Programme de colles de mathématiques
ATS Algoud-Laffemas

Semaine 2 : du 23 septembre au 27 septembre

Contenus : Géométrie plane (**voir programme ci-dessous**) **SANS** les cercles

Questions de cours et savoir-faire : poser une QC et un SF

Questions de cours :

- Définition du produit scalaire et expression analytique dans une B.O.N
- Définition du produit scalaire et expression analytique dans une B.O.N
- Droite : caractérisation par le produit mixte (ou déterminant), à l'aide d'un point et d'un vecteur normal.

Savoir-faire :

a) Récurrence
Soit a un réel strictement positif. Démontrer que pour tout $n \in \mathbf{N}$, $(1+a)^n \geq 1+na$.

b) Inégalité trigonométrique
Résoudre sur l'intervalle $I = [0,2\pi]$ l'inéquation : $-2\sin^2(x)+7\sin(x)+4<0$.

c) Valeur absolue
Exprimer sans valeur absolue : $F(x)=|2x-1|-2\times|-x+5|$

Extrait du programme officiel :

a) Repérage dans le plan	
Repère orthonormal (ou orthonormé). Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.	Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée. Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes. On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.
b) Produit scalaire	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos(\vec{u},\vec{v})$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$ sinon. Bilinéarité, symétrie.	Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4. Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale (démonstration non exigible). Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs. Déterminer une mesure d'un angle non orienté. ⇆ SI (Mécanique) ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4 et 5.

c) Déterminant dans une base orthonormée directe

Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors $$[\vec{u},\vec{v}] = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\sin(\vec{u},\vec{v})$$ et $[\vec{u},\vec{v}] = 0$ sinon. Bilinéarité, antisymétrie.	Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme. Caractériser la colinéarité de deux vecteurs. La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe. Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe. Démonstrations non exigibles. ⇆ SI (Mécanique) ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4 et 5.

d) Droites

Définition, vecteur directeur, vecteur normal. Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.	Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement. Déterminer l'intersection de deux droites. Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite. Calculer la distance d'un point à une droite. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.