COLLES DE PHYSIQUE - ATS – 2023-2024

colle N°15 : 22 au 26 Janvier 2024

▪ Formulaire : chapitres MK1 à MK6, THM1 à THM7, MFL1

1. ❤❤ Enoncer le 1er principe industriel en définissant soigneusement les différentes termes (donner les 2 formes : massique et puissances) ; compléter le tableau ci-dessous.

$(\boldsymbol{h_s} - \boldsymbol{h_e}) = w_i + q$ (J/kg) $\qquad \boldsymbol{D_m}\,[(\boldsymbol{h_s} - \boldsymbol{h_e})] = \boldsymbol{P_i} + \boldsymbol{P_{th}}$ (J/s)

Avec $\boldsymbol{h_e}$ *et* $\boldsymbol{h_s}$ *enthalpies en entrée et en sortie de l'organe considéré,* w_i travail massique indiqué (autre que le travail des forces de pression) et q quantité de chaleur massique reçus par le système entre l'entrée et la sortie de l'organe ;

$\boldsymbol{D_m}$ *débit massique de fluide,* P_i puissance mécanique indiquée (autre que le travail des forces de pression) et $\boldsymbol{P_{th}}$ puissance thermique reçus par le système entre l'entrée et la sortie de l'organe

Organe	rôle	Echanges d'énergie
Compresseur	*augmenter la pression d'un gaz*	$w_i > 0\ ;\ q = 0$
Vanne de détente (détendeur)	*diminuer la pression d'un fluide*	$w_i = 0\ ;\ q = 0$
Turbine	*mise en mouvement par le fluide*	$w_i < 0\ ;\ q = 0$
Echangeur thermique, chaudière, etc.	*Faire varier la température du fluide ou faire un changement d'état*	$w_i = 0\ ;\ q \neq 0$

2. ❤❤ Le diagramme ci-dessous représente le cycle de fonctionnement d'une machine frigorifique réelle. Indiquer les positions de l'évaporateur et du condenseur, puis déterminer l'efficacité réelle de cette machine ainsi que l'efficacité de Carnot d'une machine frigorifique réversible fonctionnant entre les mêmes températures :

$T_c = 25°C$ et $T_F = -10°C$.

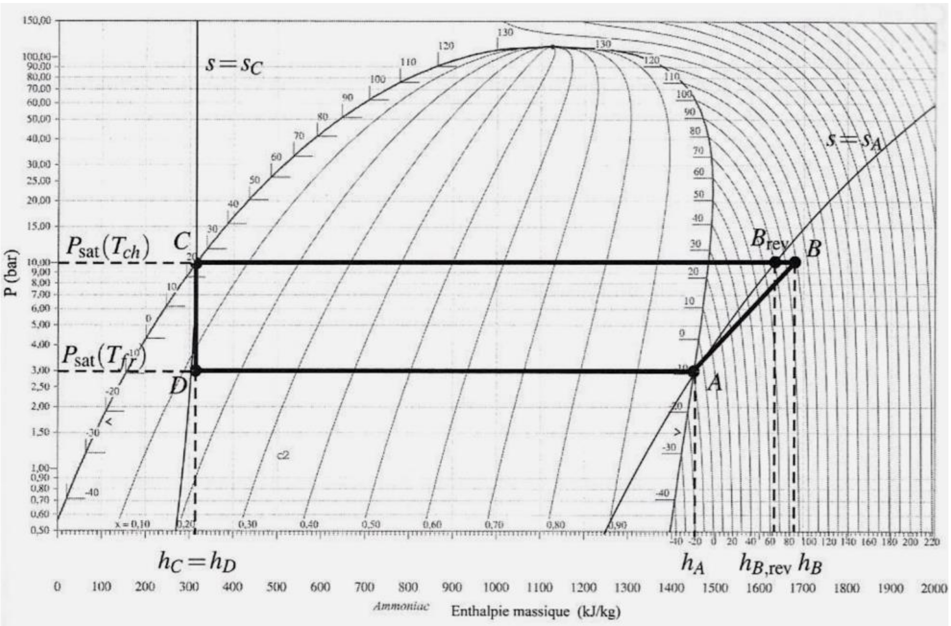


Figure 25.13 – Cycle d'une machine frigorifique : $T_{ch} = 298$ K, $T_{fr} = 263$ K.

Machines thermiques avec fonctionnement récepteur : $q_{fr} > 0$*, évaporateur, étape DA ;* $q_c < 0$*, condenseur, étape BC ;*

$$e_{frigo} = \frac{grandeur\ utile}{grandeur\ de\ coût} = \frac{q_{fr}}{w_u} = \frac{q_{évaporateur}}{w_{u,compresseur}} = \frac{q_{DA}}{w_{u,AB}}$$

En appliquant le premier principe industriel aux transformations DA et AB :

$$e_{frigo} = \frac{\Delta h_{evaporateur}}{w_{compresseur}} = \frac{\Delta h_{DA}}{\Delta h_{AB}} = \frac{h_A - h_D}{h_B - h_A}$$

$h_A = 1450\ kJ/kg$; $h_D = 310\ J/kg$: $q_{fr} = 1140\ kJ/kg$; $h_B = 1680\ kJ/kg$: $w_{compresseur} = 230\ kJ/kg$;

$e_{frigo} = \frac{q_{fr}}{w_u} = 5$; $e_{carnot} = \frac{T_{fr}}{T_c - T_{fr}} = \frac{263}{298-263} = 7{,}5$

Cycle irréversible ; sources d'irréversibilité : compression non isentropique ; détente isenthalpique et échange de chaleur avec gradient de température de B jusqu'à la courbe de rosée irréversibles.

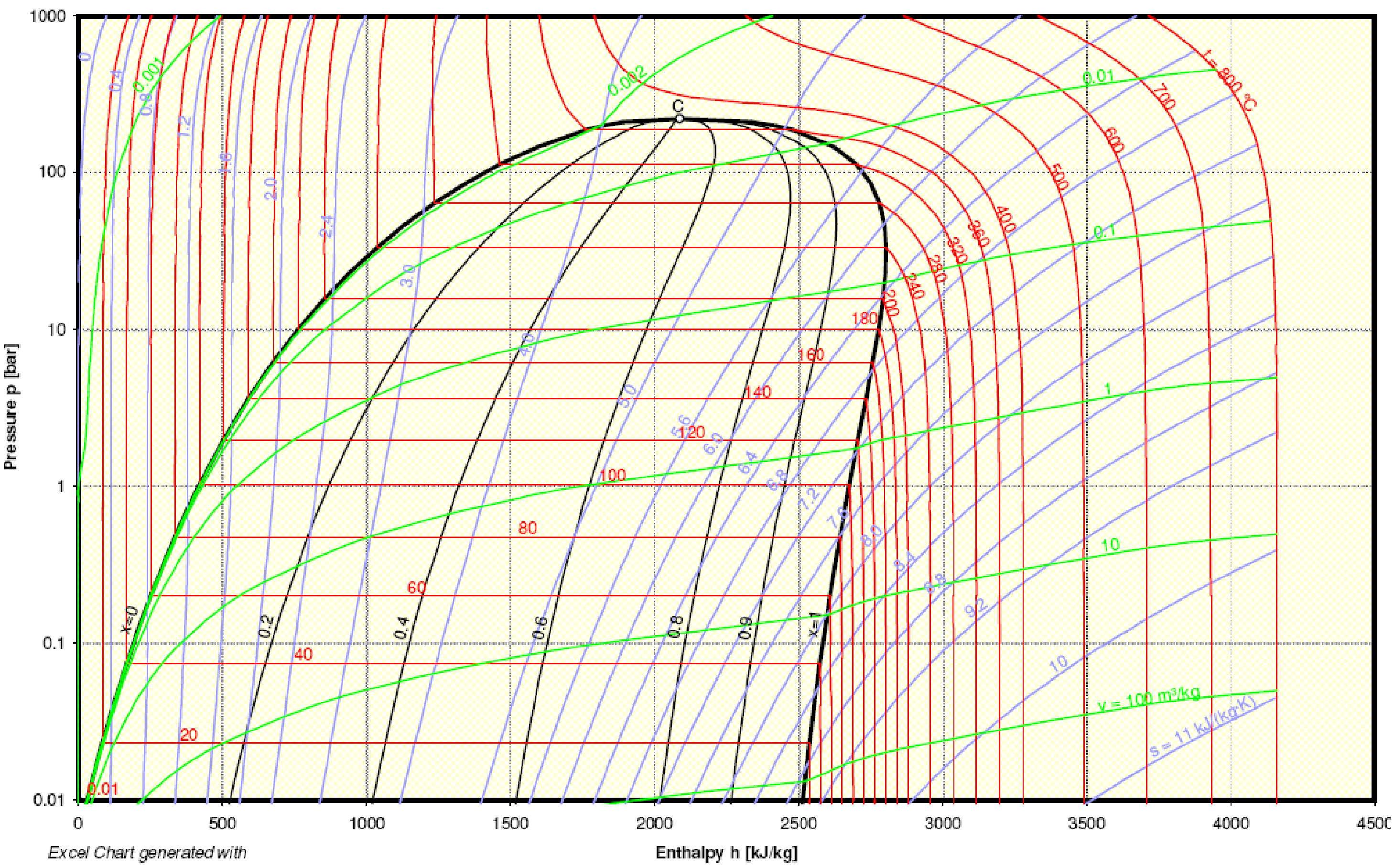
3. ❤️ ❤️ Dans une machine à vapeur, l'eau décrit un cycle de Rankine :

- Dans l'état A l'eau est à l'état de liquide saturant seul, dans les conditions de pression et température $P_1 =$ 0,2 bar et $T_1 =$ 60°C ;
- Transformation AB : l'eau est comprimée de façon adiabatique réversible dans une pompe, jusqu'à la pression $P_2 =$ 15 bar ;
- Transformation BC : l'eau est injectée dans la chaudière et s'y réchauffe de manière isobare jusqu'à la température T_2 = 200°C, telle que $P_{sat}(T_2) = P_2$;
- Transformation CD : l'eau se vaporise entièrement à la température T_2 ;
- Transformation DE : l'eau est admise dans le cylindre à T_2 et P_2 et effectue une détente adiabatique réversible jusqu'à la température T_1 ; on obtient un mélange liquide-vapeur ;
- Transformation EA : le piston chasse le mélange diphasique dans le condenseur où il se liquéfie totalement.

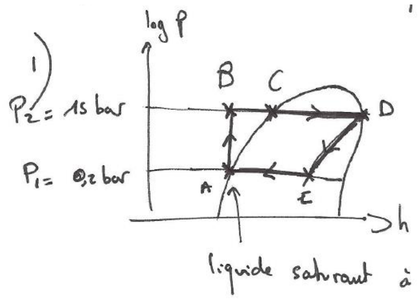
1) Représenter ce cycle sur le diagramme des frigoristes de l'eau représenté ci-dessous.

2) Calculer le rendement de ce moteur et le comparer au rendement de Carnot. Quelles sont les causes d'irréversibilité ?

logP-H diagram



1)



* AB : isentropique, or modèle φ condensé incompressible : isoS ⟺ isoT ⟺ isoh ⟹ verticale. jusqu'à $P_2 = 15$ bar

* BC : isobare jusqu'à T_2 ; liquide saturant
* CD : isoT donc isoP à P_2 et T_2 ; vapeur saturante, $x_v = 1$.
* DE : isentropique jusqu'à $T_1 = 60°C$ (dessiné / analogie aux voisines)
* <u>EA</u> : vaporisation isoT à T_1 donc à P_1 (mélange diphasique).

---

2) $q_{AB} = q_{DE} = 0$ (isentropiques adiabatiques)

1^er principe pour les fluides en écoulement : $\Delta h = w_u + q$ (massique).

* $\boxed{q_{BC} = h_C - h_B}$ ($w_{u,BC} = 0$ dans la chaudière)

860 kJ.kg⁻¹ 240 kJ.kg⁻¹ ⟸ (par lecture graphique)

<u>$q_{BC} = 620$ kJ.kg^{-1}</u>.

* Idem pour $\boxed{q_{CD} = h_D - h_C}$ <u>A.N.</u> : <u>$q_{CD} = 1940$ kJ.kg^{-1}</u>

2800 860 (kJ.kg^{-1})

(coût énergétique de la vaporisat. ↗).

* Idem pour $\boxed{q_{EA} = h_A - h_E}$. <u>A.N.</u> : <u>$q_{EA} = -1840$ kJ.kg^{-1}</u>

240 2080 (kJ.kg^{-1})

3) Rendement d'un moteur : $\rho = \frac{-W}{Q_{ch}} = \frac{-w}{q_{chaude}} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$

$\rho = 1 + \frac{q_F}{q_c}$. Ici : $\underbrace{q_c = q_{BC} + q_{CD}}_{\text{dans la chaudière}}$ et $q_F = q_{EA}$

Soit $\boxed{\rho = 1 + \frac{q_{EA}}{q_{BC} + q_{CD}}}$ A.N. : $\rho = 0{,}28$

En considérant la source froide à $T_1 = 60°C$ et la source chaude à $T_2 = T_{max} = 200°C$: cf cours : $\boxed{\rho_{carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_2}}$ A.N. : $\rho_{carnot} = 0{,}30 > \rho_{réel}$

irréversibilités

Sources d'irréversibilité : Transfo BC = transfert thermique par contact avec la chaudière à T_2 alors que $\theta(\Sigma)$ est à $1\ T° <$.

4. ❤️ On étudie les transformations du fluide réfrigérant d'un réfrigérateur, fluide qui décrit le cycle suivant :

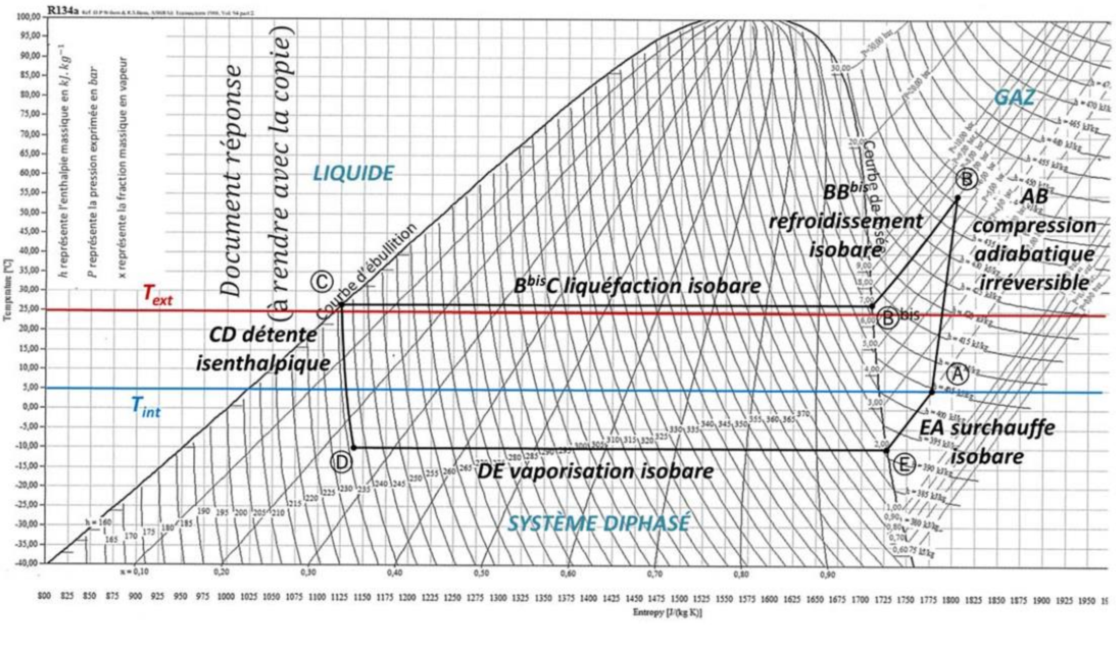
- Avant d'entrer dans le compresseur, le fluide est un gaz surchauffé (état $A\,\{T_A, P_A\}$). Le compresseur impose une compression adiabatique et irréversible. Le fluide reste à l'état gazeux (état $B\,\{T_B, P_B\}$).
- Le fluide circule ensuite dans le condenseur où il opère un refroidissement isobare puis une liquéfaction complète isobare (et donc isotherme) à la pression P_B. On obtient un liquide saturant (état $C\,\{T_C, P_C\}$).
- Le liquide subit une détente isenthalpique dans le détendeur (détente de type Joule-Thomson) faisant apparaître un mélange diphasé en sortie du détendeur (état $D\,\{T_D, P_D\}$).
- Le fluide pénètre dans l'évaporateur et évolue de manière isobare jusqu'à l'état A.

Données : $P_A = 2\ bar$, $P_B = 7\ bar$, $T_A = 5\ °C$, $T_B = 55\ °C$

1) Tracer sur le diagramme entropique fourni en annexe page suivante le cycle en repérant les points A, B, C et D.

2) Déterminer l'efficacité réelle de ce frigo, définir et calculer l'efficacité de carnot et commenter.

1. Cf diagramme ci-dessous : Position des points A, B, C et D.

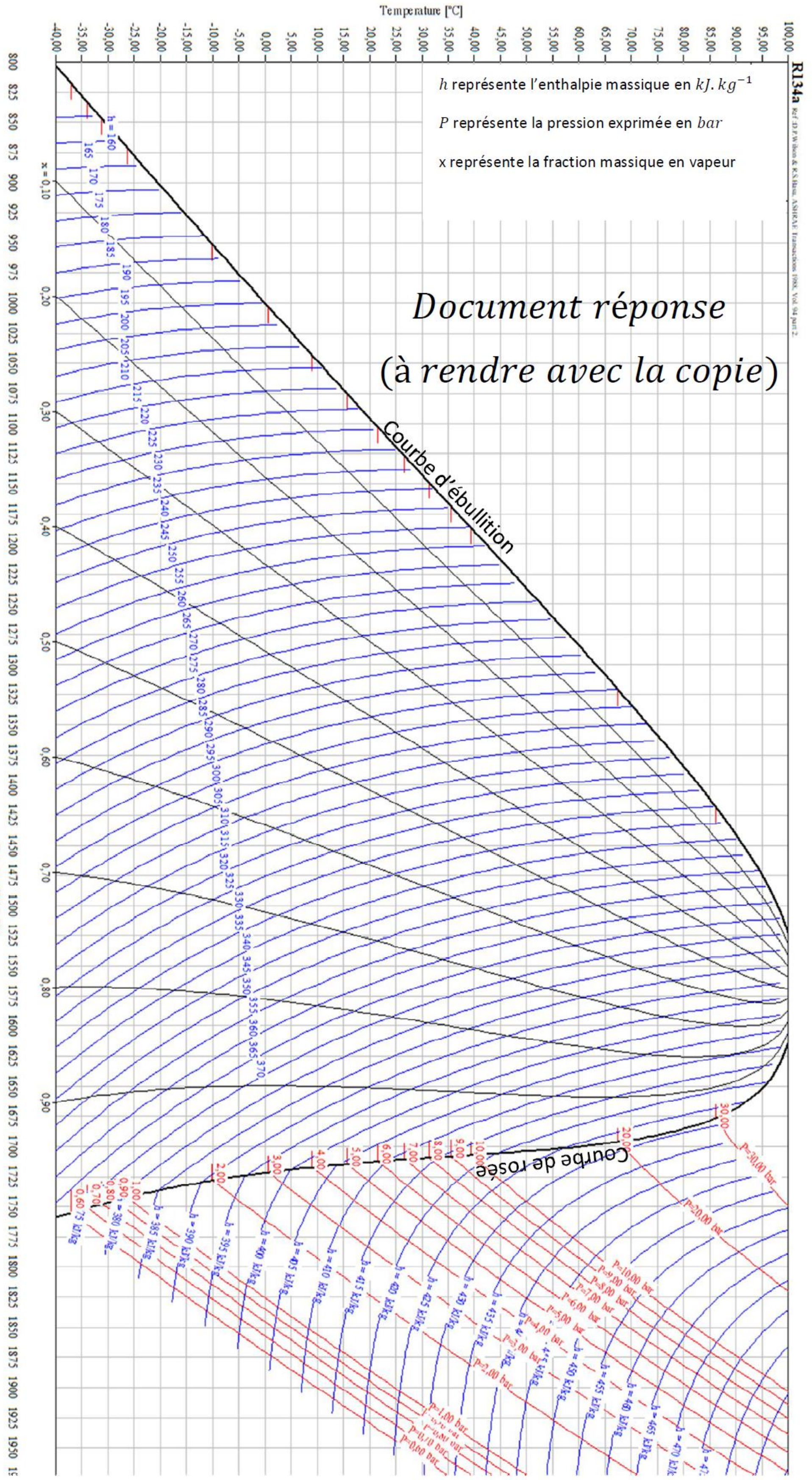


2. *Pour l'évaporateur,* $\boxed{q_f = (h_A - h_D)}$ *;* $AN:\ h_A - h_D = (405 - 235) \underline{= 170\ kJ/kg}$

Pour le compresseur, $\boxed{w = (h_B - h_A)}$ *;* $AN:\ h_B - h_A = (442 - 405) \underline{= 37\ kJ/kg}$

Coefficient de performance CoP_{vrai} *:* $\boxed{CoP_{vrai} = \frac{q_f}{w}}$ *;* $AN:\ \underline{CoP_{vrai}} = \frac{1{,}70}{0{,}37} \approx \frac{20}{4} \underline{\approx 5}$

3. $CoP_{vrai} < CoP_C$ *car les transformations sont en réalité toutes irréversibles.*



5. ❤ ❤ Considérons l'équation différentielle : $\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 X_0\, cos(\omega t)$.

Donner la forme de la solution $x(t)$ en régime sinusoïdal forcé, présenter la grandeur complexe associée $\underline{x}(t)$, et exploiter l'équation différentielle pour établir l'expression de $\underline{x}(t)$ en fonction des grandeurs caractéristiques du système et de l'excitation. Etablir l'expression de l'amplitude ; indiquer comment obtenir la phase à l'origine de la solution.

En régime sinusoïdal forcé, réponse $x(t)$ de la forme $x(t) \ = X_m cos(\omega t + \varphi)$

On pose $\underline{x(t)} = \ X_m e^{i(\omega t+\varphi)} \ = \ X_m e^{i\varphi} e^{i\omega t}$, on a alors $\underline{\dot{x}(t)} = i\omega \underline{x(t)}$ donc $\underline{\ddot{x}(t)} = (i\omega)^2 \underline{x(t)} = -\omega^2 \underline{x(t)}$

A partir de l'équation différentielle

$$\underline{\ddot{x}} + \frac{\omega_0}{Q}\underline{\dot{x}} + \omega_0^2\underline{x} = \omega_0^2 X_0\, e^{i\omega t} = -\omega^2\underline{x(t)} + \frac{\omega_0}{Q} \times i\omega\underline{x(t)} + \omega_0^2\underline{x} = \left(-\omega^2 + \frac{\omega_0}{Q} \times i\omega + \omega_0^2\right)\underline{x} \quad \textit{soit}$$

$$\left(-\omega^2 + \frac{\omega_0}{Q} \times i\omega + \omega_0^2\right) X_m e^{i\varphi} e^{i\omega t} = \omega_0^2 X_0 e^{i\omega t}$$

$$X_m e^{i\varphi} = \frac{\omega_0^2\, X_0}{\left(-\omega^2 + \frac{\omega_0}{Q}\, i\omega + \omega_0^2\right)}, \textit{ avec } X_m = \ |X_m e^{i\varphi}| = \left|\frac{\omega_0^2\, X_0}{\left(-\omega^2 + \frac{\omega_0}{Q}\, i\omega + \omega_0^2\right)}\right| = \frac{\omega_0^2\, X_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\,\omega\right)^2}} \quad \textit{et } Arg\left(\underline{X_m}\right) = \varphi$$

6. Considérons l'amplitude complexe d'expression : $\underline{X_M}(u) = X_m e^{i\varphi} = \frac{\omega_0^2\, X_0}{\left(-\omega^2 + \frac{\omega_0}{Q}\, i\omega + \omega_0^2\right)}$.

a) Etablir l'expression de l'amplitude X_M en fonction de la pulsation réduite $u = \frac{\omega}{\omega_0}$ et indiquer les caractéristiques de la réponse fréquentielle selon la valeur du facteur de qualité : asymptotes, allure des courbes de réponse X_M.

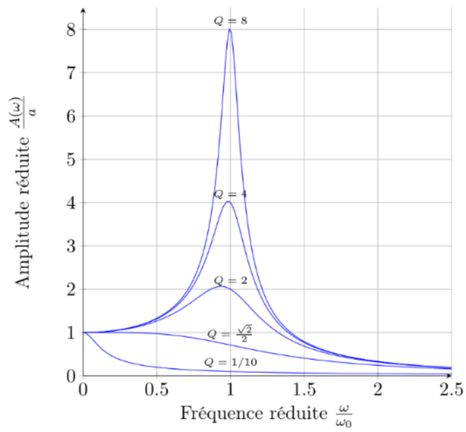
b) ** Existence et caractéristiques de la résonance : donner les résultats puis les établir.

$$\underline{X_M} = X_m e^{i\varphi} = \frac{X_0}{1 - u^2 + i\dfrac{u}{Q}}$$

$$X_M = |\underline{X_M}| = \frac{X_0}{\left|1 - u^2 + i\dfrac{u}{Q}\right|} = \frac{X_0}{\sqrt{(1 - u^2)^2 + \left(\dfrac{u}{Q}\right)^2}}$$

Allure de la courbe : aux faibles fréquences, $X_M \longrightarrow X_0$, aux hautes fréquences : $X_M \longrightarrow 0$.

Condition de résonance : pas de résonance aux faibles facteurs de qualité ($Q < 1/\sqrt{2}$), et pour les facteurs de qualité élevés, la pulsation de résonance est $\omega_r \approx \omega_0$ avec $X_M(\omega_0) = QX_0$



7. Décomposition en série de Fourier d'un signal périodique : principe, notion de spectre en amplitude.

8. Établir la relation de la statique des fluides dans le seul champ de pesanteur, en admettant que le champ de pression ne dépend que de la coordonnée verticale z.

Démonstration attendue : bilan 1d sur une tranche mésoscopique de surface S et d'épaisseur dz plutôt que bilan sur une particule fluide qui utilise le gradient.

La tranche de fluide subit

- *des forces pressantes latérales : résultante nulle, les forces se compensent deux à deux par symétrie, la pression ne dépendant que de z.*
- *la force pressante sur la face du bas : $+P(z)S\,\vec{e}_z$; sur la face du haut : $-P(z+dz)S\,\vec{e}_z$*
- *son poids $dm\vec{g} = -dm\, g\,\vec{e}_z = -\mu\, Sdz\, g\,\vec{e}_z$*

A l'équilibre, $-\mu\, Sdz\, g\,\vec{e}_z + P(z)S\,\vec{e}_z - P(z+dz)S\,\vec{e}_z = \vec{0}$ D'où $dP = P(z+dz) - P(z) = -\mu g dz$

9. ❤ ❤ En partant de la relation fondamentale de la statique des fluides, exprimer le champ de pression dans le modèle de l'atmosphère isotherme, faire apparaître la hauteur caractéristique et l'interpréter.

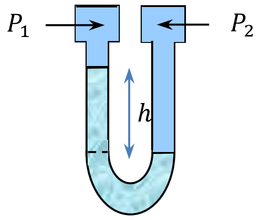
Gaz parfait à T_0 : $Pd\tau = dnRT_0$, de masse volumique : $\mu = \frac{dm}{d\tau} = \frac{dnM}{d\tau} = \frac{PM}{RT_0}$

Relation fondamentale de la statique des fluides avec z altitude : $\frac{dP}{dz} = -\mu g = -\frac{PM}{RT_0} g$

d'où $\frac{dP}{dz} + \frac{Mg}{RT_0} P = 0$ *soit avec* $H = \frac{RT_0}{Mg}$, $\frac{dP}{dz} + \frac{1}{H} P = 0$, *de solution* $P(z) = A \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$

Niveau du sol $P(z=0) \underbrace{=}_{C.L.} P_0 \underbrace{=}_{expression\ de\ P(z)} A$; *D'où* $P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ *avec* $H = \frac{RT_0}{Mg}$ *distance caractéristique des variations de pression*

10. ❤️ ❤️ Un tube en U est rempli d'un liquide de masse volumique donnée, chacune de ces extrémités étant en contact avec une zone de pression P_1 pour l'une et P_2 pour l'autre. Etablir l'expression de la hauteur h du dénivelé en fonction de la différence de pression entre les deux zones étudiées et de la masse volumique du fluide utilisé. **A.N.** pour une différence de pression d'un bar dans le cas du mercure ($d = 13{,}6$). Donnée : accélération de la pesanteur : $g = 10$ m.s^{-2}



Démarche attendue : Conditions aux limites : $P_A = P_1$; $P_C = P_2$ *et* $P_C = P_B$ *(même fluide, même altitude)*

Relation fondamentale de la statique des fluides incompressibles : $P_B = P_A + \rho_{eau} dgh$

$P_2 = P_1 + \rho_{eau} dgh$ *ou* $h = \frac{P_2 - P_1}{\rho_{eau} dg}$ *A.N. :* $h_{eau} \approx 10\ m;\ h_{Hg} \approx 70\ cm$

Au programme des exercices

Pas encore d'exercices de statique des fluides

Mécanique

✓ **Chapitre 6 : Oscillations en régime sinusoïdal forcé** **pas d'exercices de régime sinusoïdal forcé en électricité**

1. **Oscillateurs harmoniques amortis en régime sinusoïdal forcé :** Exemple du système masse ressort horizontal, utilisation de la notation complexe pour l'étude de la réponse
2. **Réponses en élongation et en vitesse – étude des résonances**

Thermodynamique

✓ **Chapitre 7 : Machines thermiques**

seulement des exercices avec un fluide en écoulement à travers différents organes

principe de fonctionnement et étude thermodynamique d'un réfrigérateur réel et d'un cycle de Rankine

Utilisation des diagrammes thermodynamiques et du 1er principe appliqué aux systèmes en écoulement (avec énergies massiques ou puissances).