TD CHAPITRE EM.6 : INTERFERENCES

■ CONSEILS A SUIVRE ; ERREURS A EVITER

1. Pour l'étude de deux sources monochromatiques qui interfèrent, il faut maitriser le passage à l'écriture complexe, et son utilisation dans la démonstration de la formule des interférences (ou formule de Fresnel) : $I(M) = \frac{1}{2}\underline{s}.\underline{s}^* = \frac{1}{2}\left(\underline{s_1} + \underline{s_2}\right).\left(\underline{s_1}^* + \underline{s_2}^*\right)$ qui, pour deux sources de même intensité en un point M aux distances r_1 et r_2 des sources S_1 et S_2, mène à la relation à connaître :

$$I(M) = 2I_0(1 + \cos(k(r_2 - r_1))) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right)\right]$$

2. Il faut avoir à l'esprit les différentes caractéristiques associées aux interférences constructives ou destructives. Pour des interférences constructives : intensité maximale, signaux en phase, différence de marche entre eux correspondant à un nombre entier de longueur d'onde ; pour des interférences destructives : intensité minimale, signaux en opposition phase, différence de marche entre eux correspondant à un nombre entier de longueur d'onde plus une demi longueur d'onde.
3. Bien faire le lien entre les relations littérales et les caractéristiques d'une figure d'interférences obtenue expérimentalement. Penser à exploiter l'interfrange pour accéder à une longueur d'onde inconnue, ou à la distance entre les trous d'Young.

■ APPLICATION DE COURS

Application 1 : Trous d'Young

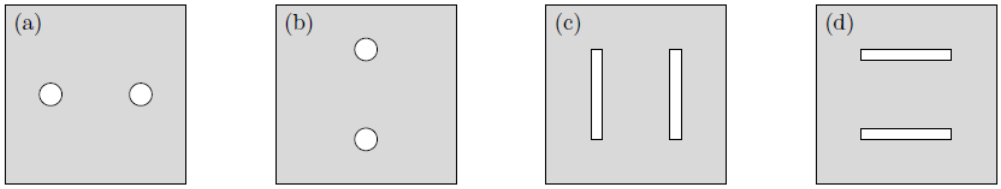
IMPORTANT | 2 | 2

Décrire le dispositif, établir les expressions de la différence de marche, de la différence de phase ainsi que l'ordre d'interférence.

Application 2 : Figures d'interférences

2 ou 3

On éclaire un dispositif d'Young (trous ou fentes) en lumière monochromatique. Représenter l'allure de la figure d'interférences observée sur un écran à grande distance pour chacun des dispositifs ci-dessous.



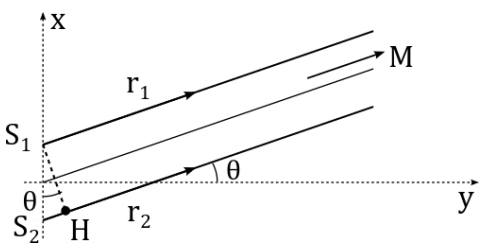
■ EXERCICES

I) Calcul rapide de la différence de marche pour le dispositif des trous d'Young

3 | 2

M étant très éloigné (la distance des trous à l'écran est D très grande devant la distance entre les trous a), on peut considérer que les rayons S_1M et S_2M sont quasiment parallèles.

On simplifie en considérant que M est dans le plan Oxy, O étant le milieu de $[S_1S_2]$.



1) Exprimer la différence de marche $\delta = r_2 - r_1$ en fonction de a et θ.

2) Exprimer ensuite δ en fonction de a, x et D.

II) Fentes d'Young et ordre d'interférence

IMPORTANT | 2 | 2

Une source monochromatique S de longueur d'onde $680\ nm$ éclaire des fentes d'Young S_1 et S_2 distantes de $0{,}20\ mm$. On observe la figure d'interférence sur un écran placé à $1{,}20\ m$ du plan des fentes. La source est sur la médiatrice de S_1 et S_2.

a. Etablir la formule de Fresnel des interférences.

b. Etablir l'expression de la différence de marche simplifiée dans le cas présenté.

c. Etablir les expressions de l'ordre d'interférence et de l'interfrange.

d. La frange centrale est-elle noire ou brillante ? Justifier.

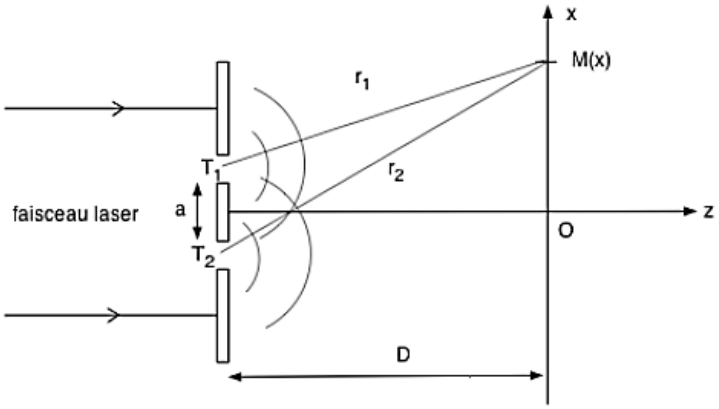
e. À quelle distance de la frange centrale observe-t-on la 4^e frange sombre ?

III) Trous d'Young et expression de l'interfrange

2 | 1

La lumière rouge d'un laser He-Ne ($\lambda = 632{,}8\ nm$) tombe sur un écran muni de deux petits trous T_1 et T_2 séparés par la distance $a = 0{,}50\ mm$.

Une figure d'interférence apparaît sur un écran situé à $D = 2{,}0\ m$.



1) Au point O, la frange est-elle brillante ou sombre ?

2) Les franges brillantes sont équidistantes. La distance qui les sépare est appelée interfrange et notée i. On cherche à connaître les paramètres dont peut dépendre i (nature de la source, distances a, D) et à donner une expression parmi les propositions suivantes :

1. $i = \frac{\lambda D}{a}$	**2.** $i = \lambda D^2$	**3.** $i = \frac{aD}{\lambda}$	**4.** $i = \frac{\lambda a}{D}$

a) Par analyse dimensionnelle, éliminer une ou plusieurs propositions.

b) En réalisant plusieurs expériences, où l'on fait varier un seul paramètre en laissant les autres identiques, on effectue les constatations suivantes :

- L'utilisation d'un laser vert montre que l'interfrange diminue.
- Si on éloigne l'écran, l'interfrange augmente.
- Les deux trous étant rapprochés de l'axe, les franges s'écartent les unes des autres.

En utilisant ces résultats expérimentaux, trouver l'expression correcte de l'interfrange en justifiant le raisonnement. Faire l'application numérique.

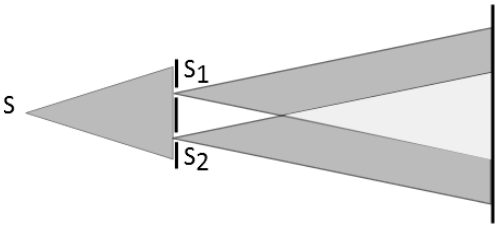
3) Déterminer les positions $x_{s\,m}$ des franges sombres en fonction de i et d'un entier relatif m.

IV) Détermination d'une longueur d'onde à l'aide des trous d'Young

IMPORTANT | 2 | 1

Une source monochromatique S éclaire deux trous fins S_1 et S_2 distants l'un de l'autre de $3\ mm$ et distants de S de $50\ cm$. La source est sur la médiatrice de S_1 et S_2. On observe des interférences sur un écran E placé à

$d = 3\ m$ de S_1S_2 et on compte 6 franges brillantes de part et d'autre de la frange centrale O, occupant dans leur ensemble une longueur $\ell = 7{,}2\ mm$.



a. Calculer la longueur d'onde λ de la radiation émise par S.

b. *** Avec quelle précision connaît-on λ, sachant qu'on a mesuré ℓ au $1/10\ mm$, S_1S_2 au $1/10\ mm$ et d à $1\ cm$ près ?

> On donne la loi de propagation des incertitudes :
> Si y est obtenue à partir des valeurs $x_1, x_2, \ldots$ de grandeurs (supposées indépendantes) :
> $$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$
> alors, l'incertitude-type sur y est donnée par la relation :
> $$u(y) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\right)^2 u^2(x_k)}$$
> où $u(x_k)$ est l'incertitude-type sur x_k et $u(y)$ l'incertitude-type sur y.

V) Mesure de longueur d'onde par comparaison

2 | 2

L'appareil laser utilisé pour les expériences décrites est une source de lumière S monochromatique qui émet un faisceau cylindrique de faible diamètre.

La longueur d'onde dans l'air de l'onde émise est $\lambda = 632{,}8\ nm$.

Le faisceau laser éclaire un dispositif optique qui a pour but de former, dans un plan P, deux sources cohérentes pratiquement ponctuelles S_1 et S_2, distantes de a.

On observe des franges d'interférence sur un écran E, parallèle à P et distant de celui-ci de $D = 4\ m$.

a. La distance qui sépare le milieu de la frange centrale (comptée zéro) du milieu de la vingtième frange brillante est $L = 2{,}26\ cm$. Calculez la distance a des deux sources S_1 et S_2.

b. Le laser est utilisé pour la mesure de la longueur d'onde λ' de la lumière pratiquement monochromatique émise par une lampe à vapeur de sodium S'.
Le dispositif optique précédent est éclairé simultanément par le faisceau laser et par la lampe S'.
On constate que les franges centrales pour les deux radiations sont superposées et que la première coïncidence entre les deux systèmes de franges se produit pour la 14^e frange brillante de λ et la 15^e frange brillante de λ'.
Calculer λ' dans l'air.

VI) Fentes d'Young *(sans calculatrice)*

2 | 2

On réalise une figure d'interférences sur un écran placé à $D = 2{,}5\ m$ de 2 fentes d'Young S_1 et S_2 éclairées par une source monochromatique située sur la médiatrice de S_1 et S_2 à $d = 20\ cm$ de celles-ci. La distance entre S_1 et S_2 vaut $a = 0{,}5\ mm$.

Sur la figure des interférences, on compte 11 franges brillantes dans une largeur $L = 32\ mm$ centrée sur la frange centrale.

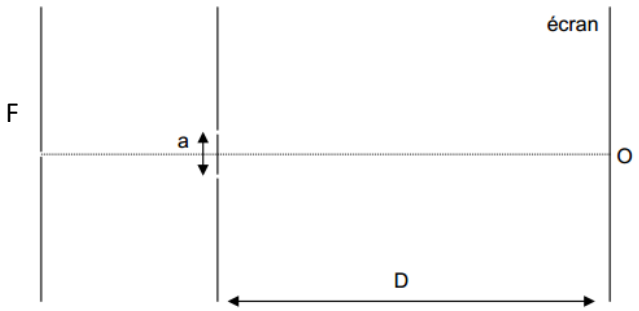
a. Calculer la longueur d'onde de l'onde émise en S.

b. Calculer la différence de marche en un point d'abscisse $x = 4{,}8\ mm$. Est-il situé sur une frange particulière ?

VII) Dispositif d'Young et doublet du sodium 2 | 2

F est une fente éclairée par une lumière monochromatique de couleur jaune (lampe à vapeur de sodium), venant éclairer un dispositif de trous d'Young.

On donne : $a = 1{,}5\ mm$ et $D = 1{,}78\ m$.



1) Qu'observe-t-on sur l'écran ?

2) On mesure sur l'écran, la largeur de 15 interfranges : on trouve $d = 10{,}5\ mm$. En déduire la longueur d'onde λ de la lumière.

3) La fente F est maintenant éclairée par une lumière constituée de deux radiations monochromatiques de longueurs d'onde $\lambda_1 = 0{,}588\ \mu m$ et $\lambda_2 = 0{,}686\ \mu m$.
Qu'observe-t-on sur l'écran ?
À quelle distance de la frange centrale se produit la première coïncidence entre deux franges brillantes ?

VIII) Interférences constructives et destructives, contraste IMPORTANT | 2 | 3

1) Considérons deux sources de lumière caractérisées par des intensités I_1 et I_2 différentes, dont on suppose qu'elles ont les propriétés nécessaires pour interférer dans la zone où elles se superposent. Soit un point M de cette zone d'interférences, établir en fonction du déphasage $\Delta\varphi(M)$ entre les deux sources puis en fonction de la différence de marche $\delta(M)$ entre elles la formule (dite de Fresnel) pour les interférences lumineuses en utilisant la notation complexe (expression de l'intensité totale au point M).

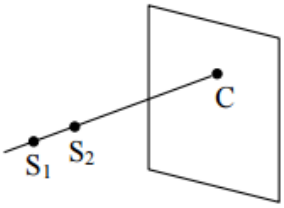
2) Dans le cas général de ces deux sources d'intensités différentes, établir les conditions d'obtention d'interférences destructives et constructives, en particulier sur la différence de marche et l'ordre d'interférence.

3) On définit le contraste C (ou visibilité) d'une figure d'interférences comme la quantité $C = \frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$, variant entre zéro et 1. Etablir et commenter l'expression du contraste.

4) On considère le dispositif des trous d'Young. Les deux trous sont identiques mais l'un des deux trous est recouvert d'une lame qui ne laisse passer que 50 % de l'intensité incidente et qui n'introduit aucune différence de marche notable. Qu'y a-t-il de changé par rapport à la situation où les deux trous sont identiques ?

IX) Dans l'axe des points sources 3

Deux ondes de même fréquence sont émises par des points sources S_1 et S_2 dans des directions voisines de l'axe (S_1S_2) qui les joint. Un écran est placé perpendiculairement à cet axe. On note C l'intersection.



1) Sans faire de calculs, peut-on prévoir la forme de la figure d'interférence ?

2) Les vibrations sont émises en phase par les sources S_1 et S_2. A quelle condition le point C est-il un lieu d'interférences constructives ? destructives ?

X) Déplacement de la source ponctuelle 3 | 2

S est une source ponctuelle éclairant deux trous d'Young distants de a.
On note δ la différence de marche $(SS_2M) - (SS_1M)$.

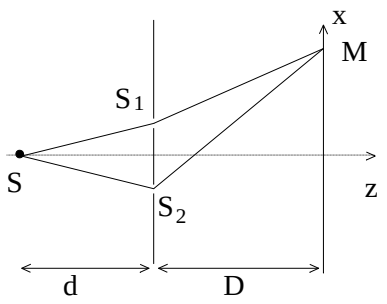


figure 1

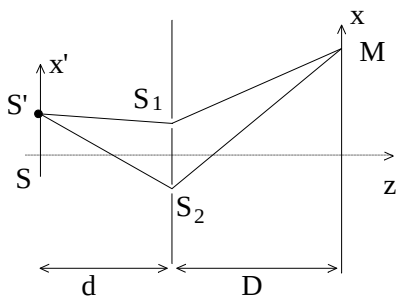


figure 2

1) Justifier que dans le cas où S est sur la médiatrice de S_1S_2, on a $\delta = (S_2M) - (S_1M)$. Rappeler alors l'expression de δ et de l'interfrange en sachant que $D \gg a, x, y$.

4) Supposons maintenant que S soit légèrement déplacée en S', avec $\overline{SS'} = x'$; $|x'| \ll d$.
Que devient la différence de marche $\delta' = (S'S_2M) - (S'S_1M)$?
Que devient la figure d'interférences ?

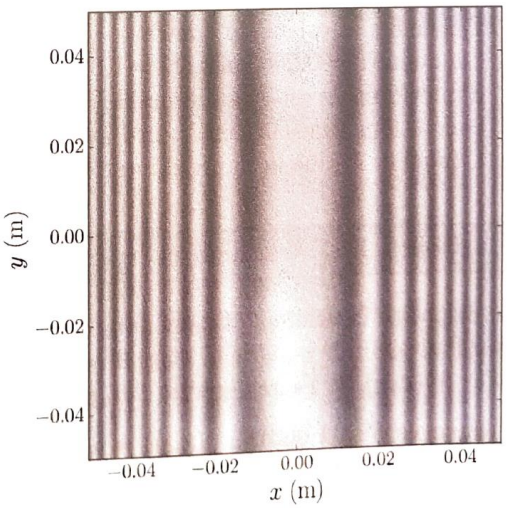
XI) Différence de marche variable et figure d'interférence

2 | 3

La figure ci-contre correspond à une figure d'interférences à deux ondes, obtenue dans l'air assimilé à du vide, figure associée à l'expression suivante de l'intensité :

$$I(x) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta(x)}{\lambda}\right)\right)$$

avec $\lambda = 0{,}600$ µm.



1) Quelle condition doivent satisfaire les intensités des deux ondes interférant pour être compatibles avec la formule de Fresnel de l'intensité fournie ? Cela vous paraît-il cohérent avec l'observation de la figure d'interférences ?
2) Nous allons rechercher laquelle des expressions ci-dessous de la différence de marche $\delta(x)$ est associée à cette figure. Pour chacune de ces expressions, déterminer la position des franges brillantes, puis discuter de l'évolution de l'interfrange avec l'ordre d'interférences. Quelle est par conséquent l'expression correcte ?

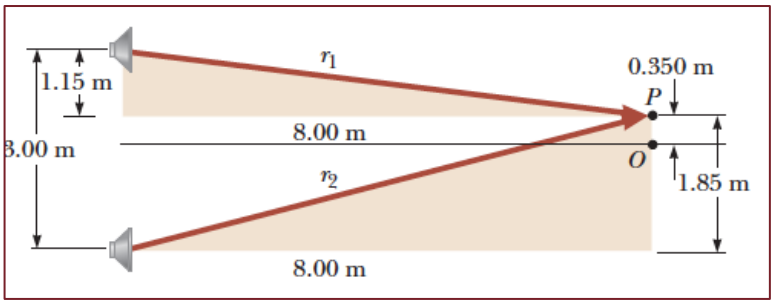
a) $\delta(x) = 2ax$ b) $\delta(x) = 2ax^2$ c) $\delta(x) = 2a\sqrt{|x|}$

3) En exploitant la figure fournie, déterminer la valeur de a.

XII) Interférences sonores

2 | 3

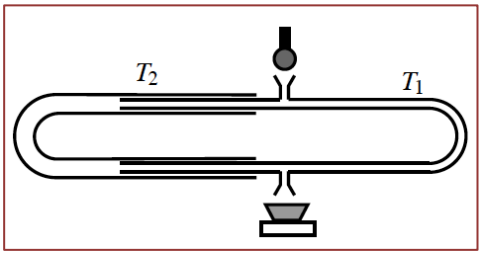
Deux haut-parleurs identiques placés à 3,00 m de distance sont alimentés entraînés par le même générateur basse fréquence (G.B.F). Une auditrice à l'origine au point O se déplace au point P, endroit où elle entend le 1er minimum de l'intensité sonore. On donne pour le son : $c = 340\ m.s^{-1}$.



Quelle est la fréquence du G.B.F ? Commenter cette valeur.

XIII) Trombone de Koenig

2 | 2



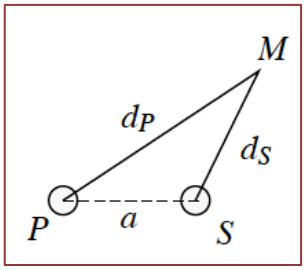
Le trombone de Koenig est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents. Le haut-parleur, alimenté par un générateur de basses fréquences, émet un son de fréquence $f = 1500$ Hz. On mesure le signal à la sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope.

En déplaçant la partie mobile T_2 on fait varier l'amplitude du signal observé. A partir d'une position où l'amplitude est minimale, il faut déplacer T_2 d'une distance $d = 11{,}5 \pm 0{,}2$ cm pour retrouver une valeur minimale de l'amplitude.

Déterminer la valeur de la célérité du son dans l'air à 20°C, température à laquelle l'expérience est faite.

Contrôle actif du bruit en espace libre

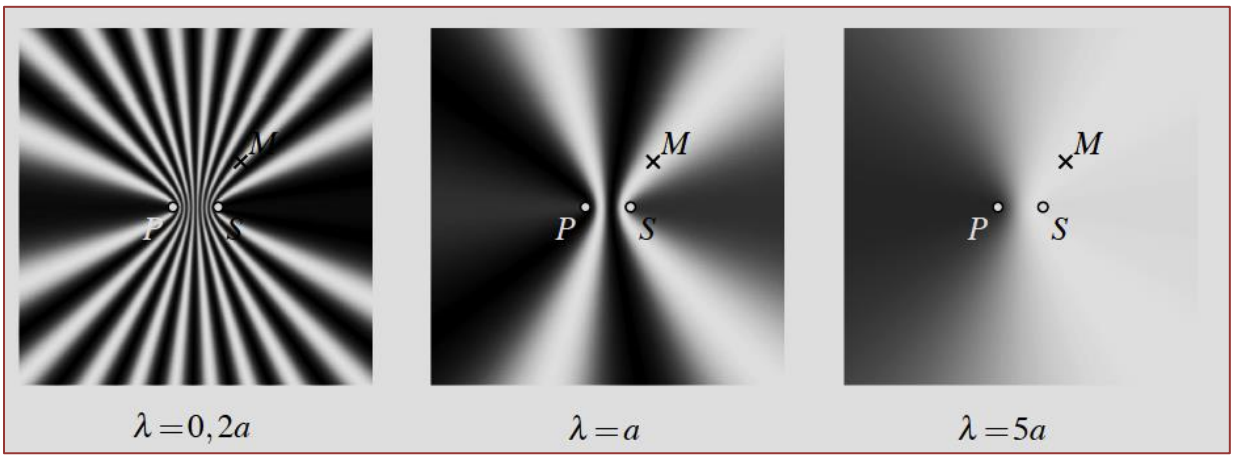
2 | 2



La méthode du contrôle actif du bruit consiste à émettre une onde sonore qui, superposée à l'onde sonore du bruit, l'annule par interférence destructrice. Pour modéliser la méthode on suppose que la source primaire de bruit *P* est ponctuelle et qu'elle émet un onde sinusoïdale de longueur d'onde λ. On crée une source sonore secondaire ponctuelle *S* qui est située à distance $PS = a$ de la source primaire et qui émet une onde de même longueur d'onde.

1) On souhaite annuler le bruit en un point M. On pose PM = d_P et SM = d_S.

2) Exprimer le déphasage $\Delta\varphi$ (différence des phases à l'origine au niveau de chacune des sources) que la source secondaire doit présenter par rapport à la source primaire en fonction de λ, d_P, d_S et d'un entier *m*.

3) L'amplitude de l'onde d'une source ponctuelle à distance *d* de la source est $A = \frac{\alpha}{d}$ où α est une constante. Quel doit être le rapport α_s/α_P des constantes d'amplitude relatives aux deux sources ?

c. Les figures ci-dessous obtenues par simulation visualisent l'amplitude de l'onde résultante dans le plan contenant P, S et M : le gris est d'autant plus foncé que l'amplitude de l'onde sonore est élevée. Commenter ce document, notamment l'influence de la longueur d'onde.