

## Séquence 6.2

**Modéliser cinématiquement les mécanismes****Entrée****Exercice 1 : Bras articulé FANUC R-2000iB**

On souhaite déterminer la vitesse de l'extrémité de l'outil du bras articulé en exploitant les torseurs cinématiques associés aux liaisons.

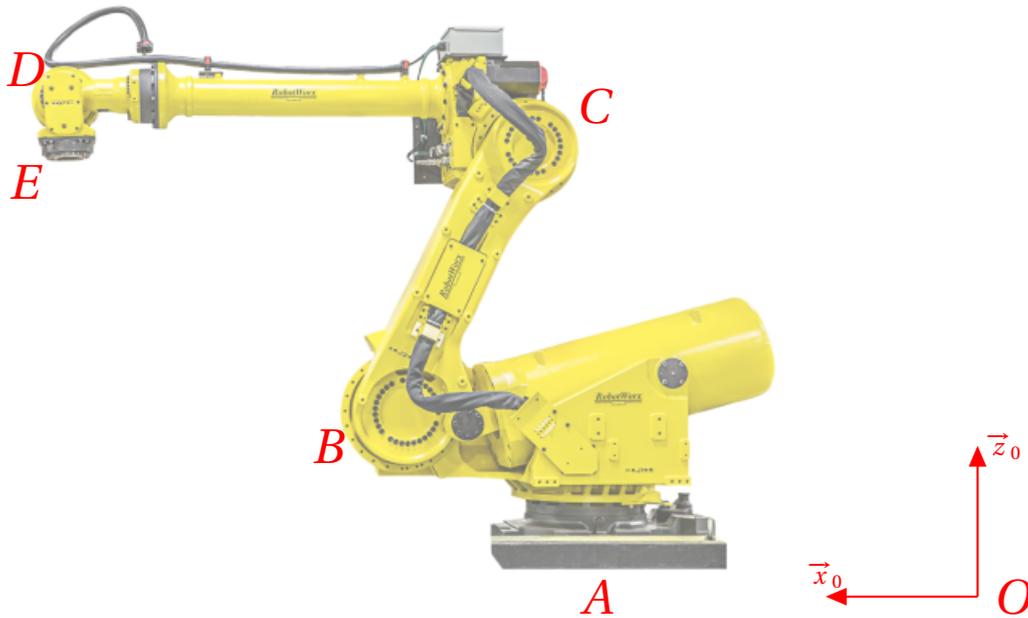


FIGURE 1 – Bras articulé FANUC R-2000iB

On note  $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  un repère fixe par rapport au sol avec  $\vec{z}_0$  vertical ascendant. Le système est composé d'un rail (0), fixe par rapport au sol, sur lequel coulisse un chariot (1) suivant la direction  $\vec{x}_0$ . La base du robot (2) peut pivoter par rapport au chariot (1) autour de la verticale  $\vec{z}_0$ . On note  $A$  un point de l'axe de rotation tel que  $\vec{OA} = \lambda \vec{x}_0$ . Deux bras (3) et (4) sont montés en série sur la base, articulés autour d'axes de rotation parallèles et horizontaux de direction  $\vec{y}_2$ . On note  $B$  et  $C$  des points appartenant à chacun de ces axes de rotation et définis par  $\vec{AB} = a \vec{z}_0 + b \vec{x}_2$  et  $\vec{BC} = c \vec{x}_3$ . Le porte-outil (5), monté sur le deuxième bras (4) est autorisé à tourner autour de l'axe principal de celui-ci, orthogonal et non concourant avec l'axe de la liaison pivot entre les deux bras. Finalement, l'outil (6) peut pivoter autour de l'axe principal de l'outil, qui est orthogonal et concourant avec le précédent. On note  $D$  le point d'intersection de ces deux axes de rotation. On peut exprimer  $\vec{CD} = d \vec{x}_4 + e \vec{z}_4$  avec  $\vec{x}_4$  la direction principale du deuxième bras. La position de l'extrémité de l'outil  $D$  est donnée par  $\vec{DE} = f \vec{y}_6$ . Cet axe correspond à l'axe principal de l'outil. Les angles associés à chacune des rotations sont :  $\alpha$  (rotation de (2) par rapport à (1)),  $\beta$  (rotation de (3) par rapport à (2)),  $\gamma$  (rotation de (4) par rapport à (3)),  $\varphi$  (rotation de (5) par rapport à (4)) et  $\psi$  (rotation de (6) par rapport à (5)).

**Question 1** Proposez un graphe des liaisons du système.

**Question 2** Placez les différents éléments caractéristiques des liaisons sur la figure.

**Question 3** Proposez un schéma cinématique du système. Vous utiliserez une couleur différente pour chaque solide.

**Question 4** Donnez la forme des torseurs cinématiques  $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$ ,  $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$ ,  $\{\mathcal{V}_{3/2}\}$ ,  $\{\mathcal{V}_{4/3}\}$ ,  $\{\mathcal{V}_{5/4}\}$  et  $\{\mathcal{V}_{6/5}\}$ . Vous les exprimerez en un point permettant d'avoir une écriture compacte.

**Question 5** Déterminez la relation entre les paramètres géométriques du paramétrage et les grandeurs cinématiques des torseurs.

**Question 6** Exprimez, en exploitant le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$ , la vitesse de  $A$  appartenant à (1) par rapport au bâti (0)  $\vec{V}(A \in 1/0)$ .

**Question 7** Justifiez que  $\vec{V}(A \in 2/1) = \vec{0}$ .

**Question 8** Déduisez-en  $\vec{V}(A \in 2/0)$ .

**Question 9** Exprimez  $\vec{V}(B \in 3/0)$ .

**Question 10** Exprimez maintenant  $\vec{V}(C \in 4/0)$ ,  $\vec{V}(D \in 5/0)$  puis  $\vec{V}(E \in 6/0)$ .

# Plat

## Exercice 1 : Pompe hydraulique à pistons axiaux (pompe à barillet)

Les pompes hydrauliques permettent de transformer un mouvement de rotation continu (normalement issu d'un moteur) en un débit de fluide<sup>1</sup>. Les pompes à barillet, forment une famille de pompes dans lesquelles des pistons sont montés sur un barillet qui est mis en rotation continue par l'arbre d'entrée, qui est coaxial aux pistons. Ces pistons s'appuient sur un plateau incliné. Dans le cas des pompes à débit réglable, cette inclinaison par rapport à l'axe de rotation du barillet est réglable.

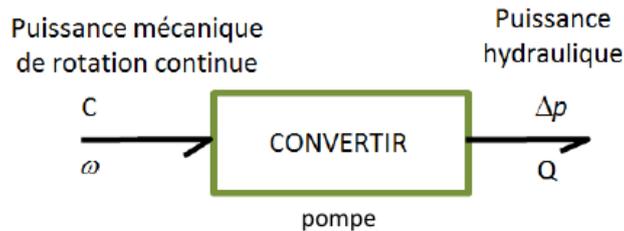


FIGURE 1 – Rôle d'une pompe hydraulique.

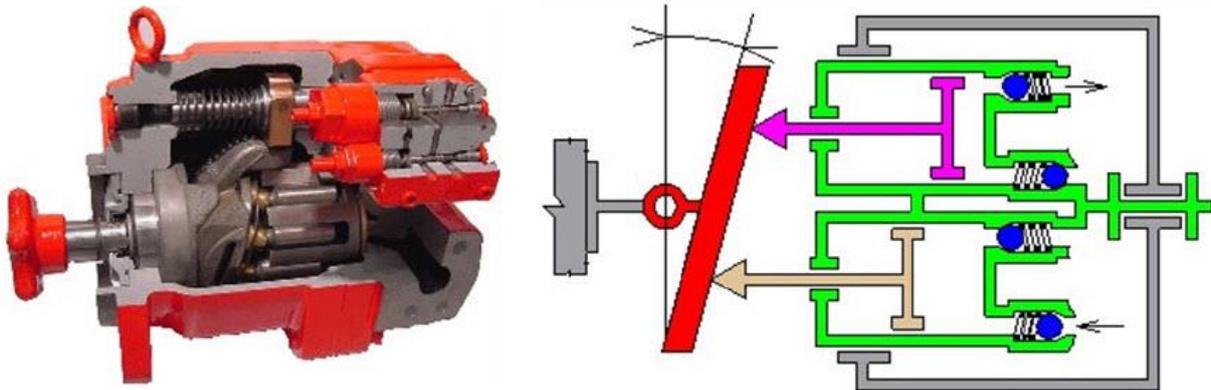


FIGURE 2 – Pompe à pistons axiaux et débit réglable (à gauche) et représentation schématisée (à droite).

Le mouvement de rotation continu de l'entrée est transformé en une translation alternative des pistons. Le volume de la chambre de chacun d'entre eux évolue donc de façon alternative et un ensemble de clapets permet donc de faire entrer ou sortir le fluide, en imposant un débit.

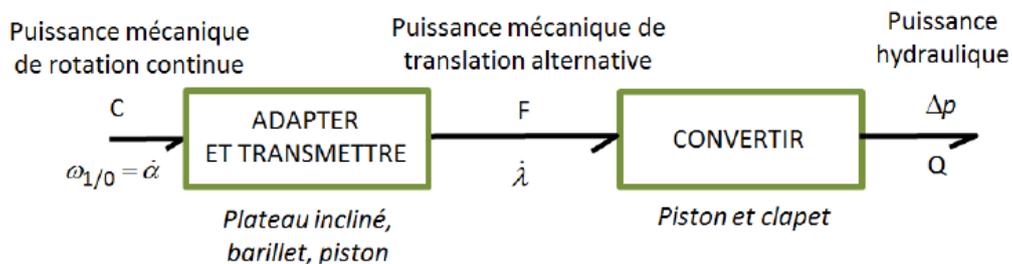


FIGURE 3 – Modèle d'une pompe à pistons axiaux sous forme de chaîne d'énergie.

On modélise une pompe à barillet par le schéma cinématique de la figure 4 et on se donne le paramétrage suivant :

- $\mathcal{R}_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  associé au corps de la pompe (0), considéré comme étant le bâti;
- $\mathcal{R} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}_0)$  également associé au corps de la pompe (0) et tel que  $\vec{x}$  soit normal au plan du plateau;

1. Ce point de vue cinématique peut s'étendre à l'énergétique : la pompe transforme une puissance mécanique de rotation en une puissance hydraulique

- $\mathcal{R}_1 = (\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  associé au barillet (1);
- $\mathcal{R}_2 = (\vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  associé à l'un des pistons (2);
- $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}) = (\vec{y}_0, \vec{y})$  fixe;
- $\alpha(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ ;
- $\vec{OC} = c \vec{x}_0$ ;
- $\vec{CB} = -b \vec{x}_0 + r \vec{y}_1$ ;
- $\vec{BA} = -\lambda(t) \vec{x}_0$ .

On note  $S$  la section des pistons,  $q(t)$  le débit instantané de la pompe,  $Q$  le débit moyen. On suppose que la pompe comporte six pistons.

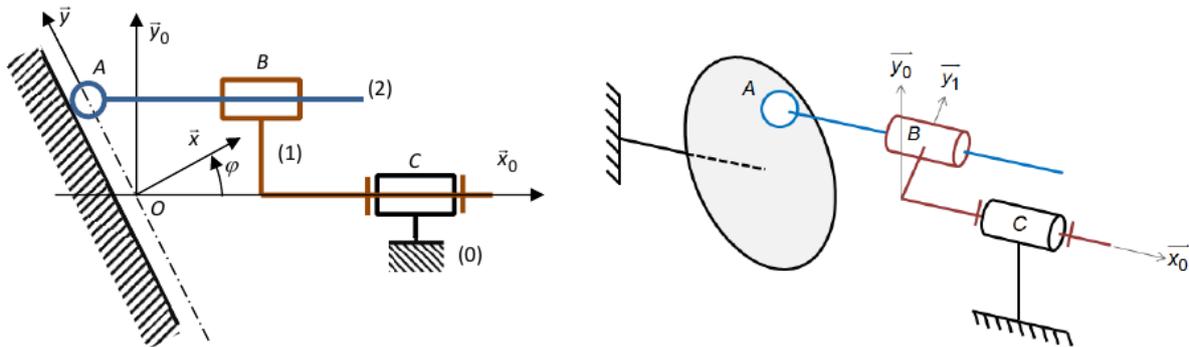


FIGURE 4 – Schéma cinématique 2D (à gauche) et 3D (à droite) de la pompe à barillet.

**Question 1** Réalisez un graphe de liaisons du mécanisme. On se contentera d'abord d'un seul piston et on le modifiera ensuite pour en ajouter un deuxième.

**Question 2** Exprimez le torseur cinématique associé à chacune des liaisons. Vous les exprimerez de la façon la plus compacte possible.

**Question 3** Identifiez les grandeurs cinématiques d'entrée et de sortie.

**Question 4** Écrivez une fermeture cinématique permettant de déterminer la loi d'entrée-sortie cinématique du mécanisme. En quel point est-il plus judicieux de l'exprimer ?

**Question 5** Écrivez les deux équations vectorielles issues de la fermeture cinématique. Choisissez judicieusement une équation scalaire (projection) permettant d'obtenir la loi d'entrée-sortie cinématique.

**Question 6** Tracez les figures planes pertinentes et déduisez-en la loi d'entrée-sortie cinématique.

**Question 7** Déterminez le débit de sortie instantané de la pompe en fonction de l'inclinaison du plateau.

**Question 8** Déduisez-en le débit moyen.

**Question 9** Tracez le débit moyen en fonction de l'inclinaison du plateau. Est-il possible d'annuler le débit sortant ? D'inverser le sens de circulation du fluide ?

# Dessert

## Exercice 1 : Croix de Malte

Une **croix de Malte** est un système mécanique de transformation du mouvement permettant de transformer un mouvement de rotation continu en un mouvement de rotation discontinu. Le mouvement d'entrée est donc une vitesse de rotation *a priori* constante et la sortie est une vitesse de rotation alternativement nulle et non nulle. Lors de la phase où la vitesse de rotation de sortie est non nulle, la sortie effectue une fraction de tour fixée par l'architecture du mécanisme.

Historiquement, il a été utilisé par exemple dans les caméras ou projecteurs à pellicule pour permettre l'arrêt de la pellicule devant l'obturateur pour chaque prise ou projection d'image ou dans les montres afin de compter le nombre d'années et pouvoir ainsi faire la différence entre années bissextiles et non-bissextiles. Aujourd'hui, ce type de mécanismes reste très utilisé dans des compteurs mécaniques (compteur kilométrique d'une voiture par exemple) ou encore dans des machines industrielles nécessitant l'arrêt du produit pendant un certain temps pour effectuer une tâche. C'est le cas du remplissage de bocaux dans l'industrie agroalimentaire par exemple.

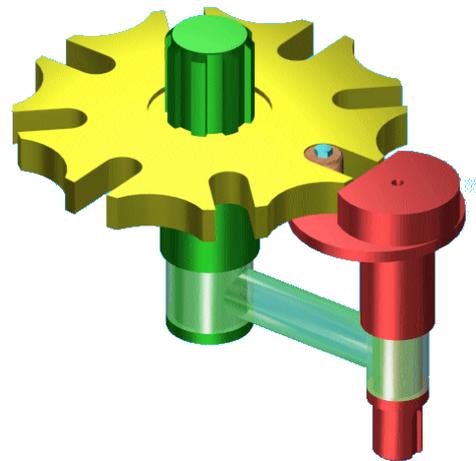
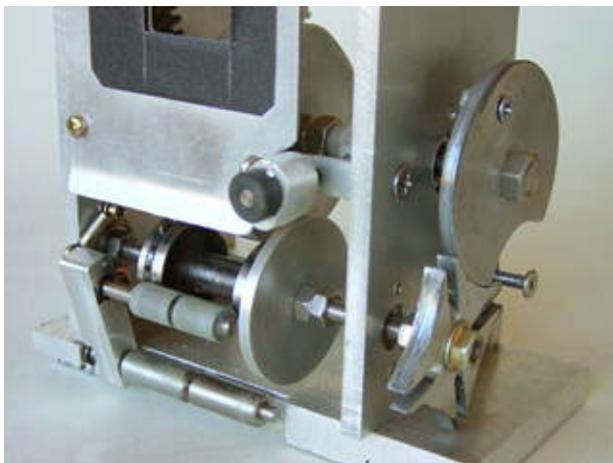


FIGURE 1 – Système de projection comportant une croix de Malte (à gauche) et croix de Malte à 8 tours (à droite).

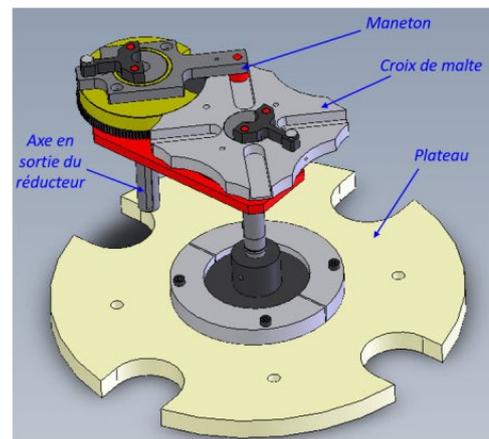


FIGURE 2 – Capsuleuse à bocaux Indexa (à gauche) où on observe l'arrivée des bocaux à gauche et un plateau tournant déplaçant les bocaux. À droite, un modèle numérique 3D de système de mise en rotation du plateau de la capsuleuse.

On s'intéresse ici au système de transmission à croix de Malte de la capsuleuse à bocaux Indexa. Un motoréducteur met en rotation le maneton par rapport au bâti à une vitesse de rotation de 10 tours par minute. Celui-ci entraîne en rotation discontinue la croix de Malte qui est solidaire du plateau. Un premier convoyeur (à gauche sur la vue générale de la capsuleuse et non représenté sur le modèle 3D de la figure 2) met les bocaux au contact du plateau tournant. Lorsqu'un emplacement vide est face au convoyeur, un bocal occupe la place. Lorsque le plateau tournant est à nouveau mis en rotation par le maneton, le bocal est déplacé d'un quart de tour et se situe sous le système de capsulage qui se met en route suite à la détection du bocal par un capteur de présence. Pendant la

phase de capsulage, qui dure 1 seconde, le bocal doit rester à l'arrêt. Finalement, lors du prochain quart de tour du plateau tournant, le bocal se trouvera sur un deuxième convoyeur qui l'évacuera.

On souhaite dans un premier temps déterminer la loi entrée-sortie du mécanisme afin de tracer la vitesse de rotation de la sortie en fonction du temps. Ensuite, on cherchera à étudier l'intérêt d'introduire un galet entre le maneton (1) et la croix de Malte (2). Dans la première partie, on supposera que ce galet est solidaire du maneton.

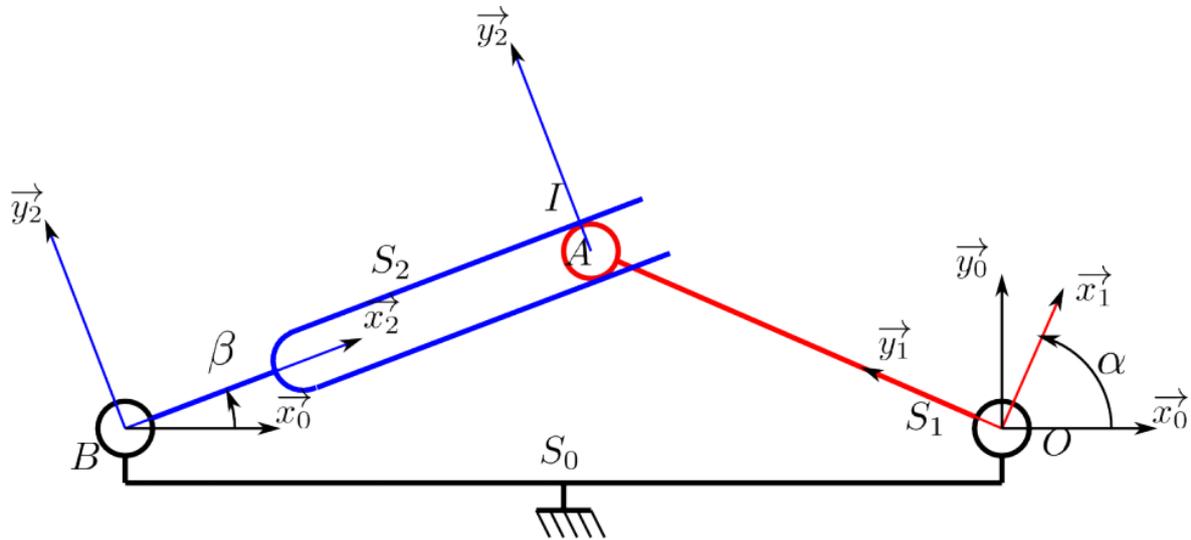


FIGURE 3 – Schéma cinématique (non normalisé) d'une croix de Malte.

Le paramétrage est donné ci-dessous :

- $\vec{OB} = -L\vec{x}_0$  avec  $L = 145$  mm
- $\vec{OA} = R\vec{y}_1$  avec  $R = 141$  mm
- $\vec{BA} = \lambda(t)\vec{x}_2$
- $\vec{AI} = r\vec{y}_2$  avec  $r = 8$  mm
- $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$
- $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$

**Question 1** Réalisez un graphe de liaisons du mécanisme. Vous préciserez les caractéristiques géométriques des liaisons. Quel est le symbole normalisé pour la liaison entre le maneton et la croix de Malte ?

**Question\* 2** Le graphe de liaisons réalisé précédemment est-il valable à tout instant ? Précisez en vous appuyant sur la figure 2 (droite).

**Question 3** Tracez les figures planes de changement de base pertinentes.

**Question 4** En écrivant une fermeture géométrique, déterminez la loi d'entrée-sortie géométrique du mécanisme pendant la phase où le maneton est dans la rainure de la croix de Malte.

**Question 5** Déduez-en la loi d'entrée-sortie cinématique par dérivation de la relation précédente.

**Question 6** Que vaut le paramètre de sortie  $\dot{\beta}$  cinématique lorsque le maneton n'est pas dans la rainure. Justifiez brièvement.

**Question\* 7** Démontrez la réponse à la question précédente.

**Question 8** Déterminez la valeur de  $\alpha$  pour laquelle se produit la transition entre les deux phases du mouvement.

**Question 9** Tracez la vitesse de rotation de la croix de Malte en fonction du temps sur un tour complet de celle-ci. Tracez sur un autre graphique sa position angulaire au cours du temps.

**Question 10** Écrivez la forme des torseurs cinématiques de chacune des liaisons.

**Question 11** Déterminez la vitesse  $\vec{V}(I \in 1/0)$ .

**Question 12** Déterminez la vitesse  $\vec{V}(I \in 2/0)$ .

**Question 13** Déterminez la vitesse  $\vec{V}(I \in 1/2)$ .

**Question 14** Déterminez la vitesse de glissement du maneton (1) sur la croix de Malte (2) au point  $I$  en fonction de  $\alpha$ ,  $\beta$  et leur dérivée temporelle.

**Question\* 15** Que peut-on affirmer sur  $\vec{V}(I \in 1/2) \cdot \vec{y}_2$  ?

**Question\* 16** Retrouvez alors la loi d'entrée-sortie cinématique du mécanisme.

On étudie à présent la possibilité d'utiliser un galet afin de limiter le glissement entre le maneton et la croix de Malte (ce qui permettra de réduire l'usure des pièces et d'améliorer le rendement de la transmission).

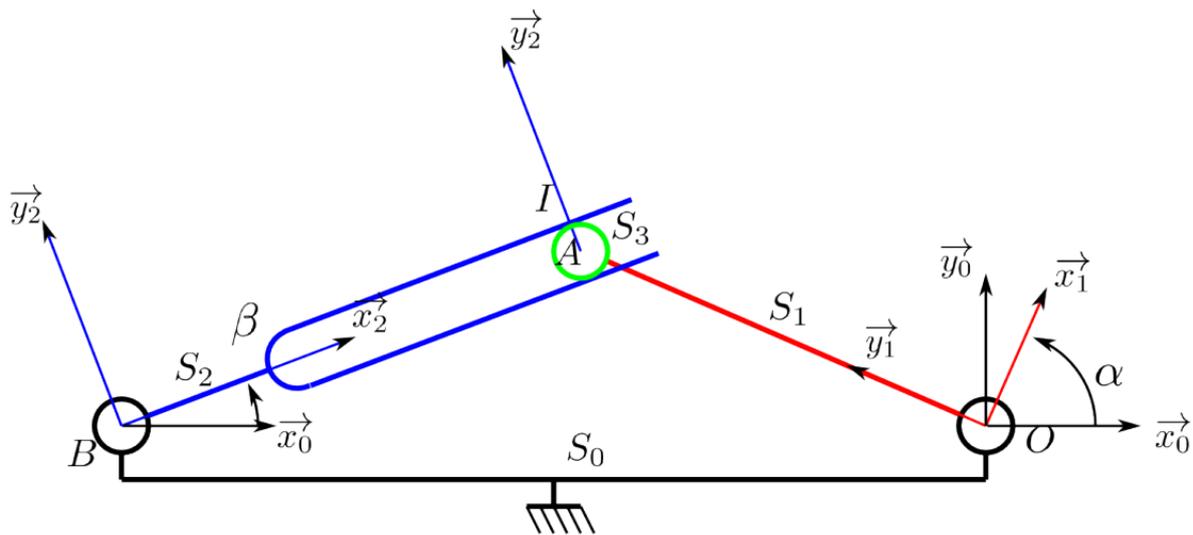


FIGURE 4 – Schéma cinématique (non normalisé) d'une croix de Malte avec un galet.

**Question 17** Proposez un paramétrage du nouveau système et un graphe de liaisons.

**Question\* 18** En supposant que le galet roule sans glisser au point  $I$  déterminez la vitesse de rotation du galet (3) par rapport au maneton (2).

**Remarque :** cette hypothèse est pertinente dans la mesure où il existe un jeu entre le galet et la rainure. Le galet ne peut pas être simultanément en contact contre les deux côtés de la rainure. Une étude analogue permettrait d'obtenir les mêmes conclusions si le point de contact est supposé de l'autre côté. Il resterait une question plus délicate : la transition entre ces deux contacts...

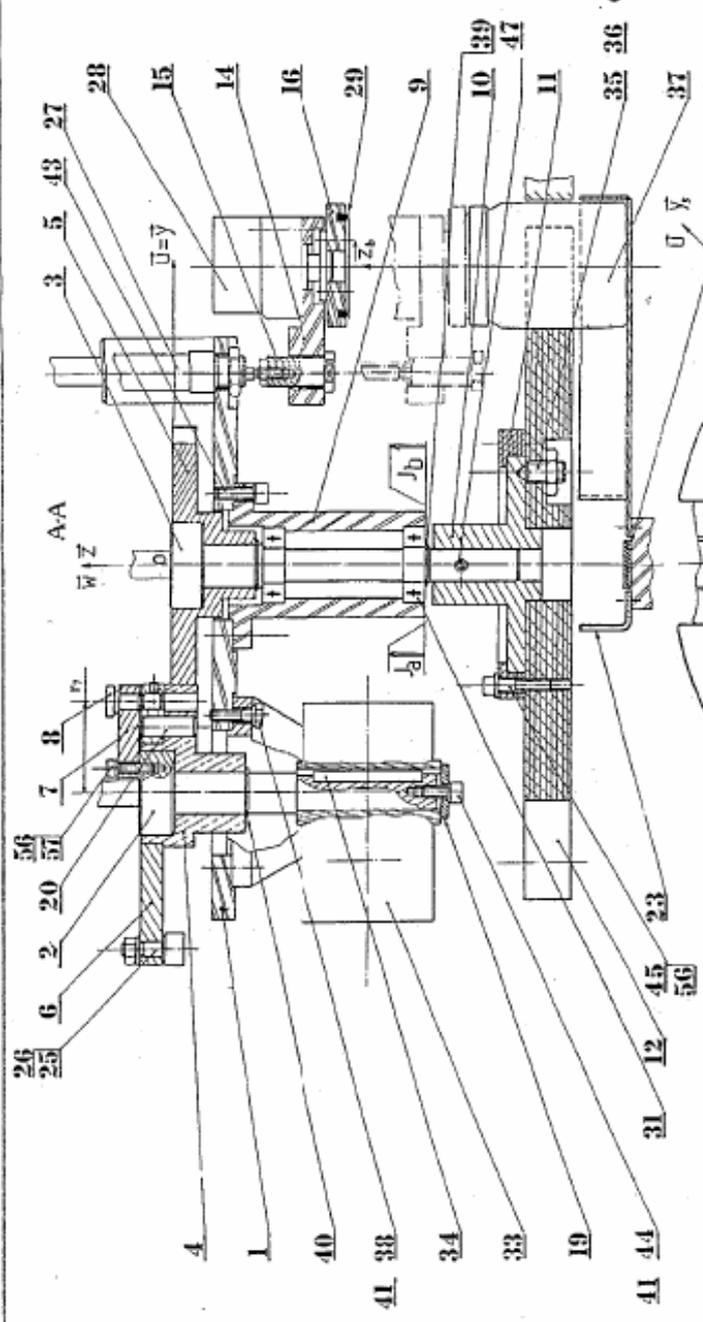
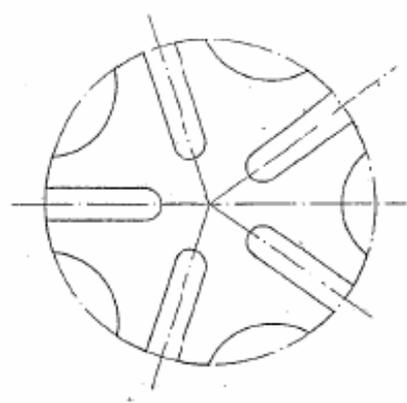
Le dessin d'ensemble et la nomenclature de la capsuleuse à bouchons sont fournis ci-après. On y remarque que le galet est monté directement sur le maneton, sans pièces intermédiaires. La surface de contact entre les deux pièces est cylindrique de diamètre 8 mm. Il existe par ailleurs deux plans de contact empêchant la translation du galet suivant son axe par rapport au maneton.

**Question\* 19** Déterminez la valeur absolue de la vitesse de glissement des points de la surface de contact.

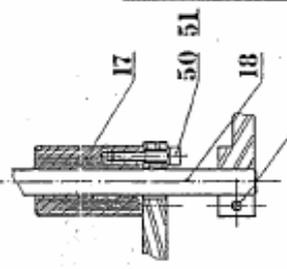
**Question\* 20** Comment peut-on déterminer la valeur absolue maximale de la vitesse de glissement? Est-il possible de conjecturer sa valeur?

Si cette vitesse de glissement est trop importante, il est encore possible d'interposer des éléments roulants entre les deux arbres : c'est le principe d'un roulement (à billes, à rouleaux etc.).

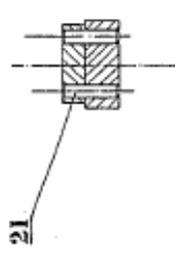
CROIX DE MALTE A 5 POSITIONS



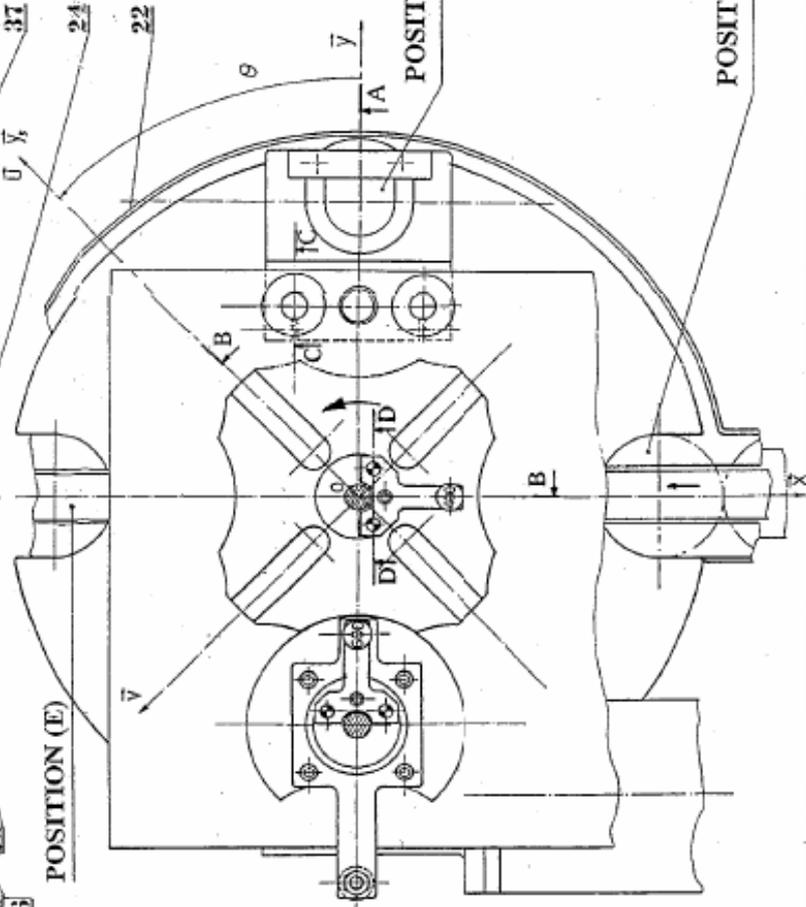
Coupe partielle CC



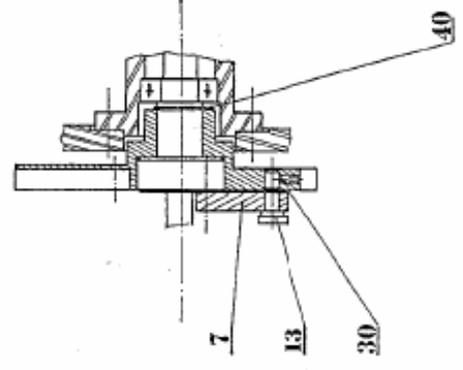
Section DD



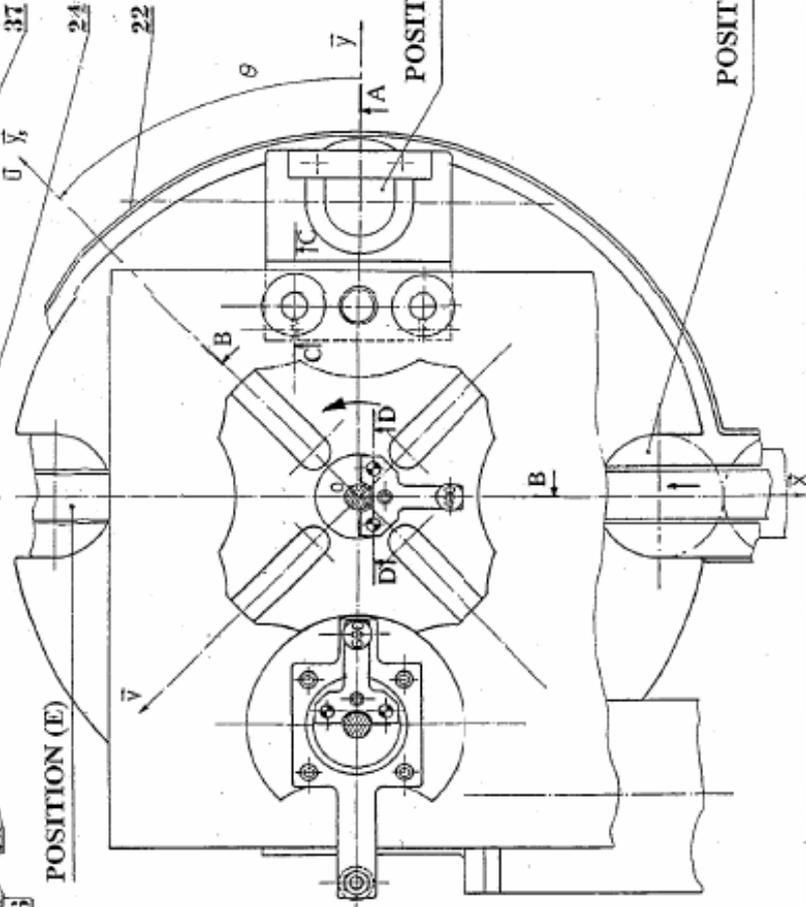
POSITION (E)



Coupe partielle BB



POSITION (A)



NUMERIQUE

NO	DESIGNATION	QUANTITE	REMARQUES
1	...	...	...
2	...	...	...
3	...	...	...
4	...	...	...
5	...	...	...
6	...	...	...
7	...	...	...
8	...	...	...
9	...	...	...
10	...	...	...
11	...	...	...
12	...	...	...
13	...	...	...
14	...	...	...
15	...	...	...
16	...	...	...
17	...	...	...
18	...	...	...
19	...	...	...
20	...	...	...
21	...	...	...
22	...	...	...
23	...	...	...
24	...	...	...
25	...	...	...
26	...	...	...
27	...	...	...
28	...	...	...
29	...	...	...
30	...	...	...
31	...	...	...
32	...	...	...
33	...	...	...
34	...	...	...
35	...	...	...
36	...	...	...
37	...	...	...
38	...	...	...
39	...	...	...
40	...	...	...
41	...	...	...
42	...	...	...
43	...	...	...
44	...	...	...
45	...	...	...
46	...	...	...
47	...	...	...
48	...	...	...
49	...	...	...
50	...	...	...
51	...	...	...
52	...	...	...
53	...	...	...
54	...	...	...
55	...	...	...
56	...	...	...

MACHINE INDEXA  
RAVOUX AUTOMATISMES

ECHELLE 1:1/2

# CAPSULEUSE DE BOCAUX " Indexa "

## NOMENCLATURE

Rep.	Nb.	Désignation	Matière - Fabricant
1	1	Plaque support	Al Cu 4 Mg
2	1	Arbre d'entrée	C 48
3	1	Arbre de sortie	C 48
4	1	Came d'indexage	BP 23
5	1	Croix de Malte	C 70
6	1	Maneton	E 335
7	2	Bras de couple	C 48
8	1	Axe de cisaillement 600 N	Al Cu 4 Mg
9	1	Palier	
10	1	Moyeu	C 48
11	1	Bride	
12	1	Etoile de transfert	
13	1	Axe de cisaillement 400 N	Al Cu 4 Mg
14	1	Plaque porte-vérin	Al Cu 4 Mg
15	1	Embout de vérin	E 335
16	1	Embout de vissage	Al Cu 4 Mg
17	2	Bague de guidage	<i>Delrin</i>
18	2	Colonne	100 Cr 6
19	1	Rondelle	C 48
20	1	Doigt d'entraînement	Stub
21	2	Pion d'entraînement	Stub
22	1	Guide extérieur	X 8 Cr 17
23	1	Guide intérieur	X 8 Cr 17
24	1	Courroie	<i>Siegling</i>
25	1	Galet arbré	<i>INA</i>
26	5	Rondelle W 8	
27	4	Vis CHC, M8x20	
28	1	Vérin rotatif DSRL 16.180 P.FW	<i>Festo</i>
29	1	Joint d'aspiration V-Ring V50	<i>SKF</i>
30	2	Vis sans tête HC, à bout plat, M4x6	
31	2	Roulement à billes	<i>SKF</i>
33	1	Moto-réducteur MVA.M53C.5O.25.63FMC	<i>Leroy Somer</i>
34	1	Clavette	
35	4	Poussoir à billes 32.011.12	<i>Maurin</i>
36	4	Ecrou Hm, M12	
37		Bocal	
38	4	Vis H, M6x20	
39	1	Anneau élastique pour arbre, 20x1,2	
40	2	Anneau élastique pour arbre, 25x1,2	
41	5	Rondelle W 6	
43	4	Vis CHC, M6x40	
44	1	Vis CHC, M6x25	
45	4	Vis CHC, M6x40	
47	1	Goupille élastique	
50	8	Vis CHC, M5x30	
51	8	Rondelle W 5	
56	6	Rondelle, M5 U	
57	2	Vis CHC, M5x20	