TD CHAPITRE MK.2 : INTERACTIONS CONSERVATIVES

CONSEILS A SUIVRE, ERREURS A EVITER

1. Définir le **système** étudié et le référentiel d'étude choisi, puis faire un **inventaire** de toutes les **forces** intervenant, puis des énergies potentielles associées.
2. Bien définir les énergies potentielles associées aux interactions conservatives :
   - pour l'énergie potentielle élastique, commencer avec une expression en fonction de ℓ et ℓ_0 avant de passer aux notations faisant intervenir une variable du type x, z…
   - pour l'énergie potentielle de pesanteur, surveiller (ou définir) l'orientation de l'axe vertical pour adopter le signe qui convient et définir l'origine de l'énergie potentielle (si elle n'est pas imposée par l'énoncé).
3. On peut associer une énergie potentielle nulle à une force de contact sans frottement comme à toute force perpendiculaire au déplacement (tension d'un pendule simple, par exemple).
4. Pour déterminer les positions d'équilibre à partir de l'énergie potentielle, il faut veiller à bien avoir affaire à un système conservatif à un seul degré de liberté x (un unique paramètre de position), puis calculer la dérivée de l'énergie potentielle par rapport à la **variable de position x (et non par rapport au temps !!),** et enfin rechercher la ou les solutions à l'équation $\left(\frac{dEp}{dx}\right)_{x_{èq}} = 0$.
5. Lors de l'étude quantitative de la stabilité d'une position d'équilibre, il faut bien veiller à étudier le signe de la dérivée seconde pour la valeur de la position d'équilibre étudiée, et non dans un cas quelconque.
6. Attention ! La vitesse d'un système au niveau d'une position d'équilibre peut être non nulle ! Si un système possède une vitesse non nulle lorsqu'il passe par l'une de ses positions d'équilibre, alors il n'y restera pas.
7. Attention aux notations : une grandeur indicée par un zéro ($t_0, x_0, v_0, etc.$) n'est *a priori* pas nulle.

IMPORTANT	**Désigne un exercice classique, qu'il est nécessaire de savoir refaire de façon rapide et rigoureuse**
	Difficulté des techniques et outils mathématiques nécessaires
	Difficulté d'analyse, de compréhension, prise d'initiatives

A SAVOIR FAIRE

Exercice 1. Constante de raideur IMPORTANT

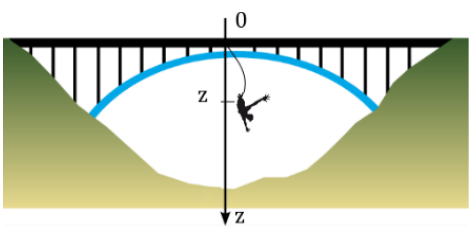
Déterminer la dimension et l'unité usuelle de la constante de raideur d'un ressort linéaire idéal.

Exercice 2. Energie potentielle de pesanteur IMPORTANT

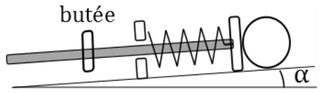
1) Soit (Oz) un axe vertical ascendant dont l'origine est prise au niveau du sol.

   On lance une balle vers le haut, balle située initialement à $z_0 = 1\ m$ du sol. Cette position initiale est choisie comme origine pour E_{pp}. Comment écrire E_{pp} ?

2) Saut à l'élastique **:** Comment s'exprime l'énergie potentielle de la personne qui a sauté du pont, le pont étant pris comme origine de l'énergie potentielle (cf. schéma) ?



Exercice 3. Flipper



Un lanceur de flipper est constitué d'un ressort qui permet de propulser une bille d'acier selon la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale.

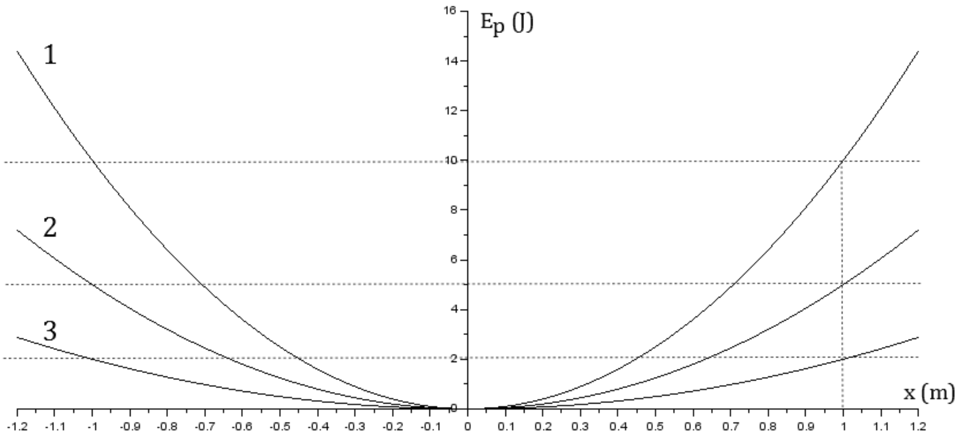
A l'instant initial t_i, un joueur tire sur la tige et comprime ainsi le ressort, jusqu'à ce que le centre de masse de la bille se trouve immobile.

A l'instant t_f, il lâche la tige et libère le dispositif qui propulse la bille. La butée bloque le mouvement du ressort qui retrouve dans cette position sa longueur à vide et libère la bille.

1) Quelle est l'énergie cinétique initiale de la bille (avant que le joueur ne lâche la tige) ?
2) D'où provient l'énergie cinétique acquise par la bille lorsqu'elle est libérée ? De quels paramètres dépend-elle ?

Exercice 4. Énergie potentielle élastique 1

Expérimentalement, on a obtenu pour trois ressorts différents les courbes d'énergie potentielle élastique suivantes :



1) Que représente x ?

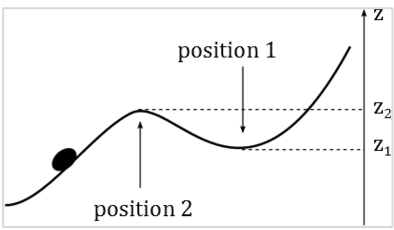
2) Déterminer les constantes de raideur des 3 ressorts.

3) La raideur est la caractéristique qui indique la résistance à la déformation élastique du ressort. Pour une élongation donnée, quel est le ressort qui emmagasine la plus grande énergie ?

Rép. : $k_1 = 20\ kg.s^{-2}$; $k_2 = 10\ kg.s^{-2}$; $k_3 = 4\ kg.s^{-2}$

Exercice 5. Montagnes russes

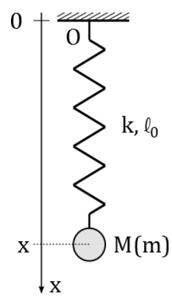
On modélise un chariot sur une piste de montagnes russes par un point matériel de masse m.



a) Sur la portion de circuit représentée ci-contre, quelles sont les positions d'équilibre possibles pour le chariot ?

b) Que penser de leur stabilité ?

Exercice 6. Recherche d'une position d'équilibre IMPORTANT IMPORTANT 1 | 1



On considère un ressort de masse négligeable, de raideur k et de longueur au repos l_0, accroché à un point fixe O. Ce ressort pend verticalement et on fixe sur son extrémité libre une bille M de masse m.

On note Ox l'axe vertical descendant, la position de la bille est donc repérée par x. L'accélération de la pesanteur est notée g.

1. Exprimer l'énergie potentielle totale E_p du point matériel en fonction de x, l_0, k, m et g, l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant prise en O.

2. Déterminer par le calcul la position d'équilibre x_0 du point matériel en fonction de l_0, k, m et g. Analyser sa stabilité.

Exercice 7. Energie potentielle du pendule simple IMPORTANT IMPORTANT 1 | 2

Une bille assimilable à un point matériel M de masse m est suspendue à une tige de longueur L et de masse négligeable, reliée à un point fixe O. La tige tourne librement autour d'un axe horizontal passant par O. La position du pendule est repérée par l'angle θ que fait la tige avec la verticale descendante.

1) Déterminer l'énergie potentielle du point M en fonction notamment de θ, angle du fil avec la verticale à un instant t donné. Quelle serait l'expression de cette énergie potentielle de pesanteur en choisissant un axe vertical ascendant ? Commenter.

2) Etablir l'expression des positions d'équilibre et discuter de leur stabilité.

Exercice 8. la pomme de Newton IMPORTANT | 1

On se plaît souvent à imaginer que Newton aurait élaboré sa théorie de la gravité après avoir reçu une pomme en chute libre sur la tête. Si cette pomme trônait à $1{,}8\ m$ au-dessus de la tête de Newton, avec quelle vitesse a-t-elle frappé son crâne ?

On rappelle la valeur de l'accélération de la pesanteur : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

Exercice 9. Skieur (Oral ATS) IMPORTANT IMPORTANT | 1 | 1

Un étudiant de prépa ATS glisse sur une piste de ski depuis une altitude $h = 15\ m$. Sa vitesse initiale est nulle. On note α l'angle entre la piste et l'horizontale et on néglige les frottements.

Déterminer sa vitesse finale sachant qu'il est parti du haut de la piste sans vitesse initiale.

Exercice 10. Circuit de voitures pour enfants et looping IMPORTANT IMPORTANT | 1 | 1

Une petite voiture de masse m est lancée à partir du point A sur une piste horizontale de longueur AB prolongée en B par un demi-cercle vertical de rayon R. On supposera qu'elle ne peut décoller de cette piste.

On donne AB = R = 1 m ; m = 0,5 kg ; g = 10 m.s^{-2}.

Les frottements étant négligeables, calculer la vitesse minimale que doit avoir la voiture en A pour atteindre le haut du demi-cercle.

Exercice 11. Le pendule simple (différents Oraux ATS) IMPORTANT IMPORTANT | 1 | 2

Un point matériel M de masse m est suspendu à une tige rigide de masse supposée négligeable et de longueur ℓ.

A $t = 0$, le point M est lâché depuis un angle α par rapport à la verticale, avec une vitesse initiale v_0.

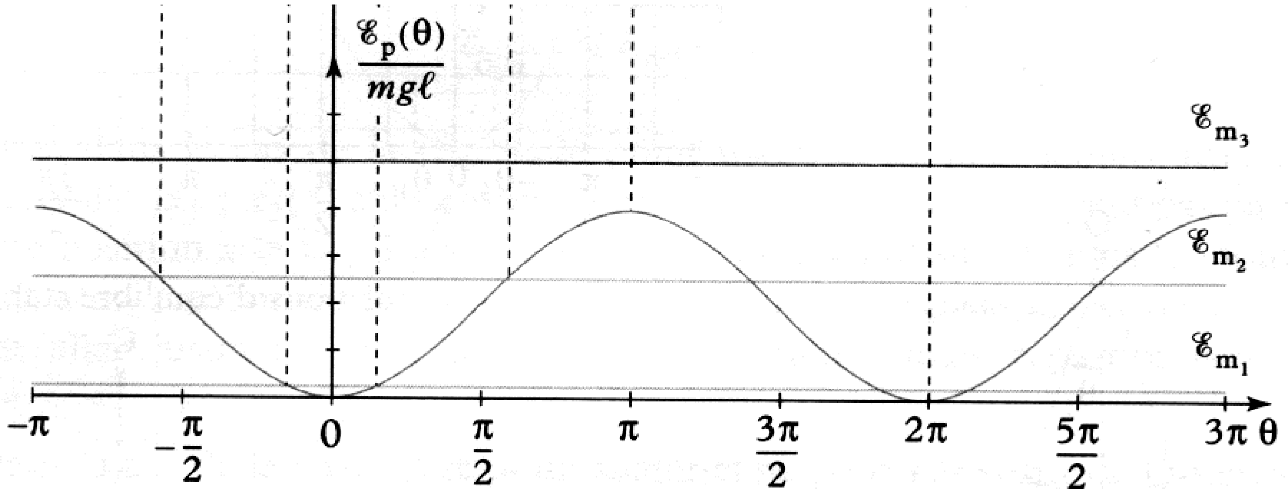
Le point M décrivant une **trajectoire circulaire de rayon l, sa vitesse est $v = l\dot{\theta}$**.

1) Exprimer l'énergie potentielle du pendule en fonction de $\boldsymbol{\theta}$, angle du fil avec la verticale à un instant $\boldsymbol{t}$ donné.

2) Déterminer la vitesse $\boldsymbol{v}$ du point M en fonction de $\boldsymbol{\theta}$.

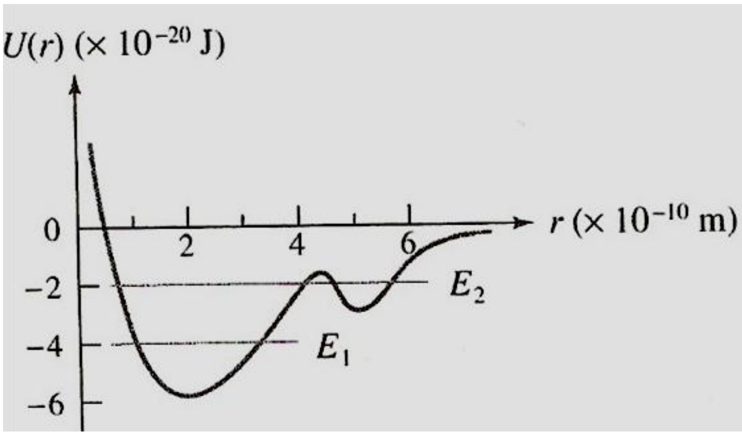
3) A l'aide de la courbe d'énergie potentielle ci-dessous, indiquer les caractéristiques du mouvement du pendule pour les différentes énergies mécaniques $\mathscr{E}m_i$ représentées.

4) Pour le cas particulier d'un angle α initial nul, déterminer la vitesse initiale minimale à donner au point M pour qu'il puisse décrire un cercle complet.



Exercice 12. Exploitation graphique d'énergie potentielle IMPORTANT | 1

Une particule est soumise à des forces dont la résultante est potentielle. L'énergie potentielle $U(r)$ associée dépend de la variable position r selon la courbe ci-contre.



1) Quelles sont les bornes du mouvement si l'énergie mécanique E de la particule est E_1 ?

2) Quelle est alors son énergie cinétique quand $r = 2.10^{-10}$ m ?

3) Même question dans le cas où $E = E_2$.

4) Peut-on envisager un état de diffusion ? Si oui expliquer.

5) Rechercher les éventuelles positions d'équilibre et discuter de leur stabilité.

▪ Vrai / Faux

1) L'énergie potentielle d'un point matériel est définie à une constante additive près.

2) L'énergie potentielle de pesanteur d'un système matériel augmente avec z si Oz est orienté vers le bas.

3) L'énergie potentielle élastique d'un ressort est choisie nulle lorsqu'il est à sa longueur à vide.

4) Un ressort étiré de 3 cm possède la même énergie potentielle que s'il est comprimé de 3 cm.

5) Un point matériel dans un champ de force conservative d'énergie potentielle paramétrée par la seule coordonnée z est en équilibre lorsque son énergie potentielle vérifie :

a) $Ep(z_{éq}) = 0$ b) $\frac{dEp}{dt}(z_{éq}) = 0$ c) $\frac{d^2Ep}{dz^2}(z_{éq}) = 0$ d) $\frac{dEp}{dz}(z_{éq}) = 0$

6) Lorsqu'un point est écarté faiblement d'une position d'équilibre instable, il oscille autour de cette position.

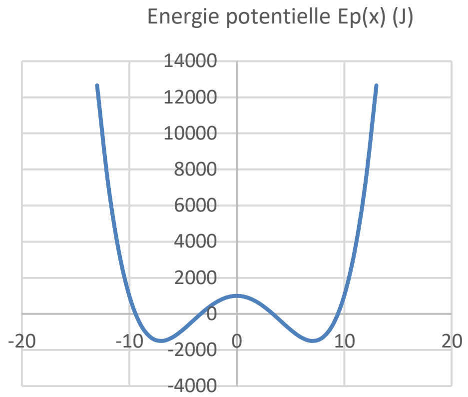
7) Un point matériel dans un champ de force conservative est en équilibre stable lorsque son énergie potentielle est maximale.

8) Le graphique ci-contre représente le profil d'énergie potentielle d'un système conservatif à une dimension (correspondant à un puit double). Ce système possède :

a) Une position d'équilibre stable et 2 positions d'équilibre instable

b) Une position d'équilibre instable et 2 positions d'équilibre stable

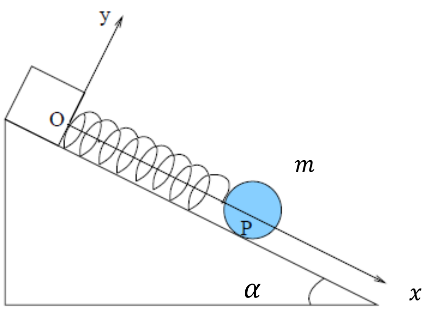
c) Une seule position d'équilibre



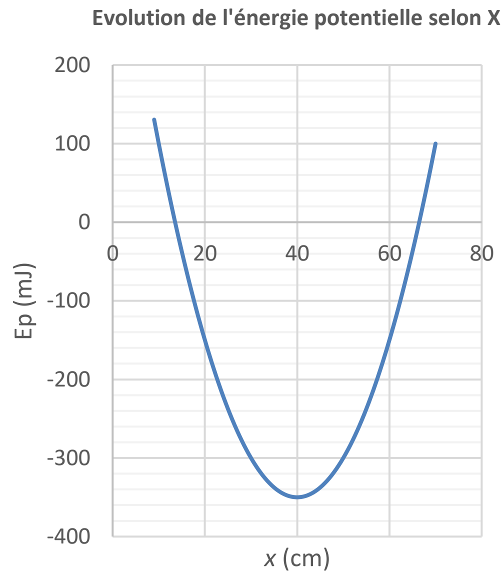
9) On peut attribuer une énergie potentielle nulle à une force de contact sans frottement, qui ne travaille pas.

■ LES INDISPENSABLES

Exercice 13. Oscillations sur un plan incliné IMPORTANT 1 | 1



On accroche une bille M supposée ponctuelle, de masse m = 200 g, accrochée à l'une des extrémités d'un ressort (de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k situé sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale.



On prendra le point d'attache du ressort $x = 0$ comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur et on supposera le mouvement sur le plan sans frottements.

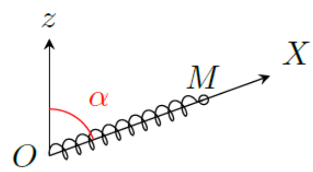
Valeurs numériques : ℓ_0 = 30 cm, k = 10 N.m^{-1}, g = 10 m.s^{-2} ; α = 30°.

1) Donner l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction des données.

2) On donne ci-contre la courbe de l'énergie potentielle totale en fonction de x (10 cm < x < 70 cm). Quelles informations peut-on en tirer sur les potentielles positions d'équilibre du système ? retrouver ce résultat par le calcul.

Exercice 14. Tige avec ressort) IMPORTANT 1 | 2

On considère une tige fixe dans un plan vertical xOz, faisant un angle α avec l'axe (Oz). Un anneau M de masse m est enfilé sur la tige et contraint de se déplacer sans frottements le long de celle-ci. Cet anneau est attaché à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 dont l'autre extrémité est fixée en O. On repère la position de M par OM = X.



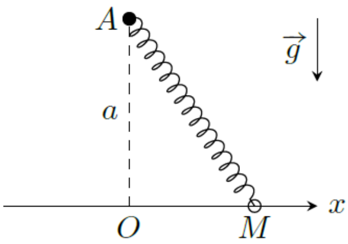
1) Etablir l'expression de l'énergie potentielle Ep de l'anneau en fonction de X et de α.

2) Il est physiquement nécessaire de supposer $mg\cos\alpha < k\ell_0$, sans cela l'étude des interactions impliquerait que le poids de M serait suffisant pour avoir $X < 0$, ce qui signifierait un ressort cassé. Étudier la fonction $Ep(X)$et tracer son allure ; commenter.

Exercice 15. Equilibre le long d'une tige – un exemple de bifurcation mécanique (oscillateur de Landau) (d'après CCP TSI 2000) IMPORTANT 2 | 3

L'oscillateur de Landau est un modèle théorique permettant de modéliser efficacement des systèmes physiques pour lesquelles des faibles non-linéarités sont à prendre en compte. Il s'agit d'une approximation un peu plus précise que celle de l'oscillateur harmonique pour étudier le comportement de systèmes au voisinage de leur position d'équilibre.

Un exemple de système modèle permettant de réaliser un oscillateur de Landau est un petit anneau, assimilé à un point matériel M de masse m, astreint à se déplacer sans frottement le long d'une tige rectiligne horizontale choisie comme axe (Ox). M est accroché à un ressort de longueur à vide L_0 et de raideur k.



L'autre extrémité A du ressort est fixe et se situe à la distance a du point O.

L'objet de ce problème est de déterminer une bifurcation, à savoir une modification du nombre de positions d'équilibre, d'un changement de stabilité des positions d'équilibre…

1) Cette question (**facultative pour la suite**) doit être résolue **sans aucun calcul :** dans les 2 cas $a > L_0$ puis $a < L_0$, discuter qualitativement le nombre de positions d'équilibre et leur stabilité.

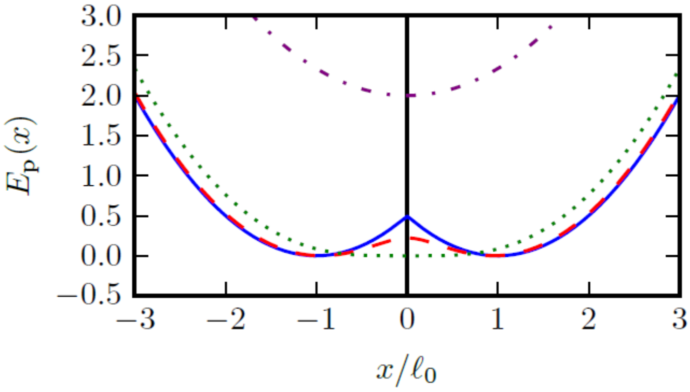
2) Pour une valeur de a quelconque, déterminer l'expression de l'énergie potentielle globale de M en fonction de k, L_0, a et x.

3) La courbe d'énergie potentielle est représentée ci-dessous (version couleur sur le site de la classe) pour quatre valeurs de a : $a_1 = \frac{L_0}{10}$, $a_2 = \frac{L_0}{3}$, $a_3 = L_0$ et $a_4 = 3L_0$. En raisonnant qualitativement sur l'expression de l'énergie potentielle et les positions d'équilibre, attribuer chaque courbe à la valeur de a qui lui correspond.

4) Déterminer par le calcul les positions d'équilibre dans les 2 cas $a > L_0$ puis $a < L_0$ et discuter de leur stabilité.

5) Tracer sur un même graphe les positions d'équilibre x_{eq} en fonction de la distance a. Justifier le nom de bifurcation fourche donnée à cette situation.

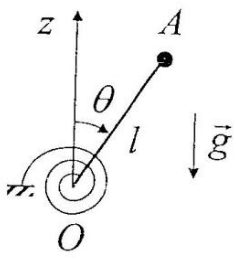
6) On dit également qu'il s'agit d'une bifurcation à brisure de symétrie. Justifier cette expression.



Rép. : 2) $Ep(x) = \frac{1}{2}k(\sqrt{x^2+a^2} - L_0)^2 + cte$ *4)* $x = 0$ *et* $x = \pm\sqrt{L_0^2 - a^2}$ *si* **a < L₀ ;** $x = 0$ *si* **a > L₀**

Exercice 16. Stabilité d'un équilibre et oscillations autour de l'équilibre 2 | 3

Une masse ponctuelle m est placée à l'extrémité A d'une tige de masse négligeable, de longueur $\ell = OA$, articulée en un point fixe O et mobile dans un plan vertical.



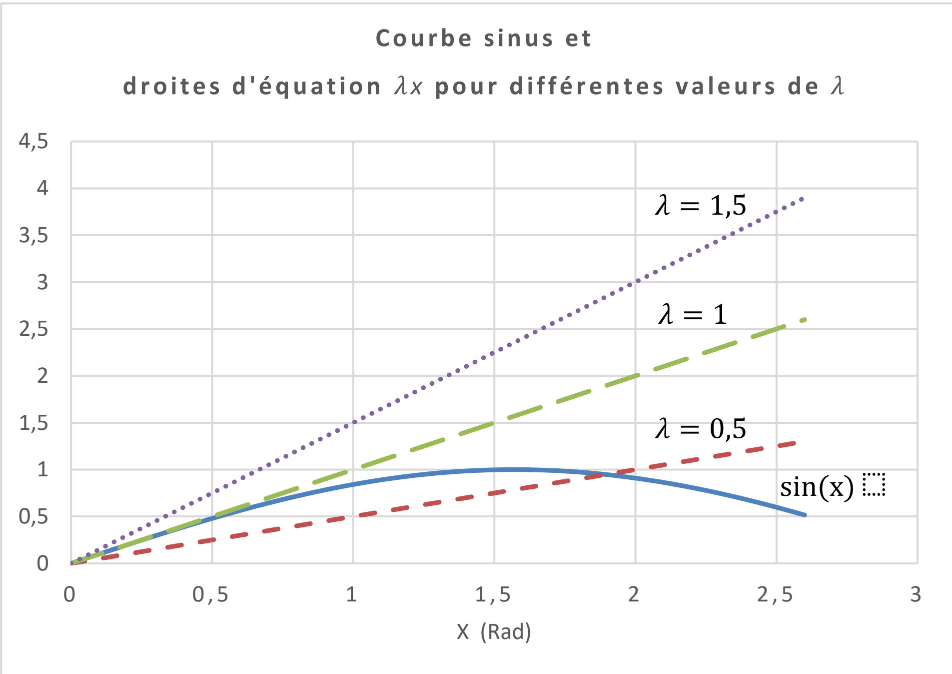
Un ressort spiral exerce sur cette tige un moment de rappel - $C\theta$ où θ désigne l'angle que fait la tige avec la verticale ascendante (Oz) (C est appelée constante de torsion), qui est associé à une énergie potentielle élastique $Ep_e = C\frac{\theta^2}{2}$.

On désigne par g l'intensité de la pesanteur.

a) Former l'expression de l'énergie potentielle totale du système.

b) Vérifier que la position $\theta_e = 0$ est une position d'équilibre ; à quelle condition cette position $\theta_e = 0$ correspond-elle à un équilibre stable ?

c) Si cette condition n'est pas réalisée, montrer en s'appuyant sur une analyse graphique des courbes ci-dessous qu'il existe une autre position d'équilibre (on montrera au préalable que les positions d'équilibre vérifient l'équation $\sin(\theta_{éq}) = \frac{C}{mgl}\theta_{éq}$).



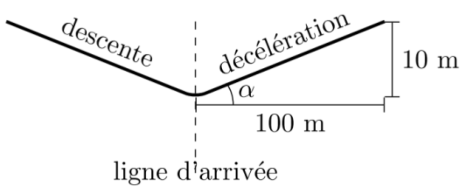
d) Discuter de la stabilité de la position d'équilibre $\theta_e = 0$ dans le cas général.

Rép. : 2) $C > mgl$

Exercice 17. Piste de ralentissement pour luges (d'après ATS, 2013) IMPORTANT | 1 | 1

La luge est devenue un sport olympique en 1964 à Innsbruck (Autriche). Le lugeur est allongé, sur le dos et les pieds en avant, sur la luge qui glisse sur une piste de glace.

Pour la modélisation, on assimile l'ensemble { luge + lugeur } (désigné par la suite sous le terme simple de luge) à un point matériel M de masse m = 100 kg. La piste est considérée comme un référentiel galiléen. L'accélération de la pesanteur est prise égale à g = 10 m.s^{-2}. La luge franchit la ligne d'arrivée à la vitesse v_a = 30 m.s^{-1}. Dans cette partie, les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu.

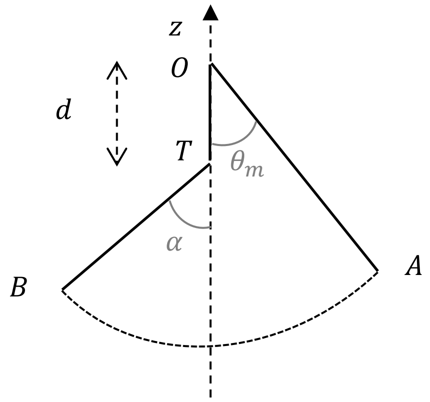


Le ralentissement à l'arrivée se fait sur une piste inclinée de 10% (on monte de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On note l'angle d'inclinaison α.

1. Déterminer la longueur L de la piste de ralentissement nécessaire pour que la luge s'arrête, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique.
2. Faire l'application numérique et conclure sur la faisabilité de cette méthode de ralentissement.

Exercice 18. Pendule contrarié (Sujet Oral ATS) IMPORTANT | 1 | 1

Une masse m est accrochée au bout d'un fil inextensible de longueur ℓ ; la partie OT constitue une butée solide de longueur d. On lâche la masse avec une vitesse initiale nulle au point A, le fil bute alors en T, sans perte et sans frottement et la masse va jusqu'en B.



Déterminer l'expression de

1. l'énergie potentielle en A,
2. l'énergie potentielle à la verticale,
3. la vitesse à la verticale,
4. l'énergie potentielle en B,
5. l'angle α (position maximale du pendule).

Exercice 19. Flipper (oraux ATS 2018)

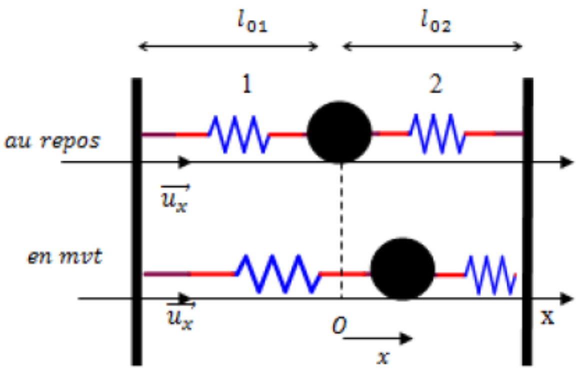
Une bille de masse $m = 80\ g$ est mise en mouvement grâce à un ressort de constante de raideur $k = 320\ N.m^{-1}$ sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 12°$ par rapport à l'horizontale.

Longueur du plan $L = 1{,}6\ m$. Donnée : $\sin(12) = 0{,}2$

1. Le joueur veut juste envoyer la balle en haut du plan. Déterminer la compression du ressort Δl_1 pour que la bille puisse aller en haut. (Donnée $\sin\alpha = 0{,}2$).
2. La bille n'est plus envoyée en haut. Le ressort est comprimé de $\Delta l_2 = \Delta l_1/4$. Décrire le mouvement de la bille. Donner vo (quelle vitesse ?).

Exercice 20. Molécule de dioxyde de carbone (oraux ATS)

On modélise la molécule de dioxyde de carbone (CO_2) par le modèle simple suivant dans lequel, le carbone est mobile et les deux atomes d'oxygène sont fixes. Les interactions électriques sont modélisées par des ressorts. Le mouvement du carbone se ramène alors à celui d'un mobile de masse rattaché à deux ressorts.



L'ensemble se met en mouvement horizontalement sans aucun frottement.

On note l_0 la longueur à vide des ressorts 1 et 2. On appelle k la constante de raideur des deux ressorts. On prendra l'origine du repère en O, position d'équilibre du système.

Par analyse énergétique, prévoir l'amplitude maximale de vibration si $x(0) = 0$ et $v(0) = v_0 > 0$?

Exercice 21. Vibration de la molécule de monoxyde de carbone IMPORTANT | 2 | 1

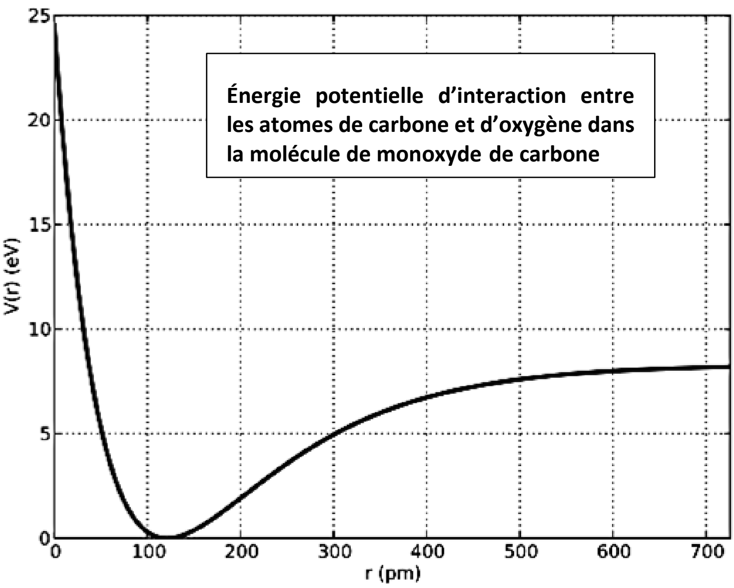
Une molécule de monoxyde de carbone CO est modélisée par 2 masses ponctuelles m_1 pour l'atome de carbone et m_2 pour l'atome d'oxygène. Pour simplifier, on considérera que l'atome de carbone est fixe dans un référentiel galiléen, et que l'atome d'oxygène ne peut subir que des déplacements rectilignes le long d'un axe Ox. L'attraction gravitationnelle est négligeable à cette échelle.

L'énergie potentielle d'interaction des 2 atomes, associée à la force qui les lie, est représentée par l'équation empirique :

$$V(r) = V_0 \left(1 - e^{-\beta(r-r_0)}\right)^2$$

Où r est la distance des noyaux des 2 atomes et V_0, β et r_0 sont des constantes positives.

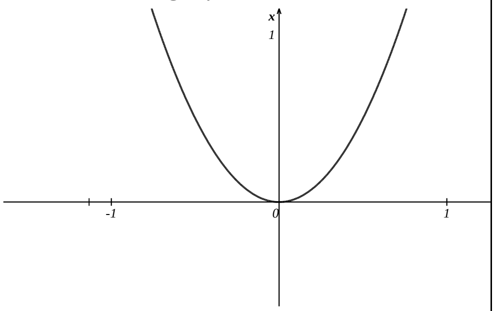
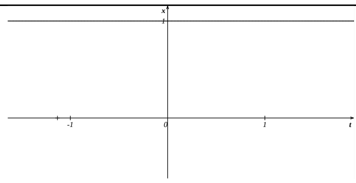
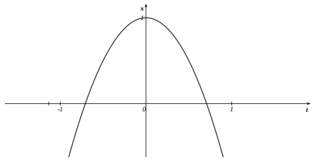
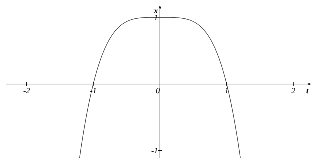
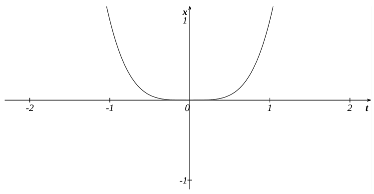
On donne ci-dessous le graphe de $V(r)$:



1) Quelle est la dimension de β ?
2) Que représentent physiquement V_0, r_0 et β^{-1} ? Faire apparaitre V_0 et r_0 sur le graphe et donner leurs valeurs.
3) L'interaction qui lie les 2 atomes est-elle répulsive (qui tend à séparer les atomes) ou attractive (qui tend à rapprocher les atomes) quand leur distance r est inférieure à la position d'équilibre ?
4) Même question si leur distance r est supérieure à la position d'équilibre.
5) Analyser qualitativement le mouvement de l'atome d'oxygène si son énergie mécanique est inférieure à V_0.

QCM DE TYPE CONCOURS D'ENTREE EI-CESI :

1	On considère un corps de 5 kg en chute libre sans frottement d'une hauteur de 10 m. La vitesse atteint au niveau du sol est :	a) $14{,}14\ m/s$ b) $10{,}00\ m/s$ c) $31{,}62\ m/s$ d) $100{,}00\ m/s$
2	Une chute d'eau a une hauteur de $25\ m$. On donne $g = 10\ m.s^{-2}$. La variation d'énergie potentielle d'une masse de $1\ kg$ d'eau au cours de sa descente est :	a) négative et vaut $25\ J$. b) négative et vaut $250\ J$. c) positive et vaut $250\ J$. d) positive et vaut $25\ J$.
3	Un jongleur lance verticalement vers le haut deux balles, l'une à la vitesse v, l'autre à la vitesse $2v$. La balle lancée avec la vitesse la plus élevée atteint une hauteur :	a) égale à celle atteint par l'autre. b) $\sqrt{2}$ fois celle atteint par l'autre. c) double de celle atteint par l'autre. d) quadruple de celle atteint par l'autre.
4	La puissance d'un appareil est de 1250 exprimée en unités internationales. Quelle est l'énergie produite par cet appareil en une heure ?	a) $75\ W$ b) $4500.10^3 W$ c) $75\ J$

		d) $4500.10^3 J$
5	On mesure la variation de l'énergie potentielle d'un objet en mouvement entre la position $-a$ et la position $+a$. On obtient le graphe suivant :  Laquelle des représentations suivantes représente le mieux l'énergie cinétique de l'objet ?	a)  b)  c)  d) 
6	L'énergie mécanique d'un objet est égale à :	a) l'énergie potentielle de la particule b) l'énergie cinétique de la particule c) la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de la particule d) zéro si les forces sont conservatives

■ EXERCICES COMPLEMENTAIRES

Exercice 22. Shakespeare

Vous laissez tomber un livre de masse $m = 0{,}18\ kg$ vers un camarade se tenant debout sur le sol à $10{,}0\ m$ sous le manuel et allongeant les bras à $1{,}50\ m$ au-dessus du sol.

1) Quelle est la variation d'énergie potentielle du système manuel durant la chute si l'on prend comme niveau de référence le sol ? On prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.

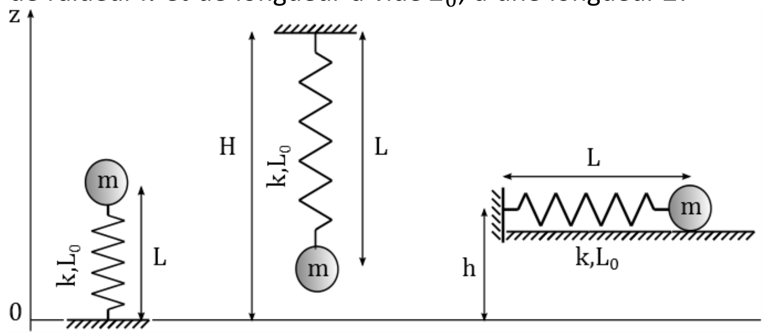
2) Même question, si l'on prend comme niveau de référence les bras de votre camarade. Commenter.

Rép. : $\Delta E_p = -15{,}3\ J$

Exercice 23. Ressorts

Sur les 3 schémas suivants, le ressort, de constante de raideur k et de longueur à vide L_0, a une longueur L. Une extrémité est fixe, on accroche à l'autre une boule de masse m.

Dans le 3ème cas, la boule se déplace sans frottement sur le plan horizontal. En l'absence de frottement, la force de contact exercée par le support plan sur la boule « ne travaille pas »



La position de la boule est repérée sur l'axe vertical ascendant Oz d'origine donnée ci-contre, qui sera également prise comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur. On note g l'accélération de la pesanteur.

Exprimer dans chaque cas l'énergie potentielle totale de la boule liée au ressort en fonction de m, g, k, L, L_0, H, h.

Exercice 24. Chute 1 | 1

Une première pierre de masse m tombe au sol à partir d'une hauteur h, sans vitesse initiale. Une seconde pierre, de masse $2m$, tombe de la même hauteur. On négligera tout frottement au cours de la chute. Si E_{c1} et E_{c2} sont les énergies cinétiques des pierres frappant le sol, alors :

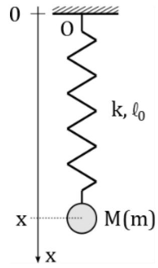
a. $E_{c2} = 2E_{c1}$ **b.** $E_{c2} = 4E_{c1}$ **c.** $E_{c2} = E_{c1}$ **d.** $E_{c2} = E_{c1}/2$

e. Il est impossible de déterminer la relation liant les 2 énergies cinétiques.

Exercice 25. Étude énergétique d'une masse au bout d'un ressort vertical 1 | 1

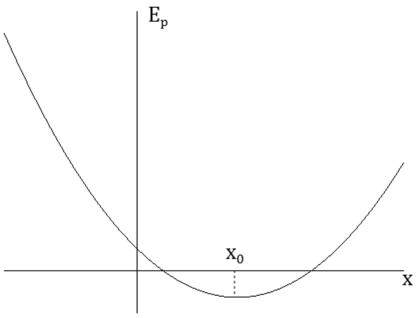
On considère un ressort de masse négligeable, de raideur k et de longueur au repos ℓ_0, accroché à un point fixe O. Ce ressort pend verticalement et on fixe sur son extrémité libre une bille M de masse m.

On note Ox l'axe vertical descendant, la position de la bille est donc repérée par x.



L'accélération de la pesanteur est notée g.

a. Exprimer l'énergie potentielle totale E_p du point matériel en fonction de x, ℓ_0, k, m et g, l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant prise en O.



b. La courbe donnant E_p en fonction de x a l'allure ci-contre.

Éventuellement, vérifier en utilisant un grapheur.

Soit x_0 correspondant au minimum de $E_p(x)$.

Que peut-on conclure concernant un équilibre éventuel de la bille ?

c. D'après la courbe, que dire de $\frac{dE_p}{dx}$ pour : $x < x_0$? $x = x_0$? $x > x_0$?

Quel est le signe de $\frac{d^2E_p}{dx^2}$ au voisinage de x_0 ?

Exercice 26. Etude de deux ressorts verticaux 💡 1 | ⚒ 2

On considère le système constitué d'une masse m ponctuelle accrochée à 2 ressorts verticaux de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0, l'un situé au-dessus de la masse et l'autre en dessous, la distance L entre les deux points d'attache extrêmes des ressorts étant fixe. On note g l'accélération de la pesanteur, $z(t)$ l'altitude de la masse (l'origine O étant prise au niveau du sol, soit du point d'attache le plus bas des ressorts), $\ell_1(t)$ la longueur du ressort inférieur, attaché en O, et $\ell_2(t)$ la longueur du ressort supérieur.

1) Faire un schéma du système.

2) Exprimer l'énergie potentielle de la masse en fonction de m, g, k, ℓ_0, L et z.

3) Déterminer la position d'équilibre de la masse et étudier sa stabilité.

Exercice 27. Jeu de foire 💡 1 | ⚒ 1

Dans une foire, un jeu de force consiste à taper avec une masse sur un levier qui transmet une force verticale à un objet de masse m.

Le joueur gagne si l'objet fait tinter (grâce au choc) une cloche située à la hauteur h au-dessus du levier.

Calculer la vitesse initiale minimale transmise à l'objet nécessaire pour gagner en l'absence de tout frottement.

Rép. : en écrivant le TEM entre le point O du lancé et le H correspondant à la cloche atteint avec une vitesse nulle : $v_{min} = (2gh)^{1/2}$

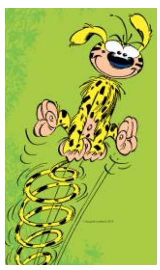
Exercice 28. Fusil à ressort 💡 1 | ⚒ 1

On insère une 1ère fléchette dans un fusil à ressort en poussant son ressort sur une distance x, puis une seconde fléchette en comprimant le ressort sur une distance $2x$. Si v_1 et v_2 sont les 2 vitesses des 2 fléchettes, alors :

a. $v_2 = 4v_1$ **b.** $v_2 = 2v_1$ **c.** $v_2 = v_1$ **d.** $v_2 = v_1/2$ **e.** $v_2 = v_1/4$

Exercice 29. Marsupilami 💡 2 | ⚒ 1

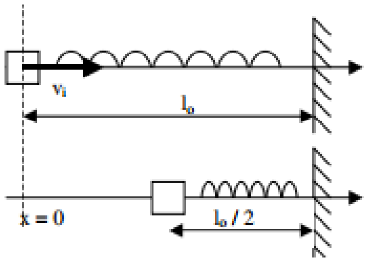
Le Marsupilami est un animal de bande dessinée créé par Franquin, aux capacités physiques remarquables. Il peut en particulier sauter en enroulant sa queue comme un ressort entre lui et le sol. On note ℓ_0 = 2 m la longueur à vide du ressort équivalent à la queue du Marsupilami. Lorsqu'il est complètement comprimé, la longueur minimale du ressort est ℓ_m = 50 cm. On supposera que le Marsupilami pèse 50 kg et que sa queue quitte le sol lorsque le ressort mesure ℓ_0.



1) Déterminer la constante de raideur de la queue du Marsupilami s'il est capable de sauter jusqu'à une hauteur h = 10 m.

2) Quelle est la vitesse du Marsupilami lorsque sa queue quitte le sol ?

Exercice 30. Crash-test 💡 2 | ⚒ 1



On s'intéresse au comportement d'une voiture de masse $m = 1{,}30\ t$ lors d'un choc frontal. L'avant de la voiture (qui va se déformer lors du choc) est modélisé par un ressort de masse négligeable, de longueur à vide $\ell_0 = 2{,}0\ m$ (longueur au début du choc) et de raideur k.

Au début du choc, la voiture arrive avec une vitesse initiale $v_i = 36\ km.h^{-1}$. La vitesse de l'automobile s'annule lorsque le ressort s'est comprimé de ½ ℓ_0. On néglige tout frottement.

Déterminer l'expression de la raideur k en fonction de ℓ_0, m et v_i puis calculer sa valeur numérique.

Exercice 31. Mouvement sur un toboggan 💡 2 | ⚒ 1

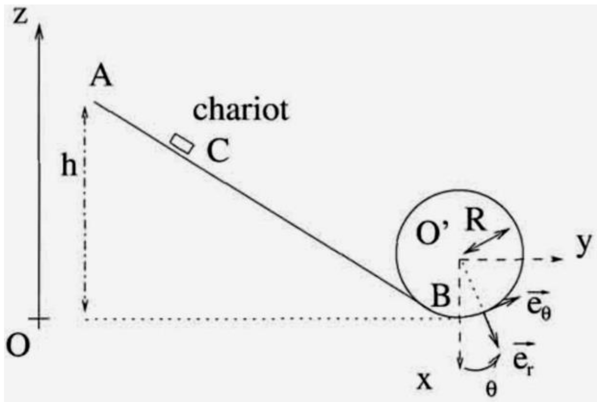
1) On dépose, sans lui communiquer de vitesse initiale, une particule matérielle de masse m au point A_o (altitude h) d'un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale. Lorsque le plan atteint l'altitude nulle, il s'incurve et remonte jusqu'à A_1, pour redescendre ensuite jusqu'en A_2 (altitude nulle). La particule peut-elle parvenir au point A_1, d'altitude h', en supposant qu'elle glisse sans frottement sur le toboggan, sachant que $h' > h$? Interpréter la notion de barrière de potentiel.
2) Le point matériel est relié, à présent, à un ressort de raideur k et de longueur au repos l_o. Le ressort est comprimé jusqu'à une longueur finale l, puis bloqué. La particule est alors dans la position A_o.

L'opérateur, à $t = 0$, effectue simultanément les deux actions suivantes : il libère le ressort et supprime le contact ressort-particule.

Le toboggan étant parfaitement glissant suivant le trajet $A_oA_1A_2$, déterminer par un raisonnement ne faisant appel qu'à des bilans énergétiques :

a) la longueur l du ressort afin que la particule arrive en A_1 avec une vitesse nulle
b) la vitesse de la particule en A_2

Exercice 32. Chariot de parc d'attraction (oral Banque PT) 💡 2

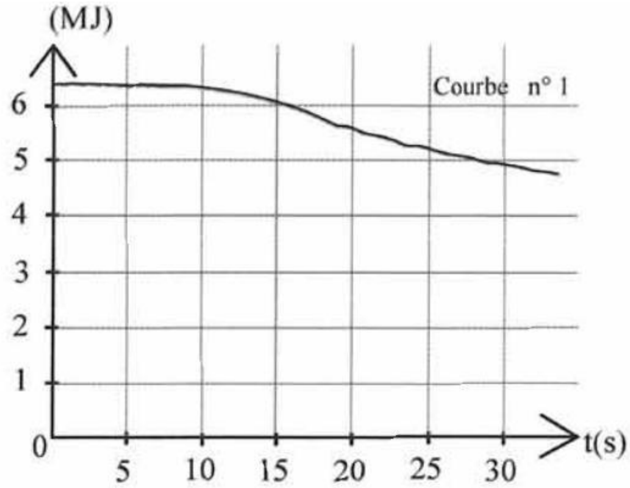


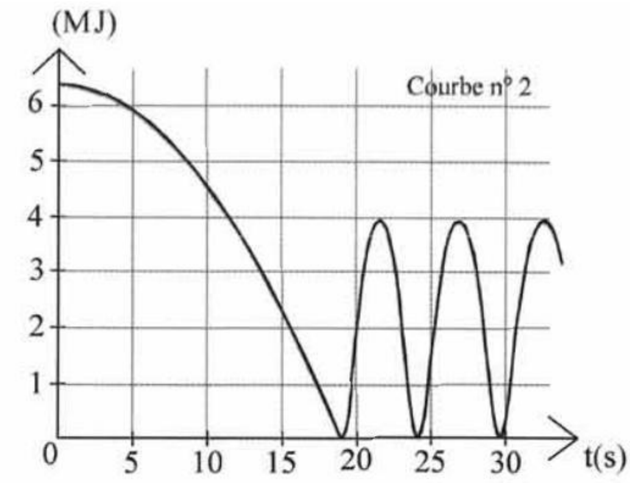
On étudie numériquement la trajectoire d'un chariot de parc d'attraction, de masse m = 10 tonnes.

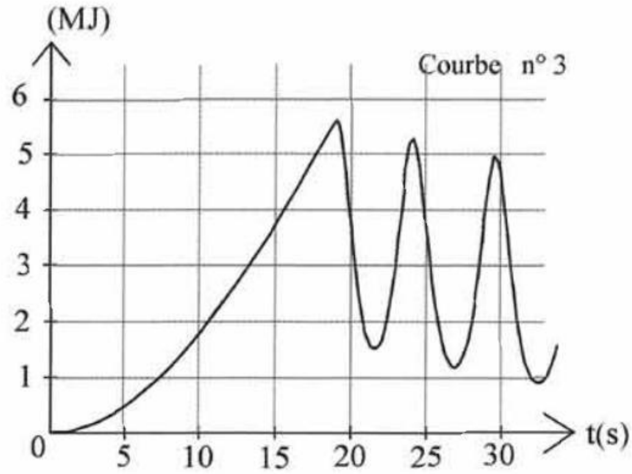
Ce chariot part du point A, descend le long du plan incliné et entre ensuite dans un looping haut de 40 m, où l'on suppose qu'il peut parcourir plusieurs tours.

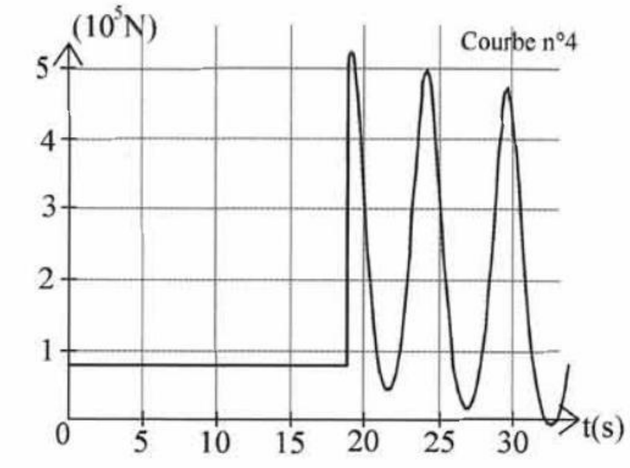
Les courbes de la figure 2 représentent l'évolution au cours du temps de l'énergie cinétique Ec, de l'énergie potentielle Ep, de l'énergie totale Em et l'évolution de la réaction normale Rn du looping sur le chariot.

Donnée : $g = 10$ m·s^{-2}.









6) Associer à chaque courbe la grandeur représentée. La simulation prend-elle en compte des frottements et autres sources de dissipation ?

7) Calculer la hauteur initiale h et la vitesse initiale V_0 du chariot, et la vitesse maximale V_{max} qu'il atteint.

8) À quelle date le chariot quitte-t-il le looping (il s'agit de l'instant où **la réaction normale s'annule**, tout contact avec le support solide impliquant une réaction positive) ?

9) Combien de tours entiers effectue le chariot avant de se décoller du looping ?

Exercice 33. Vitesse de libération 2 | 1

Une sonde spatiale de masse m est lancée verticalement depuis la Terre avec une vitesse v_0.
La sonde subit une force gravitationnelle (attractive) qui dérive de l'énergie potentielle :

$$E_p(r) = -\mathcal{G}\frac{M_T m}{r} = -m\,\frac{g_0 R_T^2}{r}$$

$\mathcal{G}$: constante de gravitation — M_T : masse de la Terre

r : distance de la sonde au centre de la Terre — R_T : rayon de la Terre $R_T = 6370\ km$

g_0 : intensité de la pesanteur au niveau du sol — $g_0 = 9{,}8\ U.S.I.$

a. Déterminer les dimensions de $\mathcal{G}$ et g_0.

b. Quelle doit être la vitesse de lancement v_0 pour que la sonde satellite échappe à l'attraction terrestre ? On exprimera la condition en fonction de R_T et g_0 (contrôler l'homogénéité), avant de faire l'application numérique.
Cette vitesse est appelée vitesse de libération (à rapprocher d'un « état libre » ou « état de diffusion »).

CE QU'IL FAUT RETENIR

Savoirs	Savoir-faire
• Energie mécanique • Force conservative et non conservative, force qui ne travaille pas • Conservation de l'énergie mécanique + conditions • Etat lié (ou borné), état de diffusion • Théorème de l'énergie mécanique • L'énergie mécanique se transforme en énergie interne • Exploiter le graphe de l'énergie potentielle pour caractériser le comportement borné ou non de la trajectoire.	• Définir l'origine des énergies potentielles et déterminer la constante en fonction de l'origine choisie • Calculer une énergie potentielle de pesanteur dans le cas d'une chute libre, d'un objet glissant sur une ligne de plus grande pente, d'un pendule simple • Calculer une énergie potentielle élastique en fonction des données du problème • Identifier sur le graphe de l'énergie potentielle les positions d'équilibre et discuter de leur stabilité • Exploiter d'autres situations où l'expression de l'énergie potentielle est fournie. • Calculer une énergie mécanique à partir d'une Ec et d'une Ep • Citer des exemples de forces conservatives, non conservatives ou qui ne travaillent pas • Effectuer un bilan des forces • Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique • Déterminer l'Em initiale en exploitant les conditions initiales • Déterminer une vitesse ou une position grâce à une expression d'Em ou un graphe d'Em • Trouver l'équation de la trajectoire lors d'absence de frottements • Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement de la trajectoire