Programme de colles de mathématiques
ATS Algoud-Laffemas

Semaine 18 : du 17 février au 20 février

Contenus : Applications linéaires, représentations matricielles. **Début** des développements limités.

1) Déf d'une AL, d'un endomorphisme.
2) Opérations sur les AL : combinaison linéaire CL, composée pour les endomorphismes.
3) Une AL est déterminée par l'image d'une base.
4) Une fonction réciproque d'une AL est aussi une AL.
5) Matrice d'une AL dans des bases données, comportement vis-à-vis des CL , de la composée, de l'inverse (alias réciproque).
6) Noyau et image d'une AL, SEV + lien avec le caractère injectif/surjectif de l'AL.
7) Thm du rang et corollaire : si **même dim finie** pour Edépart et Farrivé alors injectif= surjectif=bijectif.

Pour les colleurs : pas de projecteurs, pas de symétries, pas de changement de bases et pas de matrices semblables (on verra plus tard).

8) DL en **zéro uniquement** : formule de Taylor-Young pour les fonctions de classe C^n, DL usuels : exp,sin,cos,ch,sh, $\frac{1}{1-x}, \frac{1}{1+x}, \ln(1+x), \ln(1-x), (1+x)^\alpha$ pour α **raisonnable**.

Pour les colleurs : pas encore d'applications des DL, que du calcul de DL pour le moment.

Questions de cours et/ou savoir-faire : une QC et un SF parmi

QC :

1. Thm du rang et corollaire.
2. Déf noyau et image, lien injectif/surjectif.
3. DL de exp, sin, $\frac{1}{1-x}, \ln(1+x)$ jusqu'à l'ordre 3 ou 4.

SF :

a) DL ordre 3 :

$f_1(x) = e^x - \sqrt{1+x}$	3	$\frac{x}{2} + \frac{5}{8}x^2 + \frac{5}{48}x^3 + o(x^3)$

b) AL et bijection :

On considère l'endomorphisme suivant $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2, f(x,y) = (2x-5y, 4x+3y)$.

a) Ecrire la matrice, notée A, de f dans la base canonique. Donner l'image de de $(-4,2)$ par f
b) Montrer que A est inversible et calculer la matrice A^{-1}.
c) En déduire l'expression de $f^{-1}(x,y)$. Quel est l'antécédent de $(3,-1)$ par f ?

c) La trace :

Montrer que $f : M_2(\mathbf{R}) \to \mathbf{R}$, $M = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \mapsto f(M) = a + d$ est une application linéaire