COLLES DE PHYSIQUE - ATS – 2023-2024

colle N°21 : 25 au 30 Mars 2024

▪ Formulaire : chapitres MK1 à MK6, EM1, THM8, EM2, EM3

1. ❤ Etablir l'équation de la chaleur dans le cas à une dimension cartésienne en l'absence de source de chaleur interne

- *Premier principe (bilan enthalpique) appliqué au système compris entre x et $x + dx$, entre t et $t + dt$ en l'absence de travail autre que celui des forces de pression, à pression atmosphérique :* $d(\delta H) = d^2H = \delta^2 Q$
- *Dans le cas d'un système monophasé :* $d(\delta H) = \delta m c dT = \rho\, S dx\, c\, dT$ ***;*** *x* ***fixé :*** $dT = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_x dt$ *;*
- $\delta^2 Q$ *: flux entrant moins flux sortant, soit* $\delta^2 Q = \big(\Phi(x,t) - \Phi(x+dx,t)\big)\, dt = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_t dx\, dt$
- *Avec* $\Phi(x) = \iint_{section} \overrightarrow{j_Q}(x) d\vec{S} = j_{Qx} S, \quad \delta^2 Q = -\left(\frac{\partial j_{Qx}}{\partial x}\right)_t S\, dx\, dt$
- *Loi de Fourier :* $\overrightarrow{j_Q}(x) = -\lambda\, \overrightarrow{grad}(T)$*, d'où* $j_{Qx} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_t$ *;*
- *finalement : équation de la chaleur* $\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_x - \frac{\lambda}{\rho c}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_t = 0$ *avec* $D = \frac{\lambda}{\rho c}$ *diffusivité, telle que* $\tau \sim \frac{L^2}{D}$

2. ❤ A) Considérons un barreau métallique de diffusivité thermique $D \approx 10^{-5}\ \mathrm{m^2.s^{-1}}$. Déterminer le temps caractéristique de diffusion sur 1 cm puis sur 1 m.

b) Un étourdi oublie sa cuillère dans l'eau de cuisson des pâtes. Jusqu'à quelle hauteur le manche va-t-il chauffer pendant la cuisson ? Risque-t-il donc de se brûler en la retirant lorsque les pâtes seront cuites ?

a) Combien de temps (dans une unité adaptée !) faut-il pour que les variations de température se fassent ressentir dans une cave enterrée à 2 m de profondeur ?

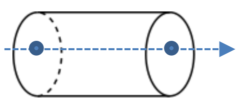
Donnée : Donnée : diffusivité du fer $D \sim 2 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^2{\cdot}s^{-1}}$. diffusivité du sol $D \sim 3 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m^2{\cdot}s^{-1}}$.

1) Temps de diffusion sur 1 cm	$\tau_1 \approx \frac{L_1^2}{D}$	$\tau_1 \approx 10\ s$	
Temps de diffusion sur 1 m	$\tau_2 \approx \frac{L_2^2}{D}$	$\tau_2 \approx 10^5\ s$	$\frac{\tau_2}{\tau_1} \approx 10^4$

2) $L = \sqrt{\tau D}$ *avec cuisson des pâtes :* $\tau \approx 10\, min = 600\ s$ *d'où* $L = \sqrt{\tau D} \approx 10\ cm$ *: mieux vaut avoir pris une longue cuillère, et des pâtes qui cuisent rapidement…*

3) $\tau_1 \approx \frac{L_1^2}{D} \approx 150\ jours$

3. Un conducteur cylindrique de conductivité γ, de longueur L et de section S, d'axe (Ox) de vecteur unitaire $\overrightarrow{u_x}$, est placé dans un champ électrique $\vec{E}$ parallèle à son axe. Le courant créé est supposé uniforme sur une section du conducteur. Rappeler la forme locale et la forme intégrale de la loi d'Ohm en précisant bien les notations. En déduire la valeur de la résistance du conducteur en fonction des caractéristiques du conducteur.

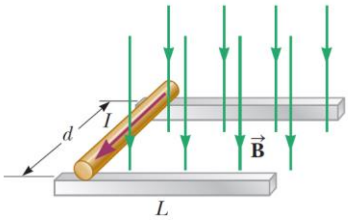


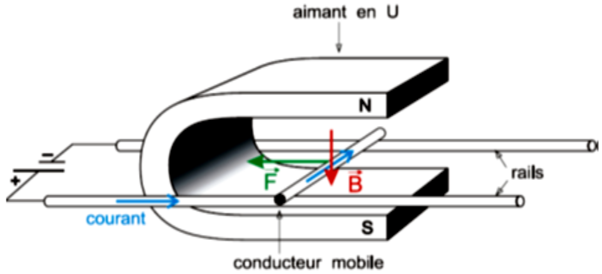
Loi d'ohm locale : $\vec{j}(x) = \gamma \vec{E}$ *donc* $\vec{j}(x) = j(x)\, \overrightarrow{u_x}$*;* $I = \iint \vec{j}.\overrightarrow{dS} = \iint j.dS = j(x)S = \gamma E(x) S$ *;*

Or $dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dOM}$ *avec* $U = \int_{V2}^{V1} dV = V1 - V2 = \Delta V = -\int_{M2}^{M1} \vec{E}.\overrightarrow{dOM} = +\int_{M1}^{M2} \vec{E}.\overrightarrow{dOM} = EL$ *;*

loi d'Ohm globale : $R = \frac{U}{I} = \frac{EL}{\gamma E(x) S} = \frac{L}{\gamma\, S}$

4. ❤️❤️ On considère le dispositif ci-contre de rails de Laplace parallèles, distants de d, un barreau rectiligne perpendiculaire aux rails étant susceptible de rouler sur ces rails. Un générateur impose un courant d'intensité I constante dans l'ensemble du dispositif, qui est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan horizontal des deux rails.





a) Exprimer la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur la tige et en déduire sa mise en mouvement ; discuter de l'influence des signes de I et B.

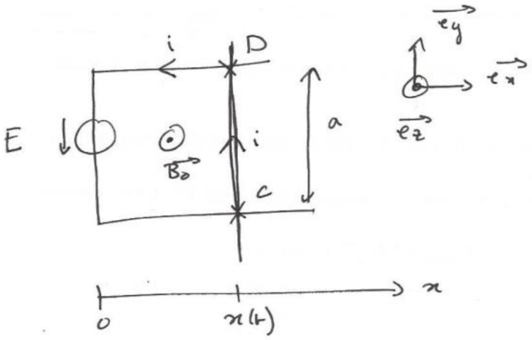
b) Exprimer la puissance des forces de Laplace associée à cette expérience.

c) Etablir l'expression de l'intensité i circulant dans le circuit **(attention, l'étude complète des rails de Laplace n'a pas été encore vue !!)**

$\vec{F_L} = i\,\vec{CD} \wedge \vec{B} = \pm i\,l\,B\,\vec{u_x}$ selon les choix de vecteurs de la base (à soigneusement préciser après avoir fait un schéma et défini une base). Lorsqu'on inverse le signe de i ou B, le sens de la force est également inversé.

$P_{Laplace} = \vec{F_L}.\vec{v} = \pm i\,l\,B\,\dot{x}$ avec $\vec{v} = \dot{x}\vec{u_x}$

En raison du mouvement de la barre, la surface de circuit varie donc le flux du champ magnétique aussi : phénomène d'induction avec apparition d'une fém induite :



① Orienter : cf schéma

② orienter $\vec{dS}$: règle de la main droite en suivant :

$\vec{dS} = dS\,\vec{e_z}$

③ Calculer $\phi(\vec{B_0})$:

$$\phi(\vec{B_0}) = \iint_{(\Sigma)\ \text{circuit}} \vec{B_0}\cdot\vec{dS} = \iint_{(\Sigma)} B_0\,\vec{e_z}\cdot dS\,\vec{e_z} = \iint_{(\Sigma)} B_0\,dS$$

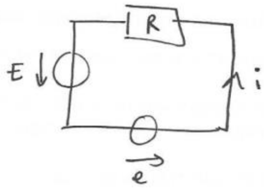
colinéaires de même sens.

$$= B_0 \iint_{(\Sigma)} dS = B_0 S = B_0\,a\,x(t)$$

$\vec{B}$ uniforme sur la spire

④ Appliquer la loi de Faraday : $e = -\dfrac{d\phi}{dt} = -B_0\,a\,\dot{x}$

⑤ Circuit électrique équivalent :



⚠ e en convention générateur.

⑥ Equation électrique

$E + e = Ri$

$\Leftrightarrow \boxed{R\,i(t) + B_0\,a\,\dot{x} = E}$

5. ❤️ ❤️ Un conducteur cylindrique infini de rayon a est parcouru par un courant d'intensité I uniformément réparti dans toute section du conducteur. Exprimer le vecteur densité de courant volumique $\vec{j}$ en fonction de I et a. Calculer le champ magnétique créé en tout point de l'espace.

a) $I = \iint_{(\Sigma)} \vec{j}.\overrightarrow{dS} = jS = j\pi a^2$, soit $j = \frac{I}{\pi a^2}$ et $\vec{j} = \frac{I}{\pi a^2}\vec{e}_z$

b) Eude des symétries et invariances : $\vec{B} = B(r)\vec{e}_\theta$

Contour d'Ampère : ici, cercle de rayon r passant par le point M étudié (attention !l' orienter !) ; calcul de la circulation :

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{B}.d\overrightarrow{OM} = \oint_{(\Gamma)} B(r)\vec{e}_\theta.r\, d\theta\ \vec{e}_\theta = 2\pi r B(r)$$

c) *Courant enlacé :* si $r \geq a$, $I_{enlacé} = I$; si $r \leq a$, $I_{enlacé} = \iint_{(\Sigma)} \vec{j}.\overrightarrow{dS} = \frac{I}{\pi a^2}\vec{e}_z.\pi r^2 \vec{e}_z = \frac{Ir^2}{a^2}$

d) théorème d'Ampère : $\oint_{(\Gamma)} \vec{B}.d\vec{M} = \mu_0\, I_{enlacé}$

si $r \leq a$, *alors* $\vec{B} = \frac{\mu_0\, I}{2\pi}\frac{r}{a^2}\vec{e}_\theta$ *; si* $r \geq a$, *alors* $\vec{B} = \frac{\mu_0\, I}{2\pi r}\vec{e}_\theta$.

6. ❤️ ❤️ On considère un solénoïde d'axe Oz et de centre O, de longueur infinie, constitué de spires circulaires jointives enroulées sur un cylindre de rayon R, parcourues par un courant d'intensité I. Soit $n = \frac{N}{L}$ le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde. On admet que le champ magnétique à l'extérieur du solénoïde est nul.

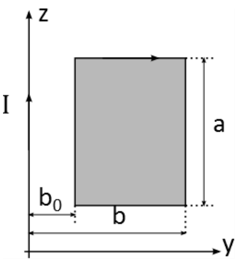
Symétries et invariances : $\vec{B}(M) = B_z(r)\vec{e}_z = B(r)\vec{e}_z$

Contour d'Ampère (attention ! l'orienter !) : ici, théorème d'Ampère deux fois de suite : rectangle de longueur L quelconque passant par le point M étudié à l'intérieur du solénoïde, de hauteur h telle que, dont les deux parties horizontales sont repérées par les distances à l'axe r_i et r_j :

Le contour d'Ampère est entièrement à l'intérieur du solénoïde : circulation : $\oint_{(\mathcal{C}_1)} \vec{B}.d\overrightarrow{OM} = \big(B(r_1) - B(r_2)\big)L$ *et* $I_{enlacé} = 0$ *: conclusion : champ intérieur uniforme*

- *Le contour d'Ampère est à cheval entre l'intérieur et l'extérieur du solénoïde ;* $\oint_{(\mathcal{C}_1)} \vec{B}.d\overrightarrow{OM} = (B_{int} - B_{ext})L = B_{int}L$ *et* $I_{enlacé} = \mathrm{nLI}$ *: conclusion :* $\vec{B} = \mu_0 n\, I\, \vec{e}_{axe}$ *à l'intérieur du solénoïde. Champ uniforme, lignes de champ parallèles à l'axe.*

7. Un fil infini $(z'z)$ est parcouru par un courant I qui crée un champ magnétique $\vec{B} = \frac{\mu_0\, I}{2\pi r}\vec{e}_\theta$. Un cadre rectangulaire orienté est disposé dans le plan yOz.



Calculer le flux du champ magnétique créé par le fil à travers le cadre en fonction de μ_0, I, a, b et b_0.

$$\Phi = \iint \vec{B}.\overrightarrow{dS} = \int_{b_0}^{b} \frac{\mu_0\, I}{2\pi r}\vec{e}_\theta.a\, dr\vec{e}_\theta = \int_{b_0}^{b} \frac{\mu_0\, I}{2\pi r} a\, dr = +\frac{\mu_0\, I\, a}{2\pi}\ ln\left(\frac{b}{b_0}\right)$$

▪ Au programme des exercices

Electromagnétisme

✓ **Chapitre 2 : Conduction électrique** **Attention !!! pas d'exercices sur ce chapitre pour les ❤️**

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Conduction électrique	
Courant dans un conducteur	Définir le vecteur densité de courant. Établir l'équation de conservation de la charge à une dimension en régime variable. Énoncer sa généralisation à trois dimensions puis expliquer que le vecteur densité de courant est à flux conservatif en régime stationnaire. Énoncer la loi d'Ohm locale. Expliquer l'effet Joule, définir la résistance électrique dans un conducteur et présenter le lien avec la conduction thermique en régime stationnaire. Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence des signaux.

✓ Chapitre 3 : Magnétostatique

Notions et contenus	Capacités exigibles
6. Magnétostatique du vide	
Effets magnétiques d'un courant de charges	Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre. Définir la notion de ligne de champ magnétostatique. Énoncer la relation donnant la force de Laplace s'exerçant sur un élément de circuit filiforme parcouru par un courant et placé dans un champ magnétostatique. Identifier les propriétés de symétrie et d'invariance d'une distribution de courant. Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, un fil rectiligne, une spire circulaire, une bobine longue et un tore.
Équation de Maxwell-Ampère de la statique, théorème d'Ampère et équation de Maxwell relative au flux du champ magnétique	Énoncer le théorème d'Ampère et le relier à l'équation de Maxwell-Ampère de la statique. Énoncer l'équation de Maxwell relative au flux du champ magnétique. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (fil infini, câble coaxial, nappe de courant supposée « infinie », tore, solénoïde « infini » en admettant que le champ magnétique est nul à l'extérieur). Énoncer les relations de passage du champ magnétostatique.