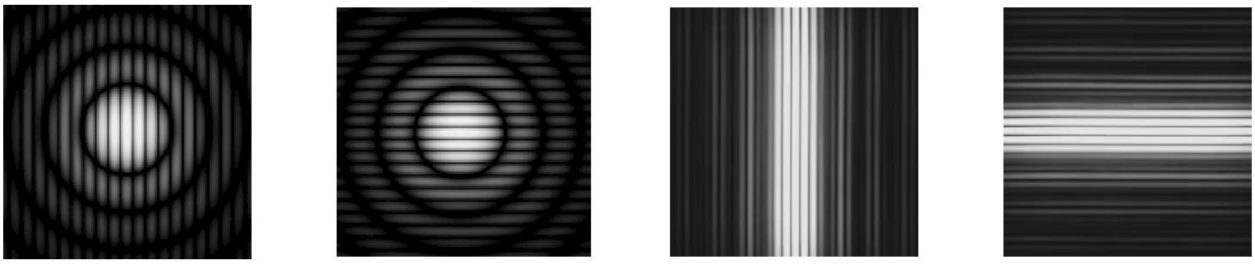
TD CHAPITRE EM.6 : INTERFERENCES

■ APPLICATION DE COURS

Application 2 : Figures d'interférences 2 ou 3

La figure d'interférences se superpose à la figure de diffraction obtenue pour une unique fente ou un unique trou.



■ EXERCICES

I) Calcul rapide de la différence de marche pour le dispositif des trous d'Young 3 | 2

1) En considérant les rayons quasi parallèles, on exprime la différence de marche en s'intéressant à la différence de distance parcourue à partir du plan des sources : $\delta = S_2H = a\sin\theta$ en considérant le triangle S_1S_2H

2) On considère à présent le triangle OMH_M en introduisant le projeté $H_M$de M sur l'axe (Oy) : x et y étant petits devant la distance D d'observation, les rayons sont faiblement inclinés, l'angle $\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{x}{D}$ d'où le résultat classique : $\delta = \frac{ax}{D}$.

II) Fentes d'Young et ordre d'interférence IMPORTANT | 2 | 2

1) Frange centrale : sur la médiatrice des deux sources, soit telle que $\delta = 0, \Delta\varphi = 0$ avec

$$I(M) = 2I_0\big(1+\cos\big(\Delta\varphi(M)\big)\big) = 2I_0\left(1+\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right)$$

On a donc une intensité maximale soit une frange centrale brillante

2) Différence de marche : $\boldsymbol{\delta = r_2 - r_1 = \frac{ax}{D}}$

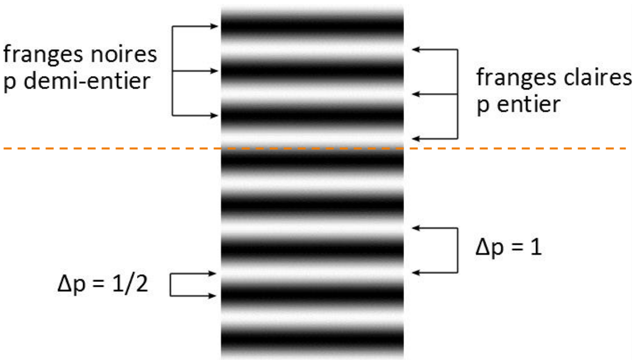
Entre 2 franges successives identiques, l'ordre d'interférence varie de 1 : $\Delta p = 1 = \frac{\Delta\delta}{\lambda}$

$$\Delta\delta = \lambda$$

On cherche la distance Δx sur le plan de l'écran entre deux points correspondant à cette différence de marche de λ

$$\frac{a\,\Delta x}{D} = \lambda$$

Expression de l'interfrange i, correspondant à Δx : $i = \frac{\lambda D}{a}$



Ici $D = 1{,}20\ m, \lambda = 680\ nm$ et $a = 0{,}20\ mm$, d'où $i = \frac{\lambda D}{a} = 4{,}08\ mm$;

Maximum d'intensité :

$\boldsymbol{\delta = m\lambda}$, où $m \in \mathbb{Z}$

donc on obtient une **FRANGE BRILLANTE SI** p **EST ENTIER** $(\boldsymbol{p = m})$.

Minimum d'intensité :

$\boldsymbol{\delta = (m + ½)\lambda}$, où $m \in \mathbb{Z}$

donc on obtient une **FRANGE SOMBRE SI** p **EST DEMI-ENTIER** $(\boldsymbol{p = m + ½})$.

Frange brillante centrale : $p = m = 0$; 1ère frange sombre rencontrée : $m = 0, p = ½$; 4ème frange sombre : $m = 3, p = 3 + ½$

$p = \frac{\delta}{\lambda}$ et $\boldsymbol{\delta} = \frac{ax}{D}$ soit $p = \frac{ax}{\lambda D}$ et $i = \frac{\lambda D}{a}$ d'où

$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{x}{i} = 3{,}5 \Rightarrow \quad x = 3{,}5\,\mathrm{i} = 14{,}3\ mm.$

Aussi : entre deux franges brillantes : distance i, entre une frange brillante et une sombre : $\frac{i}{2}$, donc entre la centrale et la 4ème sombre $3{,}5i$

III) Trous d'Young et expression de l'interfrange 2 | 1

1) Frange brillante en O ($\delta = 0, p = 0$) ;
2) A) Analyse dimensionnelle : $[i] = L$ or $\left[\lambda D^2\right] = L^3$: expression 2) impossible

   b) Lorsqu'on passe d'un laser vert à un laser rouge, la longueur d'onde diminue, et l'interfrange diminue alors : expression 3) incohérente avec cette observation.

   Lorsqu'on éloigne l'écran, on augmente la distance D, et i augmente : expression 4) incohérente.

   Lorsqu'on rapproche les trous, on diminue a et i augmente : l'ensemble des ces observations confirme l'expression 1) avec $i = \frac{\lambda D}{a}$.

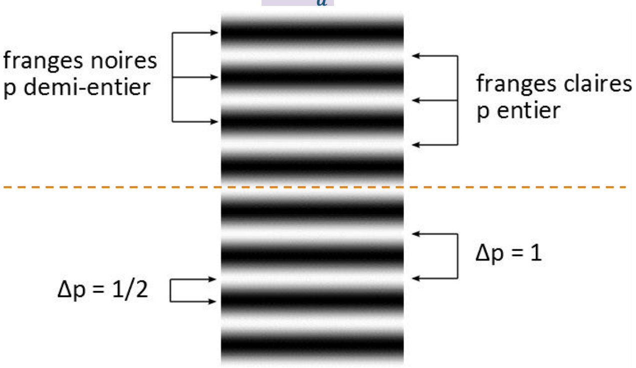
   A.N. : $i = \frac{\lambda D}{a} = 2{,}5\ mm$
3) Différence de marche : $\boldsymbol{\delta = r_2 - r_1 = \frac{ax}{D}}$

Entre 2 franges successives identiques, l'ordre d'interférence varie de 1 : $\Delta p = 1 = \frac{\Delta\delta}{\lambda}$, soit $\Delta\delta = \lambda$

On cherche la distance Δx sur le plan de l'écran entre deux points correspondant à cette différence de marche de λ

$$\frac{a\,\Delta x}{D} = \lambda$$

Expression de l'interfrange $\boldsymbol{i}$, correspondant à $\boldsymbol{\Delta x}$: $i = \frac{\lambda D}{a}$



Minimum d'intensité :

$\boldsymbol{\delta = (m + ½)\lambda}$, où $m \in \mathbb{Z}$

donc on obtient une **FRANGE SOMBRE SI** p **EST DEMI-ENTIER** $(\boldsymbol{p = m + ½})$.

$x_{s\,m} = (m + ½)\, i.$

IV) Détermination d'une longueur d'onde à l'aide des trous d'Young

IMPORTANT | 2 | 1

1) distants l'un de l'autre de $3\ mm$: $a = 3\ mm$;

Distants de S de $50\ cm$. La source est sur la médiatrice de S_1 et S_2: pas de différence de marche sur les chemins SS_1 et SS_2;

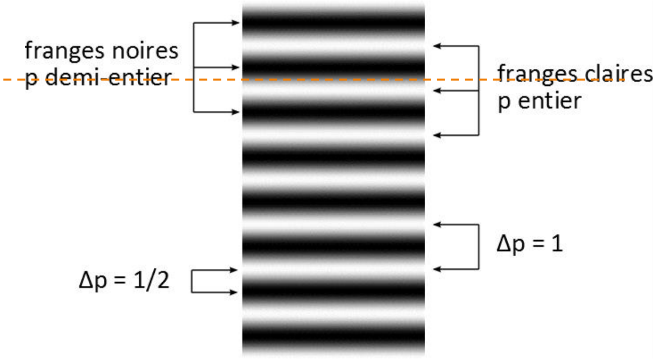
on observe des interférences sur un écran E placé à $d = 3\ m$ de S_1S_2 : interfrange $i = \frac{\lambda d}{a}$;

on compte 6 franges brillantes de part et d'autre de la frange centrale O,
occupant dans leur ensemble une longueur $\ell = 7{,}2\ mm$:

$\ell = 7{,}2\ mm = 12i = 12\frac{\lambda d}{a}$

Soit $\lambda = \frac{a\ell}{12d}$

$\lambda = \frac{3.10^{-3} \times 7{,}2.10^{-3}}{12 \times 3} = \frac{72}{12}10^{-7}\mathrm{m} = \frac{36}{6}10^{-7}\mathrm{m} = \ 600\ nm.$



2) On a $u(y) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\right)^2 u^2(x_k)}$ et $\Delta(y) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\right)^2 \Delta^2(x_k)}$

Ici $y = \lambda = \frac{a\ell}{12d}$, soit

$\Delta\lambda^2 = \left(\frac{\partial\lambda}{\partial \mathrm{a}}\right)^2 \Delta^2(\mathrm{a}) + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial\ell}\right)^2 \Delta^2(\ell) + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial \mathrm{d}}\right)^2 \Delta^2(\mathrm{d}) + 0 = \left(\frac{\ell}{12d}\right)^2 \Delta^2(\mathrm{a}) + \left(\frac{a}{12d}\right)^2 \Delta^2(\ell) + \left(\frac{a\ell}{12d^2}\right)^2 \Delta^2(\mathrm{d})$

Soit avec $\lambda = \frac{a\ell}{12d}$:

$$\Delta\lambda^2 = \left(\frac{\lambda}{\mathrm{a}}\right)^2 \Delta^2(\mathrm{a}) + \left(\frac{\lambda}{\ell}\right)^2 \Delta^2(\ell) + \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 \Delta^2(\mathrm{d})$$

Ou encore : $\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{\Delta a}{\mathrm{a}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2$

On a mesuré ℓ au $\frac{1}{10}mm$: $\Delta\ell = 10^{-4}\mathrm{m}$, S_1S_2 au $1/10\ mm$: $\Delta a = 10^{-4}\mathrm{m}$ et d à $1\ cm$ près : $\Delta d = 10^{-2}\mathrm{m}$.

$\Delta\lambda = 23\ nm$; $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 4\ \%$.

V) Mesure de longueur d'onde par comparaison 2 | 2

a. Distance qui sépare le milieu de la frange centrale (comptée zéro) du milieu de la vingtième frange brillante : $L = 2{,}26\ cm$, soit $L = 20i = 20\frac{\lambda D}{a}$ d'où $a = 20\frac{\lambda D}{L}$.

A.N. : $a = 20\frac{\lambda D}{L} = 20 \times 632{,}8.10^{-9} \times \frac{4}{2{,}26.10^{-2}} = \frac{8}{2{,}26} \times 6{,}328.10^{-4} = \ 2{,}24\ mm$

b. La coïncidence entre les franges signifie que leurs positions sont identiques, soit $14i = 15i'$ avec $i = \frac{\lambda D}{a}$ et $i' = \frac{\lambda' D}{a}$

soit $14i = 15i'$ $\Leftrightarrow$ $14\frac{\lambda D}{a} = 15\frac{\lambda' D}{a}$ $\Leftrightarrow$ $14\lambda = 15\lambda'$

$\lambda' = 590{,}6\ nm.$

VI) Fentes d'Young *(sans calculatrice)* 2 | 2

a. Entre les 11 franges brillantes, distance correspondant à 10 interfranges, soit $L = 10i = \frac{10\lambda D}{a}$

$\lambda = \frac{aL}{10\ D} = \frac{0{,}5.10^{-3} \times 32.10^{-3}}{10\ \times 2{,}5}\mathrm{m} = \frac{16}{25}.10^{-6}\mathrm{m} = \frac{64}{100}10^{-6}\mathrm{m} = 640\ nm$ (rouge) ;

b. $\delta = \frac{ax}{D} = \frac{0{,}5.10^{-3} \times 4{,}8.10^{-3}}{2{,}5}\mathrm{m} = \frac{4{,}8}{5}.10^{-6}\mathrm{m} = \frac{9{,}6}{10}.10^{-6}\mathrm{m} = 960\ nm$;

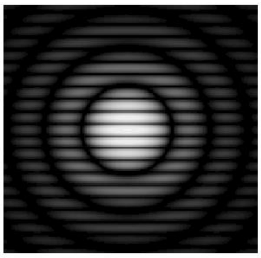
$p = \frac{\delta}{\lambda}$ et $\boldsymbol{\delta} = \frac{ax}{D}$ soit $p = \frac{\mathrm{ax}}{\lambda D}$ et $i = \frac{\lambda D}{a}$ d'où

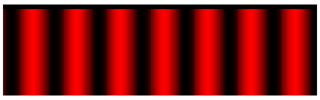
$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{ax}{D}\frac{10\mathrm{D}}{\mathrm{aL}} = \frac{10\ x}{L} = 10 \times \frac{4{,}8.10^{-3}}{32.10^{-3}} = \frac{48}{32} = \frac{3 \times 8}{4 \times 8} = 1{,}5 = \mathrm{p}$: p demi-entier, donc frange sombre.

VII) Dispositif d'Young et doublet du sodium 2 | 2

Sur l'écran :

en tenant compte de la diffraction





sans en tenir compte (zoom sur la partie centrale)

1) $d = 15i = \frac{15\lambda D}{a}$ soit $\lambda = \frac{ad}{15D}$: A.N. : $\lambda = 590\ nm$ (jaune) ;

Superposition de deux figures d'interférences de couleurs différentes, décalées du fait de la différence de longueur d'onde donc d'interfrange : $i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a}$ et $i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a}$

1ère coïncidence : à la distance x de la frange centrale telle que $x = p_1 i_1 = p_2 i_2$ avec p_1 et p_2 entiers pour correspondre à des franges brillantes, les plus petits possibles pour qu'il s'agisse de la première coïncidence.

$\lambda_2 > \lambda_1$ d'où $i_2 > i_1$ et $p_2 < p_1$.

On cherche $p_1 = \frac{i_2}{i_1} p_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} p_2 = \frac{686}{588} p_2 = \frac{343}{294} p_2 = \frac{7}{6} p_2$

La fraction $\frac{7}{6}$ n'étant pas réductible, la plus petite valeur de p_2 possible pour que p_1 soit un entier est telle que $p_2 = 6$ d'où $p_1 = 7$.

On a alors $x = p_1 i_1 = p_2 i_2 = 7 i_1 = 6 i_2 = 4{,}9\ mm$

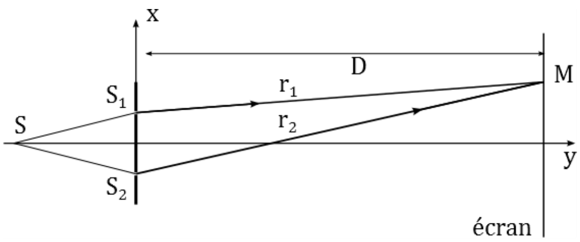
VIII) Interférences constructives et destructives, contraste

IMPORTANT | 2 | 3

En notation complexe :

$$\underline{s_1}(M,t) = s_1 \exp[\mathrm{j}(\omega t - k r_1 + \alpha)],$$

$$\underline{s_2}(M,t) = s_2 \exp[\mathrm{j}(\omega t - k r_2 + \alpha)],$$



Chacune des deux ondes a en M une intensité I_1 ou I_2 :

$$\boldsymbol{I_1} = ½\, \boldsymbol{s_1^2} \qquad \boldsymbol{I_2} = ½\, \boldsymbol{s_2^2}$$

La superposition des deux ondes en M donne :

$$\underline{s}(M,t) = \underline{s_1}(M,t) + \underline{s_2}(M,t)$$

$$\underline{s}(M,t) = s_1 \exp[\mathrm{j}(\omega t - k r_1 + \alpha)] + s_2 \exp[\mathrm{j}(\omega t - k r_2 + \alpha)]$$

$$\underline{s}(M,t) = \exp[\mathrm{j}(\omega t + \alpha)]\big(s_1 \exp(-jkr_1) + s_2 \exp(-jkr_2)\big)$$

$$\underline{s}^*(M,t) = \exp[-\mathrm{j}(\omega t + \alpha)]\big(s_1 \exp(+jkr_1) + s_2 \exp(+jkr_2)\big)$$

L'intensité lumineuse en M est

$$\boldsymbol{I(M)} = ½\, \underline{\boldsymbol{s}}.\underline{\boldsymbol{s}}^*$$

$$\underline{s}.\underline{s}^*(M,t) = \exp[\mathrm{j}(\omega t + \alpha)]\big(s_1 \exp(-jkr_1) + s_2 \exp(-jkr_2)\big) \times \exp[-\mathrm{j}(\omega t + \alpha)]\big(s_1 \exp(+jkr_1) + s_2 \exp(+jkr_2)\big)$$

$$\underline{s}.\underline{s}^*(M,t) = \exp\big(-j(\omega t + \alpha)\big)\exp\big(j(\omega t + \alpha)\big)[s_1 \exp(-jkr_1) + s_2 \exp(-jkr_2)][s_1 \exp(+jkr_1) + s_2 \exp(+jkr_2)]$$

Avec $\exp\big(-j(\omega t + \alpha)\big)\exp\big(j(\omega t + \alpha)\big) = \exp(0) = 1$

$$\underline{s}.\underline{s}^*(M,t) = [s_1 \exp(-jkr_1) + s_2 \exp(-jkr_2)][s_1 \exp(+jkr_1) + s_2 \exp(+jkr_2)]$$

$$\underline{s}.\underline{s}^*(M,t) = [s_1^2 \exp(-jkr_1 + jkr_1) + s_1 s_2 \exp(-jkr_1 + jkr_2) + s_1 s_2 \exp(+jkr_1 - jkr_2) + s_2^2 \exp(-jkr_2 + jkr_2)]$$

$$\underline{s}.\underline{s}^*(M,t) = \big[s_1^2 + s_2^2 + s_1 s_2\big(\exp(jk(r_2 - r_1)) + \exp(-jk(r_2 - r_1))\big)\big]$$

$$½\, \underline{s}.\underline{s}^*(M,t) = [½\, s_1^2 + ½\, s_2^2 + s_1 s_2 \cos(k(r_2 - r_1))]$$

$I(M) = ½\, \underline{s}.\underline{s}^* \qquad I_1 = ½\, s_1^2 \qquad I_2 = ½\, s_2^2 \qquad$ d'où $I_1 I_2 = \frac{1}{4} s_1^2 s_2^2 \qquad$ soit $\quad s_1 s_2 = 2\sqrt{I_1 I_2}$

$$\boxed{\boldsymbol{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(k(r_2 - r_1)\right)}}$$

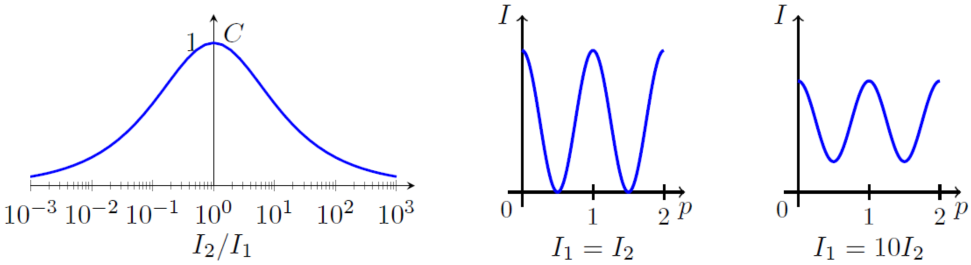
Soit $\boxed{\boldsymbol{\Delta\varphi = k(r_2 - r_1) = 2\pi\, \delta/\lambda}}$

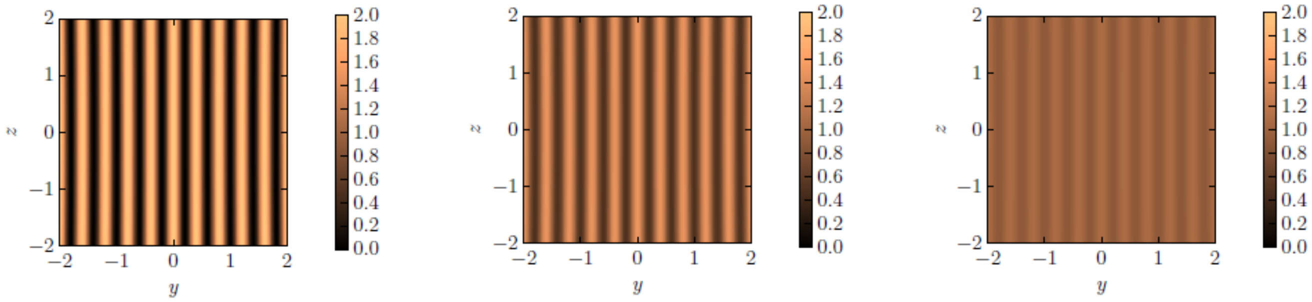
2) Interférences constructives : intensité maximale, pour $\cos\left(k(r_2 - r_1)\right) = 1$: on retrouve exactement les mêmes conditions que lorsque les deux sources sont de même intensité, simplement les valeurs des intensités maximale et minimale ne seront pas les mêmes.

3) Contraste : $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

Soit ici : $C = \frac{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} - (I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2})}{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} + (I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2})} = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)} = \frac{2\sqrt{I_2/I_1}}{1 + I_2/I_1} = \frac{2\sqrt{r}}{1 + r}$ avec $\frac{I_2}{I_1} = r$: **contraste maximal pour $r = 1$.**

Contraste en fonction de l'intensité relative, et intensité totale en fonction de l'ordre d'interférence :





$C = 1 \qquad C = 0{,}5 \qquad C = 0{,}1$

4) Lorsque les deux trous ne sont pas identiques, les deux intensités ne sont pas identiques

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$

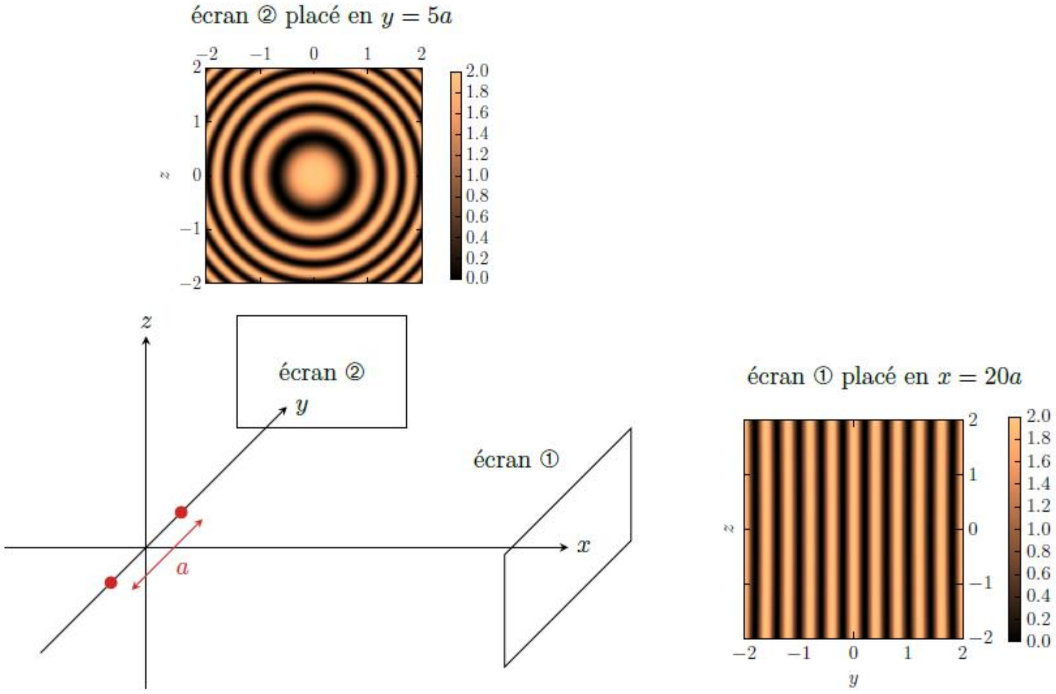
Selon l'énoncé, $I_2 = 0{,}5\, I_1$, d'où $I(M) = 1{,}5\, I_1 + 2\sqrt{\frac{1}{2} {I_1}^2}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) = 1{,}5\, I_1 + \sqrt{2}\, I_1 \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$

Les figures d'interférences restent similaires, l'interfrange n'est pas modifiée, en revanche il y a une modification du contraste :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{\boldsymbol{2\sqrt{I_1 I_2}}}{\boldsymbol{(I_1 + I_2)}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

IX) Dans l'axe des points sources 3

Les sources sont vues de manière invariante par rotation autour de l'axe $(S_1 S_2)$, la différence de marche ne dépend donc pas de la coordonnée angulaire de rotation autour de cet axe, il en est de même pour l'intensité, et les franges d'interférences sont des anneaux concentriques.



Interférences constructives (resp. destructives) en C si $\delta = S_1S_2 = m\lambda$ (resp. $(m + ½)\lambda$), avec m entier.

X) Déplacement de la source ponctuelle 3 | 2

a) Les ondes émises par S arrivent en phase en S_1 et S_2 après avoir parcouru exactement les mêmes distances dans le même milieu, donc $(SS_1) = (SS_2)$, et $\delta = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M) = (S_2M) - (S_1M)$;

$\delta = \frac{a\,x}{D}$; $i = \frac{\lambda D}{a}$;

b) On a maintenant $\delta' = (S'S_2) + (S_2M) - (S'S_1) - (S_1M)$

On a démontré que $(S_2M) - (S_1M) = \frac{a\,x}{D}$ si $D \gg a, x, y$

La géométrie étant identique, avec $|x'| \ll d$, on peut en déduire sans calculs supplémentaires :

$(S'S_2) - (S'^{S_1}) = \frac{a\,x\prime}{d}$.

Finalement : $\delta' = \frac{a\,x}{D} + \frac{a\,x\prime}{d}$

Il y a translation de la figure d'interférences, la frange centrale est en $x_0 = -x' \,\frac{D}{d}$, interfrange inchangée.

Ce résultat peut être utilisé pour interpréter les conséquences d'une source S étendue dans la direction perpendiculaire aux trous (direction (Ox) ici) : on pourrait décomposer cette source étendue comme une multitude de sources ponctuelles de positions x' variant de 0 à x'_{max} par exemple. On obtiendrait alor une superpositin des différentes figures d'interférences toutes similaires mais décalées, ce qui viendrait a minima diminuer nettement le contraste de la figure d'interférence, et rapidement quand x'_{max} augmente mener à un brouillage complet de la figure (l'intensité observée devient dans le cas extrême uniforme).

XI) Différence de marche variable et figure d'interférence 2 | 3

1) La formule fournie est valable lorsque les deux ondes qui interfèrent ont la même intensité I_0. Contrairement aux figures usuelles, l'interfrange varie : l'expression de la différence de marche est donc différente. De plus, le contraste n'est pas excellent, alors même que c'est pour deux ondes de même intensité que le contraste est maximale. Une description plus réaliste ferait apparaître un facteur de contraste.

2) Utilisons l'ordre d'interférence $p(x) = \frac{\delta(x)}{\lambda}$. Positions x_m des franges brillantes telles que $p(x_m) = m$ avec m entier.

   a) Si $\delta(x) = 2ax$: $p(x_m) = m = \frac{2ax_m}{\lambda}$ $\quad x_m = \frac{m\lambda}{2a}$ $\quad i = \Delta x_m = \frac{(m+1)\lambda}{2a} - \frac{m\lambda}{2a} = \frac{\lambda}{2a}$:

   i constante ne correspond pas à la figure observée

b) Si $\delta(x) = 2ax^2$: $p(x_m) = m = \frac{2a{x_m}^2}{\lambda}$ $\quad x_m = \pm\sqrt{\left|\frac{m\lambda}{2a}\right|}$ $\quad i = \Delta x_m = \sqrt{\frac{\lambda}{2a}}\left(\sqrt{|m|+1} - \sqrt{|m|}\right)$:

i diminue lorsque $|m|$ et donc x_m augmente, conforme à la figure observée, où l'on voit les franges se rapprochent lorsque x s'écarte de 0.

c) Si $\delta(x) = 2a\sqrt{|x|}$: $p(x_m) = m = \frac{2a\sqrt{|x_m|}}{\lambda}$ $\quad x_m = \pm\left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2$

$i = \Delta x_m = \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 (|m+1|^2 - |m|^2) = |2m+1|\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2$:

i augmente lorsque $|m|$ augmente, ne correspond pas à la figure observée.

Finalement, $\delta(x) = 2ax^2$.

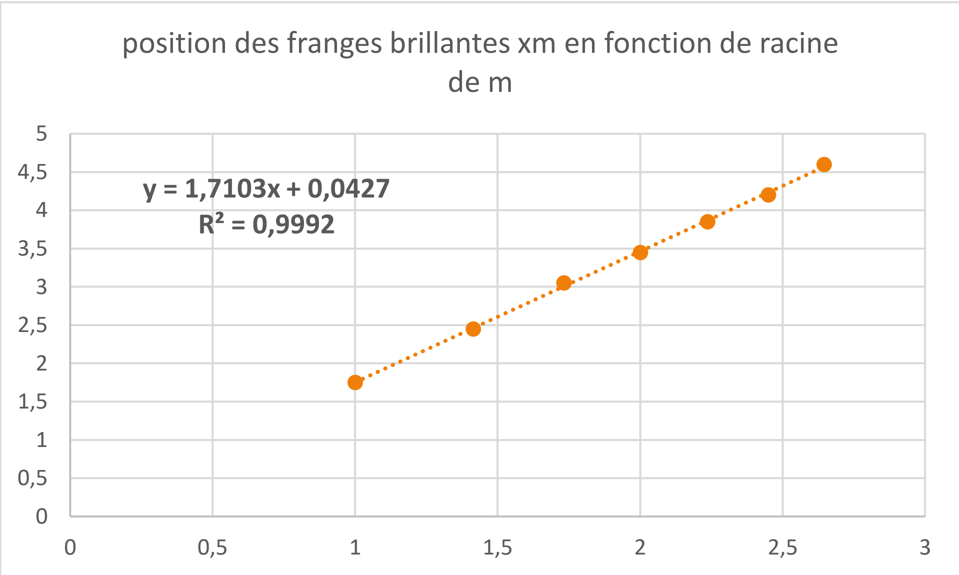
3) On peut relever les positions des franges brillantes pour m compris entre 1 et 7, on peut évaluer $\Delta x_m = 0{,}05\ cm$

m	1	2	3	4	5	6	7
x_m (cm)	1,75	2,45	3,05	3,45	3,85	4,22	4,59

Et on a $x_m = \pm\sqrt{\left|\frac{m\lambda}{2a}\right|}$, soit en traçant x_m en fonction de $\sqrt{|m|}$, on devrait obtenir une droite de pente $p = \sqrt{\frac{\lambda}{2a}}$.

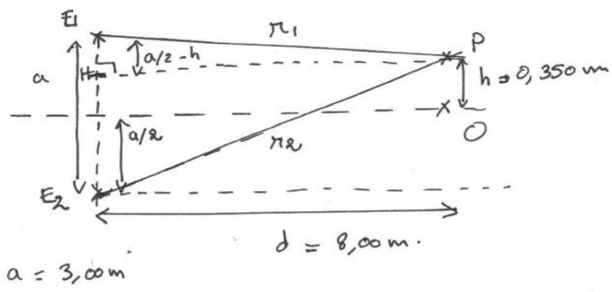
Cf. courbe ci-dessous : la régression linéaire confirme la validité du modèle retenu ; on obtient de plus $p = \sqrt{\frac{\lambda}{2a}} = 1{,}71$ cm ; un logiciel tel que Regressi permet de déterminer $\Delta p = 0{,}01\ cm$.

On a alors $a = \frac{\lambda}{2p^2} = 1{,}02\ mm$ avec $\frac{\Delta a}{a} = \frac{2\Delta p}{p} = 0{,}02\ mm$



XII) Interférences sonores 2 | 3

On ne peut pas négliger la distance a entre les HP devant la distance D entre le plan des HP et l'auditrice.
On montre que , $f = \frac{c}{2\delta} = \frac{c}{2(r_2 - r_1)} = \frac{c}{2\left(\sqrt{\left(\frac{a}{2}+OP\right)^2 + D^2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}-OP\right)^2 + D^2}\right)} = 1{,}3\ kHz$; domaine audible.



En Ei :

$s_1(E_1,t) = A\cos(\omega t)$

$s_2(E_2,t) = A\cos(\omega t)$

$a = 3,00$ m

Au point O situé sur la médiatrice, les interférences entre les 2 ondes vont être constructives (On a alors $E_1O = E_2O$, donc une différence de marche nulle entre les 2 sources qui sont identiques).

Le point P correspond au 1er minimum d'intensité sonore, soit au premier point tel que les interférences soient destructives, et donc que les ondes soient en opposition de phase.

Onde émise par E1 : $s_1(P,t) = A\cos\left(\omega\left(t - \frac{r_1}{c}\right)\right) = A\cos(\omega t - k r_1)$ avec $\boxed{\frac{\omega}{c} = k}$ au point P

E2 : $s_2(P,t) = A\cos(\omega t - k r_2)$

(mêmes | GBF : mêmes A et ω, | milieu : k, et on choisit une phase à l'origine nulle).

Déphasage entre les deux ondes : $\Delta\varphi_{2/1} = -k(r_2 - r_1) = -k\delta$

avec $\delta = r_2 - r_1$ différence de marche.

1ère opposition de phase : $|\Delta\varphi_{2/1}| = \pi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$ $\Leftrightarrow$

$\delta = \frac{\lambda}{2} = |r_2 - r_1|$ or $\lambda = \frac{c}{f}$ soit $\frac{c}{2f} = |r_2 - r_1|$

et $\boxed{f = \frac{c}{2|r_2 - r_1|}}$

De plus, cf schéma : Considérons H le projeté de P sur la droite E1E2,

$r_1^2 = \left(\frac{a}{2} - h\right)^2 + d^2$

et $r_2^2 = \left(\frac{a}{2} + h\right)^2 + d^2$

soit avec $r_1 > 0$ et $r_2 > 0$: $r_i = \sqrt{\left(\frac{a}{2} \pm h\right)^2 + d^2}$

et $|r_2 - r_1| = \left|\sqrt{\left(\frac{a}{2} + h\right)^2 + d^2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2} - h\right)^2 + d^2}\right|$

soit $\underline{f = 1319 \text{ Hz}}$

en prenant $c = 340\ \text{m.s}^{-1}$ (vitesse moyenne de propagation du son dans l'air à température ambiante).

XIII) Trombone de Koenig

2 | 2

Le micro reçoit 2 ondes s_1 et s_2 qui sont passées respectivement par les 2 tubes T_1 et T_2 ; elles sont émises par le même système et ont donc les mêmes { Amplitude, fréquence, phase à l'origine. Elles vont interférer entre elles.

En déplaçant T_2, on modifie la longueur du trajet de s_2 /à celle du trajet de s_1, donc on fait varier le déphasage entre les 2 ondes

En un point M donné (position du micro par exemple) on a

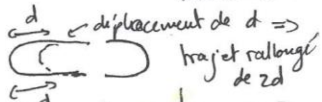
$s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - k l_1)$ et $s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - k l_2)$

avec l_i longueurs des trajets.

En un point M donné, la différence de phase est donc

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 - l_1) = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \quad \text{avec } \delta = (l_2 - l_1) = \text{différence de marche.}$$

Ici, la différence de différence de marche est $\Delta\delta = 2d$:



L'amplitude du signal étant passée deux fois de suite par une valeur minimale, on a donc $\Delta\delta = \lambda = 2d$

(1ère fois : pour $d = 0$, $\Delta\varphi = 0$, interférence constructive pour la 1ère fois

$2d_1 = \frac{\lambda}{2}$, $\Delta\varphi = \pi$, ——— destructive pour la 1ère fois

$2d_2 = \frac{3\lambda}{2}$, $\Delta\varphi = 3\pi$, ——— pour la 2ème fois

Soit entre 2 fois successives : $d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2}$.)

Rmq : de manière générale, interférences destructives pour

$$\Delta\varphi = \pi\ [2\pi] \quad \text{soit} \quad \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \pi + p\,2\pi = (2p+1)\pi$$

$$\text{et} \quad \delta = \frac{\lambda}{2}(2p+1) .$$

Soit entre 2 positions successives : $\delta_2 - \delta_1 = \frac{\lambda}{2} \times 2 = \lambda$.

On a donc $2d = \lambda$ avec $\lambda = \frac{c}{f}$ soit $d = \frac{c}{2f}$

et $\boxed{c = 2df}$ A.N. : $c = (345 \pm 6)\ \mathrm{m.s^{-1}}$.