peut être modélisée par une force en  $B$  de direction quelconque. On écrit alors

$$\left\{ \mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{tige}}^B \right\} = \left\{ \begin{array}{c} F_x \vec{x} + F_y \vec{y} + F_z \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$$

**Question 5** Déterminer la pression dans le fluide permettant de maintenir l'équilibre en exploitant une équation scalaire pertinente issue d'un théorème/principe. On vérifiera la cohérence du résultat, notamment en ce qui concerne le signe de  $p$  en fonction de  $F_x$ ,  $F_y$  et  $F_z$ .

**Question 6** Déterminer les action mécaniques transmises par les liaisons. Quelle est la norme de chacune des résultantes que doit supporter chaque liaison?

On s'intéresse à présent à la sortie de la tige. On supposera que la vitesse de sortie est suffisamment faible pour pouvoir considérer que le système est à l'équilibre à tout instant. Afin de mieux modéliser la liaison entre le piston et le corps du vérin, on décide de prendre en compte le frottement entre ceux deux éléments (par l'intermédiaire du joint d'étanchéité évitant la circulation d'huile entre les deux chambres). On supposera qu'en chaque portion du cercle de contact entre les deux solides le corps exerce sur le piston un glisseur caractérisé par

$$\left\{ d\mathcal{T}_{\text{corps} \rightarrow \text{piston}}^M \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -\mu(\theta) dl \vec{e}_r - f\mu(\theta) dl \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_M$$

**Question 7** Donner la dimension physique de  $\mu$ ,  $f$  et  $dl$ . Justifier la forme du tenseur d'action mécanique local (composantes non nulles et signe de celles-ci).

**Question\* 8** Préciser les hypothèses nécessaires pour se donner une telle forme de tenseur d'action mécanique élémentaire.

A priori, la distribution  $\mu(\theta)$  est inconnue.

**Question\* 9** Déterminer la forme du tenseur d'action mécanique  $\left\{ \mathcal{T}_{\text{corps} \rightarrow \text{piston}}^C \right\}$ .

**Question\* 10** Simplifier dans le cas où  $f = 0$ . Commenter.

On suppose que  $\mu$  est uniforme et  $f \neq 0$ . Ceci est un modèle pertinent pour un joint déformable (en caoutchouc) lorsque le piston est bien centré (en l'absence donc d'efforts non axiaux).

**Question\* 11** Donner dans ce cas la forme du tenseur d'action mécanique  $\left\{ \mathcal{T}_{\text{corps} \rightarrow \text{piston}}^C \right\}$ .

# Dessert

## Exercice 1 : Résistance au roulement d'un TGV

Le TGV Duplex présente une masse de 386 tonnes, une vitesse maximale de 300 km/h et une puissance de 8800 kW. Le contact roue-rail est de type acier sur acier dont la SNCF évalue le coefficient de frottement à 0,15 et le coefficient de roulement à 3 mm. Les roues ont pour diamètre 920 mm. Les roues motrices sont au nombre de 8. On suppose que l'action du vent sur le TGV peut être modélisé par une force de norme 30 kN lorsque celui-ci roule à 300 km/h.

L'objectif est de vérifier le dimensionnement de la puissance à fournir par le TGV.

On néglige dans un premier temps l'action du vent sur le TGV.

**Question 1** Déterminer le moment de résistance au roulement global (en supposant qu'il n'y ait qu'une seule roue sur laquelle repose tout le poids).

**Question 2** Déterminer la vitesse angulaire des roues lorsque le train avance à vitesse maximale.

**Question 3** Calculer la puissance nécessaire à maintenir l'avance du train et conclure quant à la puissance réelle.

**Question 4** Considérons à présent l'action de l'air sur le TGV. Comment ceci modifie les résultats précédents?

**Question 5** Le train risque-t-il de glisser sur les rails?