

Notion de Viscosité

Compétences expérimentales au programme :

Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.	Pouvoir évaluer avec une précision donnée, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.
Analyser une image numérique	Acquérir (webcam...) l'image d'un phénomène physique sous forme numérique, et l'exploiter à l'aide d'un logiciel pour conduire l'étude du phénomène.
Visualiser et décomposer un mouvement.	Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié.
Influence de la résistance d'un fluide.	Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.
Oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.	Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.
Fluides parfaits. Fluides newtoniens : notion de viscosité	Exploiter des conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite

Problématique : Comment déterminer expérimentalement la viscosité d'un liquide ?

Objectifs :

- Mettre en évidence l'existence d'une force de frottement liée à la viscosité du fluide.
- Expliquer le principe de fonctionnement des viscosimètres (appareils destinés à mesurer la viscosité de liquides).

Cours associés :

- **PT** : statique des fluides et description d'un fluide en écoulement
- **PTSI** : P4 et P9 (Régimes transitoires du 1^{er} ordre et du 2^e ordre) ; P13 (dynamique newtonienne du point) et P16 (moment cinétique).

A faire pour le mercredi 20/12 :

- Lire entièrement le sujet
 - Répondre à toutes les questions sauf la question 6.
- Pendant le TP : Répondre à la question 6 = compte-rendu sur l'expérience réalisée.

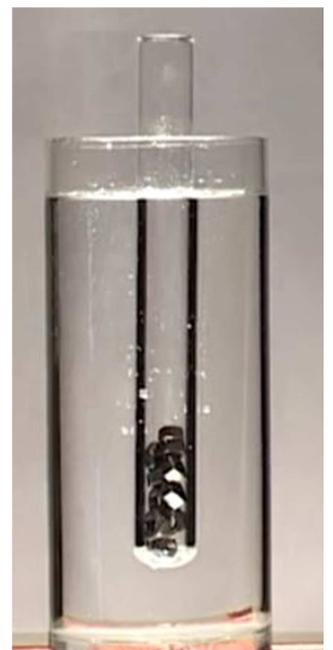
A) Mise en évidence de la force de frottement fluide

La photo ci-contre est extraite de la vidéo :

http://www.canal-u.tv/video/tele2sciences/oscillations_d_un_flotteur.151780

Avec un tube à essais lesté plongeant dans des liquides de viscosité différente, on met en évidence les deux régimes transitoires caractérisant le mouvement d'un corps soumis à des oscillations libres et **amorties** : régime pseudo-périodique si l'amortissement est faible et apériodique si l'amortissement est fort.

➔ 1. En introduisant une force de frottement fluide linéaire (cf PTSI Ch.P13), déterminer l'équation du mouvement du tube à essai. La mettre sous forme canonique en introduisant la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q (cf PTSI Ch.P9). Conclure quant à l'existence des deux types de régimes transitoires.



B) Mesure de viscosité

Il existe différents types de viscosimètres. Les § suivants présentent deux exemples.

1) Viscosimètre à chute de bille

❖ Influence de la viscosité sur le temps de chute – Mise en évidence expérimentale



A gauche : un viscosimètre à chute de bille.

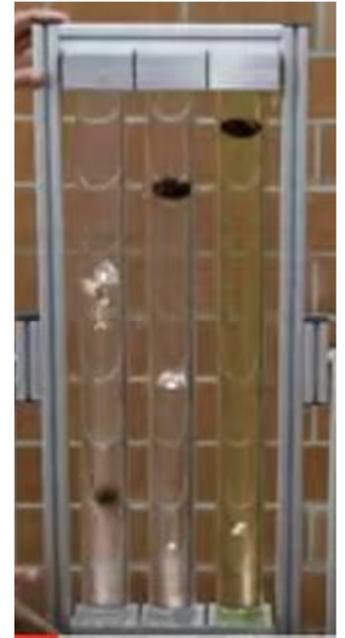
A droite : photo extraite de la vidéo présente via le lien ci dessous :

<https://www.youtube.com/watch?v=8OR-iBmD2b4>

On observe la chute d'une bille dans différents fluides (de gauche à droite : eau, glycérine et huile).

On constate que le temps de chute dépend du type de fluide notamment sa viscosité.

En TP : On observe la chute d'une bille dans différents des mélanges glycérol-eau où l'on fait varier la « pureté » du glycérol.



❖ Interprétation théorique – Force de traînée sur une sphère

On s'intéresse au principe de fonctionnement d'un viscosimètre à chute de bille.

On considère donc une bille en acier de masse m et de rayon R qui tombe dans un liquide de masse volumique ρ et de viscosité η .

Pour un système sphérique, il existe une expression empirique de la force de frottement fluide, cf annexe, appelée force de traînée. Dans un viscosimètre à chute de bille, on considère qu'on se situe dans le domaine des faibles vitesses.

➔ 2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la composante verticale \dot{z} de la vitesse \vec{v} de la bille lors de sa chute. Par analogie avec l'équation de la charge d'un condensateur, mettre l'équation sous forme canonique en introduisant un temps caractéristique τ du régime transitoire (cf PTSI Ch.P4).

L'analogie avec la charge du condensateur permet de distinguer 2 phases du mouvement : les régimes transitoire (RT) et permanent continu (RP continu).

On note v_{lim} la norme de la vitesse atteinte par la bille en régime permanent et Δt la durée du régime transitoire i.e. la durée nécessaire pour que la bille atteigne sa vitesse limite.

➔ 3. Déterminer l'expression de la durée Δt et de la vitesse limite v_{lim} .

On lâche la bille à la surface du liquide, choisie comme référence des altitudes, puis on mesure la durée T mise par la bille pour passer de l'altitude z_1 à z_2 (on supposera que la bille a atteint sa vitesse limite dans cette zone).

➔ 4. Exprimer la viscosité η du fluide en fonction des données.

➔ 5. Vérifier la cohérence du résultat précédent avec la vidéo du § précédent.

❖ Expérience

On filme la chute d'une bille dans le glycérol (30 images par seconde).

➔ 6. Exploiter la vidéo via le logiciel Latis pro (*vous donnerez un maximum d'informations sur votre démarche*) et utiliser le matériel présent dans la salle de TP pour déterminer la viscosité du glycérol. Analyser soigneusement le résultat.

2) Viscosimètre rotatif

❖ Photographie de l'appareil

La rotation d'un solide (souvent cylindrique) dans le fluide permet de déterminer la viscosité du fluide.



❖ Interprétation théorique – Viscosimètre de Couette

Cet appareil a été construit par Couette pour mesurer la viscosité η d'un liquide.

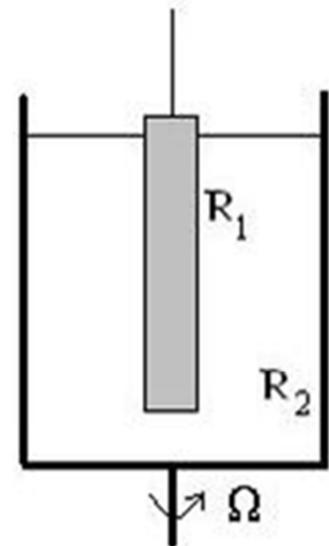
Il se compose d'un cylindre intérieur, de rayon R_1 , suspendu à un fil de torsion exerçant sur lui un moment $-C\alpha$ lorsqu'il tourne d'un angle α autour de son axe par rapport à sa position initiale et d'un cylindre extérieur, de rayon R_2 , contenant le liquide.

La hauteur du liquide est suffisante pour pouvoir négliger les effets de bords.

Les deux cylindres sont concentriques d'axe (Oz).

Un opérateur impose au cylindre extérieur une rotation à vitesse angulaire Ω constante en exerçant un couple G.

En régime stationnaire, le cylindre intérieur s'immobilise et on note $\alpha_{\text{éq}}$ son angle par rapport à sa position initiale.



On étudie le problème en coordonnées cylindriques.

On donne l'expression de la force surfacique de viscosité (cisaillement) exercée sur une surface élémentaire $d\vec{S} = dS\vec{u}_r$ par le fluide situé au-delà de r sur le fluide situé en deçà de r :

$$d\vec{F} = \eta r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} dS \vec{u}_\theta$$

On peut montrer (avec la loi du moment cinétique) que le champ de vitesse du fluide s'écrit sous la forme :

$$\vec{v}(M) = \left(\frac{A}{r} + Br \right) \vec{u}_\theta \quad \text{avec } A \text{ et } B \text{ deux constantes}$$

- 7. Justifier la direction du vecteur $\vec{v}(M)$ et la dépendance de sa norme en r .
- 8. Déterminer les expressions des constantes A et B en fonction de R_1 , R_2 et Ω .
- 9. Calculer le moment $d\Gamma$ de la force $d\vec{F}$ par rapport à l'axe (Oz) et préciser l'expression de dS .
- 10. On note h la hauteur immergée du cylindre intérieur. Déterminer l'expression du moment Γ par rapport à (Oz) des forces exercées par le fluide sur ce cylindre en fonction de η , R_1 , R_2 , h et Ω .
- 11. Justifier que la mesure de $\alpha_{\text{éq}}$ permet de déterminer la viscosité η du fluide.
- 12. Quel est l'intérêt d'avoir plusieurs vitesses de rotation ω possibles sur un même appareil ?

ANNEXE

■ Viscosité et force de traînée sur une sphère

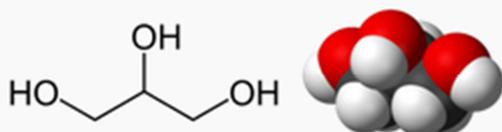
Une sphère de rayon R en mouvement relatif dans un fluide subit de la part de ce dernier une action mécanique : la force de traînée. Elle dépend de la vitesse, de la dimension et de la nature de la sphère, de la viscosité dynamique η . Aux faibles vitesses (formule de Stokes) :

$$\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}. \text{ Aux vitesses élevées : } \vec{f} = -\frac{1}{2}C_x\rho\pi R^2 v\vec{v} = -\frac{1}{2}C_x\rho\pi R^2 v^2 \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}.$$

Dans ces expressions, C_x est le coefficient de traînée (nombre sans dimension), ρ la masse volumique du fluide, v la vitesse du fluide par rapport à la sphère et η la viscosité dynamique (en $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ou en poiseuille Pl). On définit également le coefficient de viscosité cinématique

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ (en } \text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}\text{)}.$$

Glycérol

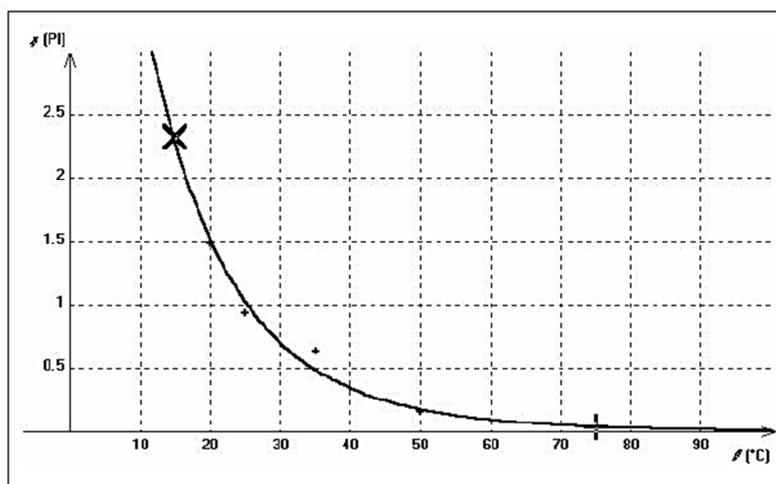


Identification

Nom UICPA propane-1,2,3-triol

Formule brute	$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$ [isomères]
Masse molaire ⁴	$92,0938 \pm 0,0039 \text{ g/mol}$ C 39,13 %, H 8,76 %, O 52,12 %
pKa	14,4 ²
Moment dipolaire	4,21 D ³
Masse volumique	$1,2604 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ (17,5 °C) ⁶
Solubilité	Miscible avec l'eau ($1,00 \times 10^6 \text{ mg}\cdot\text{l}^{-1}$ à 25 °C ²),

Influence de la température sur la viscosité du glycérol



$$\eta(\text{Pl}) = A \exp(B/T) = 95,2 \cdot 10^{-12} \exp(6880/(273 + \theta))$$

Si $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ avec X_1, X_2, \dots, X_n indépendantes alors on prend généralement

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)$$

où $u(x_i)$ est l'incertitude-type sur x_i et $u_c(y)$ est l'incertitude-type composée sur y