Exercice 1

$\boxed{\text{TD M1}}$

1) a) Remarque : Définition de la vitesse moyenne :
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Cas 1 : $v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{final} - x_{initial}}{t_{final} - t_{initial}}$

$$v_1 = \frac{3-0}{3-0} = 1 \text{ m.s}^{-1}$$

Cas 2 : $v_2 = \frac{2{,}4 - 0}{3 - 0} = 0{,}8 \text{ m.s}^{-1}$

Cas 3 : $v_3 = \frac{3-0}{3-0} = 1 \text{ m.s}^{-1}$

b) Cas 3 : $x \nearrow$ entre 0 et 3 s
$x \searrow$ entre 3 et 4 s : Le mobile recule.
Cas 1 : $x = f(t)$ linéaire
$\Leftrightarrow v = cte$.

c) Vitesse instantanée :
$$v = \frac{dx}{dt}$$

$v_{max} = v_3(0)$ (Pente maximale).

d) $v_{min} = v_3(3)$: A $t = 3$ s, $\frac{dx}{dt} = 0$
(tangente horizontale).

e) Les mobiles 1 et 3 ont parcouru 3 m entre 0 et 3 s.

2) a) v augmente de manière linéaire en fonction du temps

$\Rightarrow$ l'accélération est constante

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2{,}3 - 1{,}0}{6 - 0} = \frac{1{,}3}{6} \simeq 0{,}2 \text{ m.s}$$

2) b) Mouvement uniformément accéléré

$$v = at + v_0$$

$$v = 0{,}2t + 1{,}0$$

En intégrant :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = 0{,}1t^2 + t + x_0$$

D'où :

$$x(5) = 0{,}1 \times 5^2 + 5 + x_0$$

$$x(5) = 7{,}5 + x_0$$

$$x(3) = 0{,}1 \times 3^2 + 3 + x_0$$

$$x(3) = 3{,}9 + x_0$$

On en déduit :

$$d = x(5) - x(3) = 7{,}5 + x_0 - 3{,}9 - x$$

$$= 3{,}6 \text{ m}$$

Exercice 2

a) Graphe 2 : $v = f(t)$ linéaire
$\Rightarrow a = cte.$

b) 1) la vitesse est nulle pour :
graphe 2 ($v = 0$ à $t = 0$)
graphe 3 (idem)

2) la vitesse est constante pour graphe 1
3) graphes 2 et 3.
4) graphe 1.
5) graphe 2.
6) graphe 3.

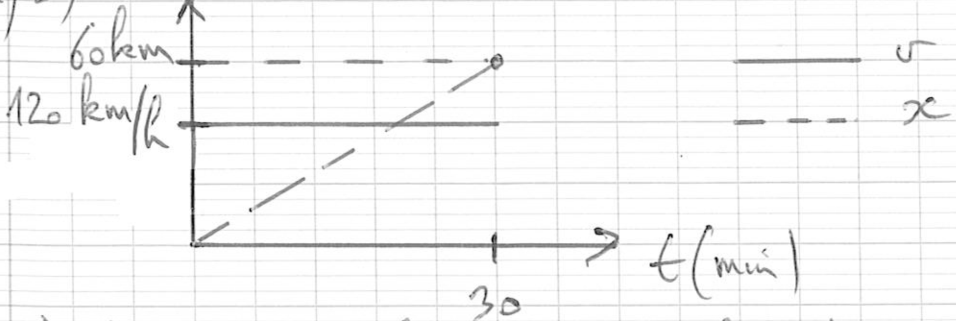
c) On peut avoir $v = 0$
mais $a = \frac{dv}{dt} \neq 0$!

(Exemples pour $t = 0$ dans les cas des graphes 2 et 3).

Exercice 3

1) a) $v = 120$ km/h $= cte$
$\Rightarrow x = vt + cte'$ linéaire en fonction du temps.

a) b)



c) la vitesse est la dérivée de la position $x(t)$.
d) la distance parcourue est représentée par l'aire sous la courbe de $v(t)$ (Primitive $\leftrightarrow$ Intégrale)

2) a) $s(t)$ linéaire pour les 3 objets
$\Leftrightarrow v(t) = cte$.
$\Leftrightarrow$ Mouvements uniformes

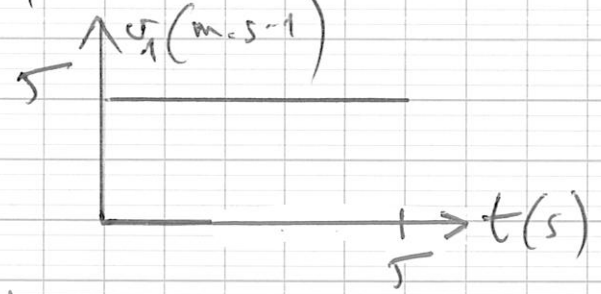
b) $v_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta t} = \frac{30}{6} = 5 \ m.s^{-1}$.

$v_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t} = \frac{50}{5} = 10 \ m.s^{-1}$

c) $v_2 = 2v_1$: Coefficient directeur 2 fois plus grand.

$v_3 = 2v_2$: idem.

d) $v_1 = cte$



e) $d = 30 - 10 = 20$ m.

Exercice 4

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + h.$$

1) a) h : dimension L / unité m.
h représente la position de la balle à $t = 0$

b) v : dimension $L.T^{-1}$ / unité $m.s^{-1}$

c) g : dimension $L.T^{-2}$ / unité $m.s^{-2}$

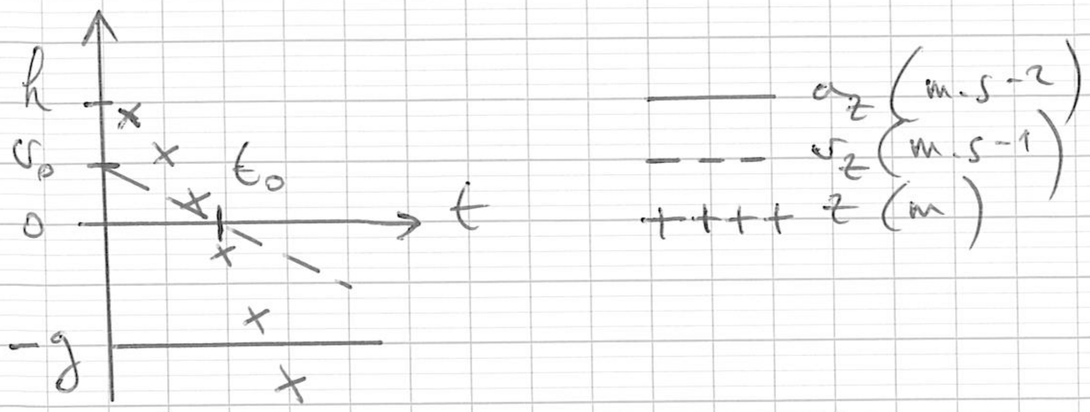
2) $\dot{z}(t) = \frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + h\right)$

$\dot{z}(t) = -gt + v_0$.

v_0 représente la vitesse de la balle à $t=0$

3) $\ddot{z}(t) = \dfrac{d}{dt}(\dot{z}(t)) = \dfrac{d}{dt}(-gt+v_0) = -g.$

4)



5) $v_z = \dot{z} = -gt + v_0 = 0$ pour $t = t_0$.
Après t_0 : $v < 0$ la balle descend.
Avant t_0 : $v > 0$ la balle monte.

6) * $-gt_0 + v_0 = 0 \Rightarrow \underline{t_0 = \dfrac{v_0}{g}}$

$[t_0] = \left[\dfrac{v_0}{g}\right] = \dfrac{m.s^{-1}}{m.s^{-2}} = s.$

* $z_{max} = -\dfrac{1}{2}gt_0^2 + v_0t_0 + h$

$z_{max} = -\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{v_0}{g}\right)^2 + v_0\left(\dfrac{v_0}{g}\right) + h$

$= -\dfrac{\cancel{g}v_0^2}{2g^{\cancel{2}}} + \dfrac{v_0^2}{g} + h$

$= \dfrac{v_0^2}{2g} + h$

$[z_{max}] = \left[\dfrac{v_0^2}{2g}\right] = \dfrac{m^2.s^{-2}}{m.s^{-2}} = m.$

Exercice 5

Graphe 1 : MRU

Graphe 2 : MRUA

Graphe 3 : MRU

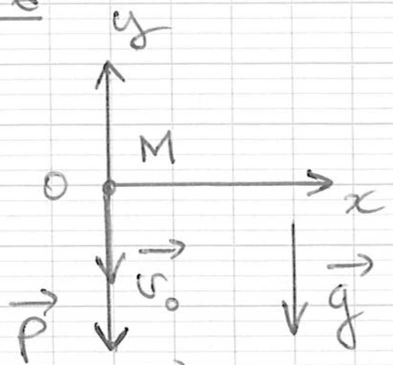
Graphe 4 : MRUA

Graphe 5 : MRU

Graphe 6 : MRUA

Exercice 6

Cas 1



Mouvement unidirectionnel car : $\vec{v_0}$ suivant y et $\vec{a}$ suivant y

BAME : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u_y}$

PFD : $\vec{P} = m\vec{a}$

$$-mg.\vec{u_y} = m(\ddot{x}.\vec{u_x} + \ddot{y}.\vec{u_y})$$

Sur x :

$$\ddot{x} = 0$$

Sur y :

$$\ddot{y} = -g$$

On intègre par rapport au temps :

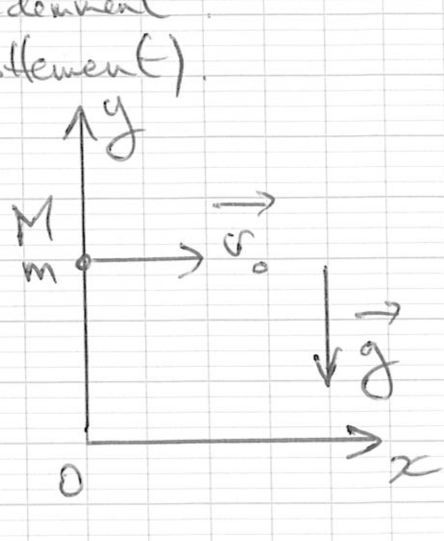
$$\dot{y} = -gt + cte = -gt - v_0$$

On intègre par rapport au temps :

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t + \underbrace{y(0)}_{0}$$

$$\underline{y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t}$$

Cas 2 Même BAME que précédemment (lorsqu'absence de frottement)



PFD :

$$-mg\vec{u_y} = m(\ddot{x}.\vec{u_x} + \ddot{y}.\vec{u_y})$$

Sur x :

$$\ddot{x} = 0$$

$$\dot{x} = cte = v_{0x} = v_0$$

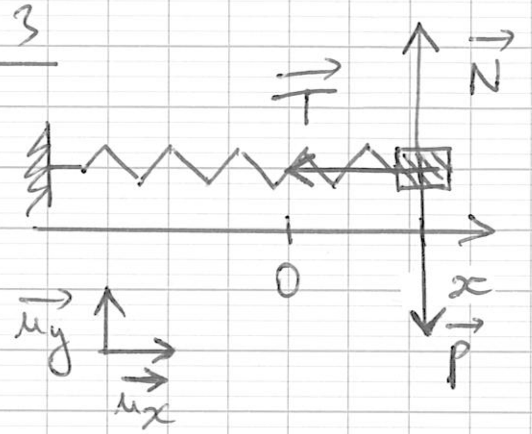
$$x = v_0 t + x(0)$$

$$\underline{x = v_0 t}$$

Sur y :

$$\ddot{y} = -g$$
$$\dot{y} = -gt + v_y(0) = -gt$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y(0) = \underline{-\frac{1}{2}gt^2 + h}$$

<u>Cas 3</u>



Système : masse
BAME :

* $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u_y}$
* $\vec{N} = N\vec{u_y}$
* $\vec{T} = -k(l - l_0)\vec{u_x} = -kx\vec{u_x}$

PFD :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = m\vec{a}$$
$$-mg\vec{u_y} + N\vec{u_y} - kx\vec{u_x} = m(\ddot{x}\vec{u_x} + \ddot{y}\vec{u_y})$$

Sur x :

$$-kx = m\ddot{x} \Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0$$

→ Équation différentielle que l'on peut résoudre (voir M4).

Sur y :

$$-mg + N = m\ddot{y} = 0 \quad \text{car} \quad \begin{cases} y = cte \\ \dot{y} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \end{cases}$$

Mouvement unidirectionnel suivant x.

d'où : $N = mg$.