

T2 – TRANSFERT ET CONVERSION D'ENERGIE - PREMIER PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

Travaux Dirigés – Eléments de correction

Exercice 1 : Transferts thermiques

1. Exemples de transferts thermiques

Dans les exemples suivants, dire quel(s) type(s) de transfert thermique a (ont) eu lieu :

- (a) Dans une pièce froide, un radiateur électrique est mis en fonctionnement. La température de l'air contenu dans la pièce augmente progressivement.
- (b) Du thé brûlant a été versé dans une tasse. La tasse se réchauffe alors progressivement.
- (c) Dans un barbecue, des braises sont incandescentes. Avec une pince, on en saisit une que l'on dépose dans une assiette. On approche la main et une sensation de chaud se fait immédiatement ressentir.

2. Bain-marie

Un œuf (à température ambiante) est plongé dans de l'eau bouillante.

- (a) Quel est le signe du transfert thermique Q pour le système formé de l'œuf? Que se passe-t-il microscopiquement?
- (b) Quel est le signe du transfert thermique Q' entre l'œuf et l'eau pour le système formé de l'eau? Quelle relation voyez-vous entre Q et Q' ?

Exercice 2 : Puissance et énergie

- 1) Quelle est la consommation électrique lorsque vous réchauffez un plat pendant 2 min avec votre four à micro-ondes de puissance $P = 800 W$?
- 2) Le plus petit abonnement électrique prévoit une puissance disponible de 3 kVA (ou 3 kW). Un studio occupé par une personne induit une consommation annuelle d'environ 2000 kWh pour le chauffage, 800 kWh pour l'eau chaude, 200 kWh pour la cuisine, 1000 kWh pour l'éclairage, les appareils électroménagers, etc.
 - a) Quelle est l'énergie consommée sur l'année ?
 - b) Quelle est la puissance moyenne consommée sur l'année ?
- 3) « Le barrage de Guerlédan est la quatrième source d'électricité de Bretagne et contribue ainsi à réduire le déficit énergétique de cette région. Il produit 28 GWh/an pour une puissance installée de 16 MW. » Comparer la puissance moyenne et la puissance nominale du barrage. Expliquer l'écart entre les deux.

Remarque : L'importance de ce barrage ne vient pas de la quantité d'énergie produite, mais de son rôle d'appoint lors des pics de consommation, en hiver, entre 18 et 20 h. Ses turbines peuvent être démarrées rapidement pour faire face à la demande.

- 1) $W_{elec} = \int_t^{t+\Delta t} P dt = P\Delta t$, la puissance étant constante, avec $\Delta t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$ et $P = 800 W$. **A.N. : $W_{elec} = 96 \text{ kJ}$**
- 2) a) Consommation annuelle : $W_{an} = 4000 \text{ kWh} = 14,4 \text{ GJ}$ b) Puissance moyenne $P_{moy} = \frac{W_{an}}{\Delta t}$ avec $\Delta t = 1 \text{ an}$ Le
A.N. : $P_{moy} \approx 460 W = 0,46 \text{ kW}$, ce qui est nettement inférieur à la puissance disponible de 3 kW, mais il ne s'agit bien que d'une puissance moyenne, tenant compte de la nuit où peu d'appareils sont allumés, etc.

3) $P_{moy} \approx 28 \text{ GWh/an} \approx 3,2 \text{ MW}$, pour une puissance installée de $P_i = 16 \text{ MW}$ (puissance obtenue lors d'un fonctionnement usuel). On a donc $\frac{P_{moy}}{P_i} \approx \frac{3,2}{16} \approx 20 \%$, ce qui signifie que le barrage fonctionne seulement 20% du temps, et ce pour différentes raisons (arrêts, travaux de rénovation, etc., mais aussi utilisation réservée aux pics de demande d'électricité en complément de la production nucléaire).

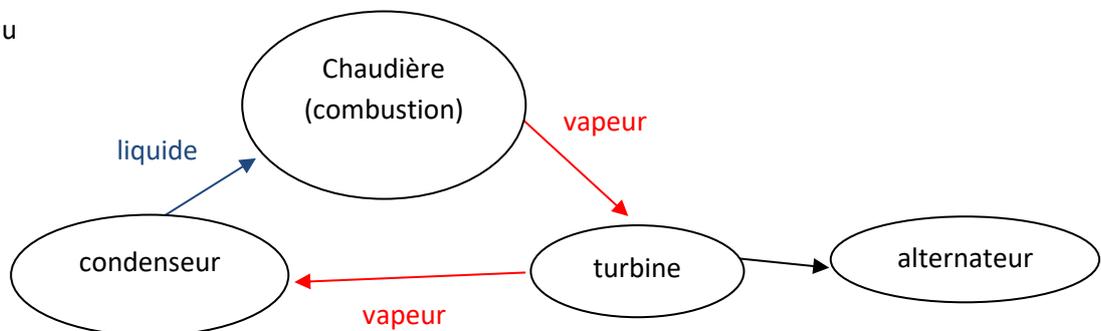
Exercice 3 : Energies dans une centrale thermique

Dans une centrale thermique, l'énergie libérée par la combustion d'un combustible (charbon, fioul...) permet de chauffer l'eau d'un circuit primaire et d'obtenir ainsi de la vapeur d'eau sous pression. Cette vapeur entraîne en rotation la turbine et l'alternateur qui lui sont reliés. L'énergie mécanique de cet ensemble est convertie en énergie électrique, distribuée sur le réseau. 40% de l'énergie chimique libérée par combustion est ainsi récupérée sous forme électrique. Un circuit de refroidissement assure la condensation de la vapeur et l'eau est ainsi réinjectée dans la chaudière : le cycle recommence.

1. Faire un schéma du cycle indiquant les 4 éléments cités dans le document.
2. Préciser dans quelle partie du cycle l'eau est liquide ou sous forme vapeur.
3. Dans chacun des éléments par lesquels circule l'eau, préciser si l'eau cède ou reçoit de l'énergie.
4. L'alternateur convertit une forme d'énergie en une autre. Quelles sont-elles ?
5. Pourquoi l'énergie libérée par combustion n'est-elle pas totalement récupérée sous forme électrique ?

Energies dans une centrale thermique

Système : l'eau



Chaudière : l'eau reçoit de l'énergie ; Turbine : l'eau cède de l'énergie ; Condenseur : l'eau cède de l'énergie

Alternateur : convertit l'énergie thermique en énergie électrique

L'énergie libérée par combustion n'est-elle pas totalement récupérée sous forme électrique : pertes par transferts thermiques et par frottements (rendement de l'alternateur $\neq 1$)

Exercice 4 : les différentes formes de transferts thermiques

Associer mode de transfert thermique, support et nature de l'échange :

Mode de transfert	Support matériel ...	Échange d'énergie
1 Conduction	a ... inutile	α ... dû à un déplacement (macroscopique) de matière
2 Convection	b ... quelconque	β ... grâce à une onde électromagnétique, des photons
3 Rayonnement	c ... fluide	γ ... à l'échelle microscopique

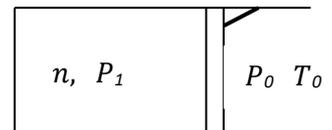
1.b. γ

2.c. α

3.a. β

Exercice 5 : Transformation brutale ou quasi-statique

Un gaz parfait ($n = 0,01$ mole) est enfermé dans un cylindre à parois diathermes (permettant au système d'être en équilibre thermique avec le milieu extérieur), fermé par un piston mobile sans frottements. Le milieu extérieur est à la pression $P_0 = 1$ bar et à la température $T_0 = 300$ K.



- 1) Calculer le travail reçu par le système du milieu extérieur lorsqu'on retire la goupille qui immobilise le piston, dans les différents cas suivants : a) $P_1 = 10 P_0$ b) $P_1 = 0,1 P_0$
- 2) Idem pour une transformation quasi-statique mécaniquement réversible, au cours de laquelle un opérateur accompagnerait le déplacement du piston de façon à ce qu'il soit quasi-statique.

On précisera soigneusement les transformations subies par le gaz.

Rép. : 1) a) $W = -22,5$ J et b) $W = 225$ J 2) $W = -57$ J

Exercice 1

$$1) a) W = - \int_{V_i}^{V_f} P_{ext} \cdot dV = - P_{ext} \int_{V_i}^{V_f} dV$$

$$= - P_0 \cdot [V]_{V_i}^{V_f} = - P_0 (V_f - V_i)$$

$$= - P_0 \left(\frac{nRT_f}{P_f} - \frac{nRT_i}{P_i} \right)$$

$$= - P_0 \left(\frac{nRT_0}{P_0} - \frac{nRT_0}{10P_0} \right) \quad \text{Isotherme: } T = T_0$$

$$= - nRT_0 \left(1 - \frac{1}{10} \right)$$

$$= - 0,01 \times 8,31 \times 300 \times \frac{9}{10} = \underline{\underline{-22,5 \text{ J}}}$$

$$b) W = - nRT_0 (1 - 10)$$

$$= \underline{\underline{225 \text{ J}}}$$

2) Mécaniquement réversible $\Rightarrow P_{ext} = P$ \oplus
 Isotherme
 $T = T_0$

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P \cdot dV = - \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT_0}{V} \cdot dV$$

$$= - nRT_0 \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$= nRT_0 \ln \left(\frac{P_f}{P_i} \right)$$

$$= nRT_0 \ln \left(\frac{1}{10} \right)$$

$$= - 0,01 \times 8,31 \times 300 \times \ln 10$$

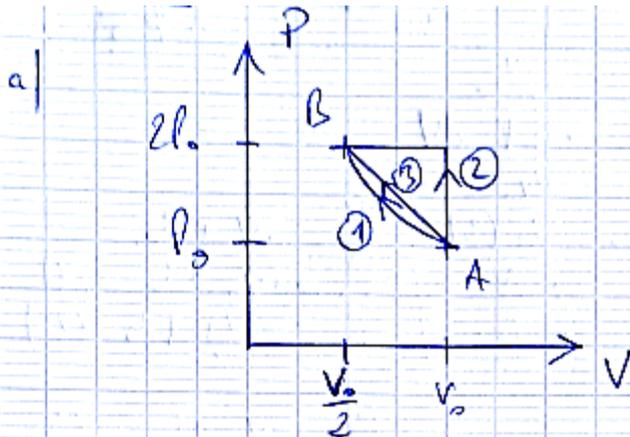
$$= \underline{\underline{-57 \text{ J}}}$$

Exercice 6 : Travail des forces pressantes pour différentes transformations

Deux moles de dioxygène, considéré comme un gaz parfait, passent d'un état A(p_0, V_0, T_0) à un état B($2p_0, V_0/2, T_B$) selon 3 chemins distincts, **tous mécaniquement réversibles**.

- chemin (1) : transformation isotherme
 - chemin (2) : transformation isochore puis transformation isobare
 - chemin (3) : transformation telle que la pression P est fonction affine du volume V .
- a) Tracer l'allure de chaque transformation dans le diagramme de Watt.
 - b) Déterminer T_B .
 - c) Calculer W reçu par le gaz lors des transformations suivant les trois chemins ci-dessus.
 - d) Que valent les variations d'énergie interne sur chacun des chemins sachant que $C_{vm} = \frac{5}{2}R$ pour le dioxygène ?

Application numérique : $T_0 = 300 \text{ K}$; $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.



b) Point A: $P_0 V_0 = nRT_0$ (1)
 Point B: $2P_0 \frac{V_0}{2} = nRT_B$ (2)

$$\frac{(2)}{(1)}: \frac{P_0 V_0}{P_0 V_0} = \frac{nRT_B}{nRT_0} = 1 \Rightarrow \underline{T_B = T_0}$$

c) (1) $W = - \int_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} P_{ext} \cdot dV = - \int_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} P \cdot dV$ car Transp. réversible.

$$W = - \int_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} \frac{2nRT_0}{V} dV = - nRT_0 \left[\ln V \right]_{V_0}^{\frac{V_0}{2}}$$

$$= - nRT_0 \ln \left(\frac{1}{2} \right) = \underline{nRT_0 \ln 2}$$

$$= 2 \times 8,31 \times 300 \times \ln 2 = \underline{35 \text{ kJ}}$$

→ Aire sous la courbe.

(2) $W = W_{isochore} + W_{isobare}$

$$= 0 - \int_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} P_{ext} \cdot dV = - P_{ext} \int_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} dV$$

$$= - 2P_0 \left[V \right]_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} = \underline{\frac{P_0 V_0}{2}}$$

→ Aire sous la courbe!

$$W = P_0 V_0 = nRT_0 = 2 \times 8,31 \times 300 = \underline{5,0 \text{ kJ}}$$

$$(3) \quad W = - \int_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} P \cdot dV$$

Equation de (3): $P = aV + b$

$$\text{En A: } \begin{cases} P_0 = aV_0 + b & (1) \end{cases}$$

$$\text{En B: } \begin{cases} 2P_0 = a \frac{V_0}{2} + b & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_0 = aV_0 + b & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4P_0 = aV_0 + 2b & (4) \end{cases}$$

$$(3) - (4): b = -3P_0$$

$$(1) - (2): a \frac{V_0}{2} = -P_0$$

$$a = -\frac{2P_0}{V_0}$$

d'où: $P = -\frac{2P_0}{V_0} V + 3P_0$

d'où: $W = - \int_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} \left(-\frac{2P_0}{V_0} V + 3P_0 \right) \cdot dV$
 \rightarrow On intègre.

ou $W = + | \text{Aire sous la courbe} |$
 $= \text{Aire du trapèze.}$

$$= P_0 \frac{V_0}{2} + (2P_0 - P_0) \times \frac{V_0}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= P_0 V_0 \times \frac{3}{4} = \underline{0,75 P_0 V_0} = 0,75 \times nRT_0$$

$$= 0,75 \times 2 \times 8,31 \times 300 = \underline{3,7 \text{ kJ}}$$

d) Dans les 3 cas:
 $\Delta U = n C_{vm} \Delta T = 0$
 Car $T_f = T_i$

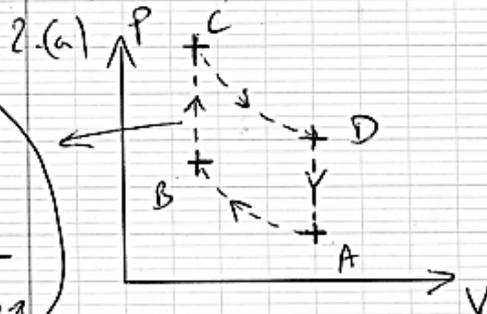
$$\begin{aligned}
W &= - \int_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} \left(-\frac{2P_0}{V_0} V + 3P_0 \right) \cdot dV \\
&= - \left[-\frac{P_0}{V_0} V^2 + 3P_0 V \right]_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} \\
&= - \left[-\frac{P_0 V_0^2}{4} + 3P_0 \frac{V_0}{2} + \frac{P_0}{V_0} V_0^2 - 3P_0 V_0 \right] \\
&= -P_0 V_0 \left[-\frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 1 - 3 \right] \\
&= -P_0 V_0 \left[\frac{-1 + 6 + 4 - 12}{4} \right] \\
&= -P_0 V_0 \times \left(-\frac{3}{4} \right) = \frac{3}{4} P_0 V_0 \quad \text{QED}
\end{aligned}$$

Exercice 7 : Etude de cycles

On considère une mole de gaz parfait diatomique ($C_{V_m} = \frac{5}{2}R$). On donne la constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

1. Quelle est l'allure la courbe d'une évolution isotherme de ce gaz en diagramme de Clapeyron (P,V)? Justifier votre réponse.
2. Le gaz effectue le cycle de Stirling ABCDA :
 - compression isotherme à T_1 de A à B
 - chauffage isochore de B à C
 - détente isotherme de C à D à T_2
 - refroidissement isochore de D à A
 - (a) Tracer l'allure du cycle en diagramme de Clapeyron.
 - (b) Identifier si le cycle est moteur ou récepteur.
 - (c) Calculer le travail des forces de pression pour chacune des étapes du cycles.
 - (d) En déduire le travail total reçu par le système. Quel est son signe? Commenter.
3. Le gaz effectue le cycle d'Ericsson ABCDA :
 - compression isotherme à T_1 de A à B
 - refroidissement isobare de B à C
 - détente isotherme de C à D à T_2
 - chauffage isochore de D à A
 - (a) Tracer l'allure du cycle en diagramme de Clapeyron.
 - (b) Identifier si le cycle est moteur ou récepteur.
 - (c) Calculer le travail des forces de pression pour chacune des étapes du cycles.
 - (d) En déduire le travail total reçu par le système. Quel est son signe? Commenter.

1. $PV = nRT = RT$
 Isotherme $\Leftrightarrow T = \text{cte}$
 $P = \frac{RT}{V}$ de la forme $y = \frac{a}{x} \Rightarrow$ Hyperbole



Remarque: $T_2 > T_1$

BC = chauffage
 isochore
 $PV = nRT$
 si $T \uparrow$, alors $P \uparrow$

(b) Sens horaire \Rightarrow Cycle moteur.

(c) $W_{AB} = - \int_{V_A}^{V_B} P_{\text{ext}} \cdot dV = - \int_{V_A}^{V_B} P \cdot dV$ avec $P = \frac{RT_1}{V}$

$W_{AB} = -RT_1 \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = -RT_1 \left[\ln V \right]_{V_A}^{V_B}$

$W_{AB} = -RT_1 \ln \frac{V_B}{V_A} = RT_1 \ln \frac{V_A}{V_B}$

De même:

$W_{CD} = -RT_2 \ln \frac{V_D}{V_C} = -RT_2 \ln \frac{V_A}{V_B}$

$W_{BC} = 0$ car $\Delta V = 0$

$W_{DA} = 0$ car $\Delta V = 0$

$W_{AB} > 0$
 Travail effectivement reçu!

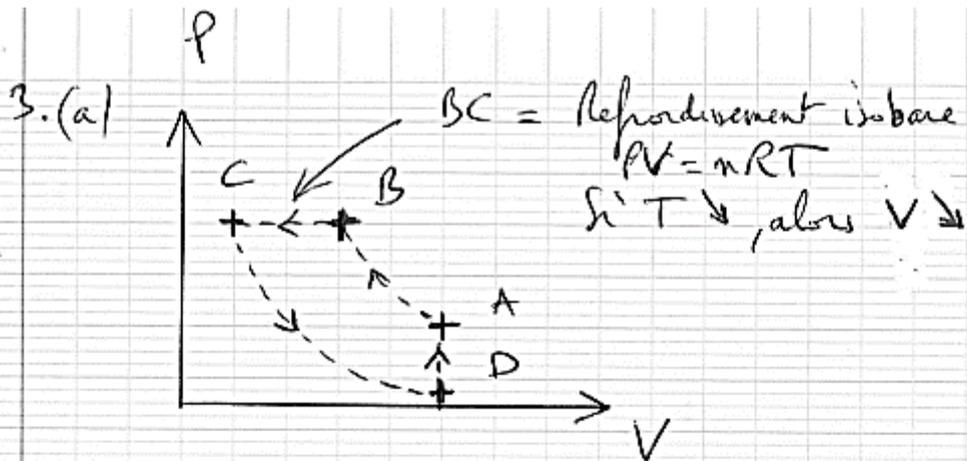
$W_{CD} < 0$
 Travail eff. cède.

(d) $\Sigma W = RT_1 \ln \frac{V_A}{V_B} - RT_2 \ln \frac{V_A}{V_B}$

$= R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_A}{V_B} < 0$

Le travail est globalement cède à l'extérieur:

Il n'est bien d'un moteur!



(b) Sens direct \Rightarrow Cycle récepteur.

(c) $W_{AB} = RT_1 \ln \frac{V_A}{V_B}$ (compression isotherme)

$$W_{BC} = - \int_{V_B}^{V_C} P_{ext} \cdot dV = - \int_{V_B}^{V_C} P_B \cdot dV$$

$$= - P_B (V_C - V_B) = P_B (V_B - V_C)$$

$W_{CD} = - RT_2 \ln \frac{V_D}{V_C}$ (détente isotherme)

$W_{DA} = 0$ car $dV = 0$

(d) $\Sigma W = RT_1 \ln \left(\frac{V_A}{V_B} \right) - RT_2 \ln \left(\frac{V_D}{V_C} \right) + P_B (V_B - V_C)$

$$\Sigma W = RT_1 \ln \left(\frac{V_A}{V_B} \right) - RT_2 \ln \left(\frac{V_A}{V_B} \right) - RT_2 \ln \left(\frac{V_B}{V_C} \right) + P_B (V_B - V_C)$$

$$\Sigma W = R(T_1 - T_2) \ln \left(\frac{V_A}{V_B} \right) - RT_2 \ln \left(\frac{V_B}{V_C} \right) + P_B (V_B - V_C)$$

Montrer que $\Sigma W > 0$
 Car cycle récepteur.

Exercice 8 : Calculs de transferts thermiques et de variation d'énergie interne

Un gaz parfait monoatomique ($C_{V,m} = \frac{3}{2}R$) est enfermé dans un cylindre fermé par un piston de masse négligeable pouvant coulisser sans frottement. La température est $T_1 = T_{ext} = 293K$, la pression $p_1 = p_{atm} = 1atm$, le volume $V_1 = 5L$. La paroi du cylindre est *diathermane*. On donne : $1atm = 1,013 \times 10^5 Pa$.

1. En appuyant très lentement sur le piston, on comprime le gaz à $p_2 = 10atm$. Calculer V_2 , T_2 , ΔU et Q .
2. Même question lorsqu'on passe brutalement de p_1 à p_2 en plaçant sur le piston la masse adéquate, en considérant l'arrêt du piston comme état final.

1. Parois diathermanes

⊕ Transformation très lente
 ⇒ Equilibre thermique à chaque instant
 ⇒ Transformation isotherme

Is. des G.P. : $T_2 = T_1 = 293K$

Or : $P_1 V_1 = nRT$
 $d'où : \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{nRT_2}{nRT_1} = 1$
 $V_2 = V_1 \frac{P_1}{P_2} = 0,5L$

$\Delta U = n C_{V,m} \Delta T = 0$ $\Delta U = 0$

1^{er} principe : $\Delta U = W + Q = 0$

Or : $W = - \int_{V_1}^{V_2} P_{ext} dV = - \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$

$T = T_1 = cte$
 Isotherme.

$= - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V} dV = - nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$

$W = - nRT_1 \left[\ln V \right]_{V_1}^{V_2}$

$W = nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$ avec $nRT_1 = P_1 V_1$

$W = P_1 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = 1,013 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} \ln 10$

d'où : $Q = -1,17 kJ = 1,17 kJ$

2. Transformation brutale

⇒ Transformation ≃ adiabatique

$$\Rightarrow Q = 0$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} -P_{\text{ext}} dV = -P_{\text{ext}} \int_{V_1}^{V_2} dV = -P_2 \int_{V_1}^{V_2} dV$$

$$W = -P_2 (V_2 - V_1) = P_2 (V_1 - V_2)$$

1^{er} principe:

$$\Delta U = W + Q = C_V \cdot \Delta T = n C_{V,m} (T_2 - T_1)$$

$$P_2 (V_1 - V_2) = n C_{V,m} (T_2 - T_1)$$

$$P_2 V_1 - P_2 V_2 = n C_{V,m} (T_2 - T_1)$$

$$\begin{aligned} 10 P_1 V_1 - P_2 V_2 &= n C_{V,m} (T_2 - T_1) \\ 10 n R T_1 - n R T_2 &= n \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) \end{aligned}$$

$$T_2 \times \frac{5}{2} = \frac{23}{2} T_1$$

$$\underline{T_2 = \frac{23}{5} T_1 = 1348 \text{ K}}$$

GP:

$$P_2 V_2 = n R T_2 \quad \text{et} \quad P_1 V_1 = n R T_1$$

$$\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1}{P_2}$$

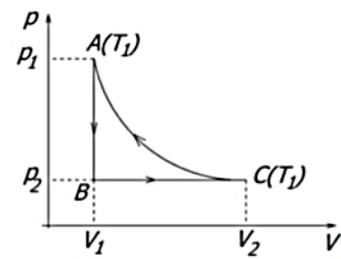
$$V_2 = 5 \times \frac{1348}{293} \times \frac{1}{10} = \underline{2,3 \text{ L}}$$

$$\Delta U = W = P_2 (V_1 - V_2) = 1,013 \cdot 10^5 (5 - 2,3) \cdot 10^{-3} = \underline{2,74 \text{ kJ}}$$

Exercice 9 : Cycle pour un gaz parfait diatomique

On considère une mole de gaz parfait diatomique ($C_{V_m} = \frac{5}{2}R$) à laquelle on fait subir de façon réversible le cycle $ABCA$: AB transformation isochore; BC transformation isobare; CA transformation isotherme. On a $V_2 = 2V_1$.

1. Quelle relation lie p_1 , V_1 , T_1 , propriétés du gaz initialement?
2. Exprimer la température T_2 relative à l'état B en fonction de T_1 .
3. Exprimer les travaux et chaleurs échangés avec l'extérieur lors des étapes.
4. Appliquer le premier principe au cycle $ABCA$. Quelle relation entre C_{p_m} et C_{V_m} en découle?



- $P_1 V_1 = nRT_1 = RT_1$
- AB transformation isochore

$$\Leftrightarrow V_B = V_A = V_1$$

$$P_B V_B = RT_B \quad \text{et} \quad P_A V_A = RT_A$$

d'où :

$$\frac{P_B V_B}{P_A V_A} = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow T_B = T_A \frac{P_B V_B}{P_A V_A} = T_1 \frac{P_B}{P_A}$$

Non utile pour l'instant $\leftarrow T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1}$

(P_2 non connue)

BC transformation isobare. $\Leftrightarrow P_C = P_B$

$$\frac{P_C V_C}{P_B V_B} = \frac{T_C}{T_B} \Rightarrow T_C = T_B \frac{P_C V_C}{P_B V_B} = T_2 \frac{V_C}{V_B}$$

d'où :

$$T_1 = T_2 \frac{V_C}{V_B} = T_2 \frac{V_C}{V_1}$$

$$T_1 = 2T_2$$

$$\underline{T_2 = \frac{T_1}{2}}$$

- $W_{AB} = - \int P_{ext} dV$

$$W_{AB} = - \int_{V_1}^{V_1} P dV = 0$$

$$Q_{AB} = ?$$

On applique le premier principe à la transfo AB isochore

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = Q_{AB} = C_V \cdot \Delta T = C_{V,m} (T_2 - T_1)$$

$$Q_{AB} = C_{V,m} \left(\frac{T_1}{2} - T_1 \right) = -C_{V,m} \frac{T_1}{2}$$

$$W_{BC} = - \int_{V_1}^{V_2} P_{ext} dV = -P_2 [V]_{V_1}^{V_2} = -P_2 (V_2 - V_1) = -P_2 V_1 \quad \textcircled{A}$$

$$P_2 = \frac{P_1}{2}$$

AB détente
 \Rightarrow Refroidissement
 $\Rightarrow Q_{AB} < 0$

TRANSFO. ISOCHORE:
 1er principe
 avec U

TRANSFO
ISOBARE:
1^{er} principe
avec H

Q_{BC} ?

Premier principe à la transfo BC isobare

$$\Delta H_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} = C_{p,m} \Delta T$$

$$0 \neq \neq P = C_{p,m} (T_1 - T_2)$$

$$= C_{p,m} \frac{T_1}{2}$$

$$\Delta H_{BC} = Q_{BC} = C_{p,m} \frac{T_1}{2}$$

$$W_{CA} = - \int_{V_2}^{V_1} p \cdot dV = - \int_{V_2}^{V_1} \frac{RT_1}{V} dV$$

$$W_{CA} = - RT_1 \left[\ln V \right]_{V_2}^{V_1} = - RT_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$W_{CA} = RT_1 \ln 2$$

Q_{CA} ?

Premier principe à la transfo isotherme CA :

$$\Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA} = C_{v,m} \Delta T = 0$$

d'où :

$$Q_{CA} = - RT_1 \ln 2$$

$$4. \Delta U_{\text{cycle}} = 0$$

$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$- C_{v,m} \frac{T_1}{2} - p_2 V_1 + C_{p,m} \frac{T_1}{2} = 0$$

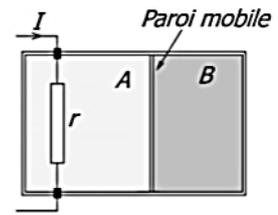
$$C_{p,m} - C_{v,m} = \frac{2p_2 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_1}{T_1} = R$$

$$C_{p,m} - C_{v,m} = R \quad \text{Relation de Mayer !}$$

Exercice 10 : Energie électrique fournie à un ensemble de deux gaz parfaits

On considère un récipient à parois rigides et calorifugées contenant deux gaz parfaits diatomiques ($C_{V_m} = \frac{5}{2}R$) séparés par une paroi intérieure adiabatique mais mobile; les volumes occupés par chaque gaz A et B peuvent donc varier. Initialement les paramètres du système sont : $p_0 = 1\text{bar}$, $T_0 = 300\text{K}$, et $V_0 = 1\text{L}$ pour chaque gaz.

Un générateur électrique fournit de l'énergie au gaz A par l'intermédiaire d'un conducteur ohmique, de résistance $r = 10\Omega$ parcouru par un courant continu $I = 1\text{A}$, pendant une durée τ au bout de laquelle le volume du gaz A atteint la valeur $1,1\text{L}$. L'état final est alors défini par les valeurs : $V_A, V_B, p_A, p_B, T_A, T_B$.



1. Établir les équations reliant l'état initial et l'état final. En déduire qu'une équation supplémentaire est nécessaire pour connaître l'état final du système.
2. On admet, pour le gaz B , l'équation supplémentaire suivante : $TV^{\gamma-1} = cste$ avec $\gamma = 1,4$. Trouver l'état final et la durée τ .

1. Energie électrique fournie au compartiment A :
 $\Delta E = rI^2 \Sigma$

* Bilan d'énergie pour le compartiment A :

$$rI^2 \Sigma = \Delta U = m c_{v,m} (T_A - T_0)$$

(2)

$$\begin{cases} P_0 V_0 = nRT_0 \\ P_A V_A = nRT_A \end{cases} \Rightarrow \frac{P_A V_A}{P_0 V_0} = \frac{T_A}{T_0} \quad (2)$$

$$\Delta U_A = W_A + Q_A + \Delta E \quad \text{avec } W_A \text{ travail reçu par } \begin{matrix} \text{le } \\ \text{compartiment A} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{adiabatique} \\ \text{ } \end{matrix}$$

* Pour le compartiment B :

$$\Delta U_B = m c_{v,m} (T_B - T_0)$$

$$\Delta U_B = W_B + Q_B \quad \text{avec } W_B \text{ travail reçu par } \begin{matrix} \text{le } \\ \text{compart. B} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{adiabatique} \\ \text{ } \end{matrix}$$

(3)

$$\frac{P_B V_B}{P_0 V_0} = \frac{T_B}{T_0} \quad (3)$$

$$W_B = -W_A!$$

* Bilan d'énergie global :

$$\Delta U = W_A + Q_A + \Delta E + W_B + Q_B$$

$$\Delta U = \Delta E = m c_{v,m} (T_A - T_0) + m c_{v,m} (T_B - T_0)$$

$$\underline{rI^2 \Sigma = m c_{v,m} (T_A - T_0) + m c_{v,m} (T_B - T_0)} \quad (1)$$

Remarque 1: $V_0 = 1L$

$$V_A = 1L \rightarrow V_B = 0,9L$$

Donc: V_A et V_B connus.

Remarque 2: $P_A = P_B$ car équilibre méca du piston.
Nous disposons de 3 équations (1), (2) et (3) pour 4 inconnues Σ , P_A , T_A et T_B

2. $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$ $\gamma = 1,4$.
(Transformations adiabatiques).

$$T_B V_B^{\gamma-1} = \text{cte} = T_0 V_0^{\gamma-1}$$

$$\text{d'où: } T_B = T_0 \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{\gamma-1} = 300 \left(\frac{1}{0,9} \right)^{1,4-1} = 313 \text{ K}$$

D'après (3):

$$P_B = P_0 \frac{T_B}{T_0} \frac{V_0}{V_B} = 1 \times \frac{313}{300} \times \frac{1}{0,9} = 1,16 \text{ bar}$$

$$P_A = P_B = 1,16 \text{ bar}$$

D'après (2):

$$T_A = T_0 \frac{P_A}{P_0} \frac{V_A}{V_0} = 300 \times \frac{1,16}{1} \times \frac{1,1}{1} = 383 \text{ K}$$

$$n = \frac{P_0 V_0}{RT_0} = 40,1 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

D'après (1)

$$\Sigma = \frac{m C_{vm} (T_A + T_B - 2T_0)}{r I^2}$$

$$\Sigma = \frac{40,1 \cdot 10^{-2} \times \frac{5}{2} \times 8,31 \times (383 + 313 - 2 \times 300)}{10 \times 1^2}$$

$$\Sigma = 8 \text{ s}$$

Exercice 11 : Capacités thermiques de gaz parfaits

1) C_p et C_v désignant les capacités thermiques à pression constante et à volume constant de n mol de gaz parfait, établir la relation de Mayer : $C_p - C_v = nR$.

On définit le coefficient isentropique γ comme le rapport de ces capacités thermiques : $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

2) Etablir les expressions de C_p et C_v en fonction de n , R et γ .

On donne $C_{vm} = \frac{3}{2} R$ pour un gaz parfait monoatomique et $C_{vm} = \frac{5}{2} R$ pour un gaz parfait diatomique.

3) Retrouver les valeurs de C_{pm} et γ pour chacun des gaz.

Exercice 12 : Calorimétrie

1. Méthode des mélanges : application à la mesure de la chaleur massique c du cuivre

Dans un calorimètre (récipient adiabatique) de valeur en eau $\mu = 20\text{g}$, on introduit une masse $M = 500\text{g}$ d'eau à la température $\theta_0 = 12,7^\circ\text{C}$. Un morceau de cuivre de masse $m = 175,8\text{g}$ et porté à la température $\theta_s = 84,0^\circ\text{C}$ est placé dans le calorimètre. On laisse le système évoluer jusqu'à atteindre un état d'équilibre thermodynamique : la température vaut alors $\theta_f = 14,9^\circ\text{C}$.

D'après ces valeurs, déterminer la capacité massique c du cuivre.

On donne la capacité massique de l'eau : $c_{eau} = 4,18\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$.

2. Méthode électrique : application à la mesure de la chaleur massique c de l'éthanol

Dans un calorimètre de valeur en eau $\mu = 20\text{g}$, on introduit une masse $M = 400\text{g}$ d'éthanol à la température $\theta_1 = 16,64^\circ\text{C}$. Dans ce liquide plonge une résistance chauffante qui est parcourue par un courant $I = 178 \times 10^{-3}\text{A}$ sous une tension $U = 30\text{V}$ pendant une durée $\tau = 6\text{min}$. A l'issue de ce chauffage, la température du liquide est $\theta_2 = 18,45^\circ\text{C}$.

A l'aide de ces valeurs, déterminer la capacité massique c de l'éthanol ($c_{eau} = 4,18\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$).

1. Evolution monobare - Système = eau + cuivre + calorimètre

$$\Delta H = \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{cuivre}} + \Delta H_{\text{calorimètre}}$$

$$\Delta H = W_{\text{fp}} + Q = 0$$

$$M c_{\text{eau}} \Delta \theta_{\text{eau}} + m c \Delta \theta_{\text{cuivre}} + \mu c_{\text{eau}} \Delta \theta_{\text{calo}} = 0$$
$$(M + \mu) c_{\text{eau}} (\theta_f - \theta_0) + m c (\theta_f - \theta_s) = 0$$

$$c = \frac{(M + \mu) c_{\text{eau}} (\theta_f - \theta_0)}{m (\theta_s - \theta_f)}$$

$$c = \frac{(500 + 20) \cdot 4180 \cdot (14,9 - 12,7)}{175,8 \cdot (84 - 14,9)}$$

$$c = 394 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

2. Evolution monobare

Système = Ethanol + calorimètre

$$\Delta H = Q + W_{\text{élec}}$$

$$M c \Delta T_{\text{ethanol}} + \mu c_{\text{eau}} \Delta T_{\text{calorimètre}} = U I \tau$$

$$M c (\theta_2 - \theta_1) + \mu c_{\text{eau}} (\theta_2 - \theta_1) = U I \tau$$

$$c = \frac{U I \tau - \mu c_{\text{eau}} (\theta_2 - \theta_1)}{M (\theta_2 - \theta_1)}$$

$$c = \frac{30 \times 9,178 \times 6 \times 60 - 20 \cdot 10^{-3} \times 4180 \cdot (18,45 - 16,64)}{0,400 \times (18,45 - 16,64)}$$

$$c = 2,45 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Exercice 13 : Recherche de l'état final d'un système

Dans un calorimètre de valeur en eau $\mu = 20\text{g}$, dont les parois sont parfaitement adiabatiques et initialement à $\theta_2 = 20^\circ\text{C}$, on introduit une masse $m_1 = 0,12\text{kg}$ de glace à $\theta_1 = 0^\circ\text{C}$, une masse $m_2 = 0,26\text{kg}$ d'eau liquide à $\theta_2 = 20^\circ\text{C}$ et une masse $m_3 = 0,1\text{kg}$ de vapeur d'eau à $\theta_3 = 100^\circ\text{C}$.

La pression est constante et égale à 1 atm.

Décrire l'état final du système.

Données : Chaleur latente de fusion de la glace à 0°C : $L_f = 334,8\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
Chaleur latente de vaporisation de l'eau à 100°C : $L_v = 2260\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_l = 4,185\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$

3 possibilités pour l'état final :

- système diphasé liquide-vapeur à $T_f = T_3 = 373 \text{ K}$.
- système monophasé liquide à $273 \text{ K} = T_1 \leq T_f \leq T_3 = 373 \text{ K}$
- système diphasé solide-liquide à $T_f = T_1 = 273 \text{ K}$.

Hypothèse :

Comme L_v grand, on suppose l'état final diphasé liquide-vapeur à $T_f = 373 \text{ K}$.
Soit m_v la masse de vapeur qui se condense.

(Transformation
isobare)

$$\Delta H = \mu c_{\text{eau}}(T_f - T_2) + m_1 L_f + m_1 c_l (T_f - T_1) + m_2 c_l (T_f - T_2) - m_v L_v = 0$$

$$m_v = \frac{(m_2 + \mu) c_l (T_f - T_2) + m_1 c_l (T_f - T_1) + m_1 L_f}{L_v}$$
$$m_v = \frac{(260 + 20) \times 4185 \times (100 - 20) + 120 \times 4185 \times 100 + 120 \times 334,8 \cdot 10^3}{2260 \cdot 10^3}$$

$$m_v = 81 \text{ g} < m_3 = 100 \text{ g}$$

\Rightarrow Hypothèse formulée valable

Etat final :

$$T_f = T_3 = 373 \text{ K}$$

$$m_l = m_1 + m_2 + m_v = 120 + 260 + 81 = 461 \text{ g}$$

$$m_{\text{vapeur restante}} = m_3 - m_v = 19 \text{ g}$$

Autre hypothèse : état final à l'état liquide,
Température T_f .

(Transformation
monophasée)

$$\Delta H = (m_2 + \mu) c_l (T_f - T_2) + m_1 L_f + m_1 c_l (T_f - T_1) - m_3 L_v + m_3 c_l (T_f - T_3) = 0$$

$$T_f (m_1 + m_2 + m_3 + \mu) c_l = ((m_2 + \mu) T_2 + m_1 T_1 + m_3 T_3) c_l - m_1 L_f + m_3 L_v$$

$$T_f = \frac{((m_2 + \mu) T_2 + m_1 T_1 + m_3 T_3) c_l - m_1 L_f + m_3 L_v}{(m_1 + m_2 + m_3 + \mu) c_l}$$

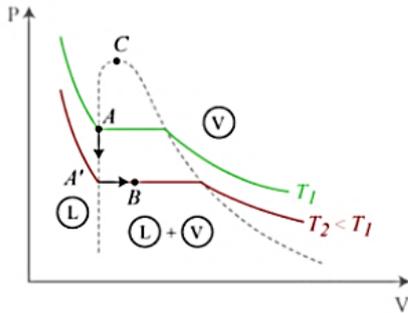
$$T_f = \frac{((260 + 20) \times 293 + 120 \times 273 + 100 \times 373) \times 4185 - 120 \times 334,6 \cdot 10^3 + 100 \times 2260 \cdot 10^3}{(120 + 260 + 100 + 20) \times 4185}$$

On obtient $T_f = 393 \text{ K} > T_3 = 373 \text{ K}$

Impossible : $T_f > T_v$!

Cela confirme que toute la vapeur n'a pas pu se liquéfier \Rightarrow état final = mélange liquide-vapeur

Exercice 14 : Détente isenthalpique dans une machine frigorifique (E. Thibierge)



Dans le détendeur d'une machine frigorifique à écoulement de fluide, un fluide frigorigène de type CFC (chlorofluorocarbène) se refroidit et se vaporise partiellement. Ce détendeur est supposé calorifugé, et ne contient aucune partie mobile, si bien que le fluide ne reçoit pas d'autre travail que celui des forces de pression qui assurent l'écoulement.

Le fluide y pénètre à la température T_1 et à la pression $P_1 = P_{\text{sat}}(T_1)$ égale à la pression de vapeur saturante du CFC à cette température. Le mélange qui sort du détendeur est à la température T_2 et à la pression $P_2 = P_{\text{sat}}(T_2)$. Cette transformation est représentée entre A et B dans le diagramme de Clapeyron ci-contre. Le volume massique du CFC est supposé constant le long de la courbe de saturation.

On raisonne sur un système fermé constitué d'une masse m de CFC traversant le détendeur.

- 1 - Dédire du premier principe que le passage au travers du détendeur est isenthalpique, c'est-à-dire que l'enthalpie du système ne varie pas.
- 2 - Déterminer la fraction x de CFC qui s'est vaporisée au cours de la détente. On pourra raisonner sur une transformation impliquant le point A' indiqué sur le diagramme de Clapeyron.

Données :

- ▷ $T_1 = 305 \text{ K}$, $T_2 = 280 \text{ K}$;
- ▷ enthalpie massique de vaporisation à T_2 : $\Delta_{\text{vap}}h = 200 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- ▷ capacité thermique du CFC liquide : $c = 1,32 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$\begin{aligned}
 1. \quad \Delta H &= W_{\text{fp}} + Q = 0 \\
 2. \quad \Delta H &= mc(T_2 - T_1) + xm\Delta_{\text{vap}}h = 0 \\
 x &= \frac{c(T_1 - T_2)}{\Delta_{\text{vap}}h} = \frac{1,32 \cdot 10^3 (305 - 280)}{200 \cdot 10^3} \\
 x &= 0,165 = 16,5\%
 \end{aligned}$$

Exercice 15 : Cycle de Lenoir (E. Thibierge)



Le cycle de Lenoir est un modèle idéalisé de cycle moteur à deux temps, introduit par Lenoir en 1860 pour décrire le fonctionnement du moteur à gaz qu'il avait mis au point l'année précédente. On raisonne sur l'air présent dans la chambre de combustion du moteur, modélisé par un gaz parfait. Après une phase d'admission d'air dans la chambre de combustion et le processus d'inflammation, l'air dans la chambre est caractérisé par $T_1 = 100^\circ\text{C}$, $V_1 = 10 \text{ L}$ et $P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. À partir de cet état 1, l'air constitue un système fermé de quantité de matière n_0 . Le cycle qu'il subit se compose des étapes suivantes :

- ▷ 1 → 2 : explosion isochore jusqu'à la pression P_2 ;
- ▷ 2 → 3 : détente isotherme jusqu'à un volume $V_3 = 2V_1$;
- ▷ 3 → 1 : compression isobare jusqu'à revenir au volume initial.

Les gaz brûlés sont ensuite évacués hors de la chambre de combustion, et un nouveau cycle démarre.

1 - On cherche à représenter le cycle dans le diagramme de Watt (P, V). Pour pouvoir définir les grandeurs d'état tout au long des transformations, on raisonne sur des transformations quasi-statique.

- 1.a - Déterminer l'équation d'une isotherme quasi-statique d'un gaz parfait dans le diagramme de Watt.
- 1.b - En déduire la représentation du cycle.

2 - Déterminer la température $T_2 = T_3$ à laquelle a lieu la détente. En déduire la pression maximale atteinte P_2 .

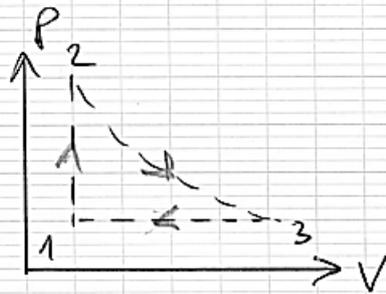
3 - Calculer le travail total *fourni* par le moteur au cours du cycle.

4 - Justifier sans calcul qu'entre le début et la fin du cycle $\Delta U = 0$. En déduire le transfert thermique reçu par le système. Quelle est la source de ce transfert ?

1a. $PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$

Equation d'une isotherme = hyperbole

1.b.



2. Entre 1 et 2: $PV = nRT$
 $\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1}$ mais P_2 inconnue

Entre 3 et 1: $PV = nRT$
 $\frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = \frac{T_3}{T_1}$

$\Rightarrow T_3 = T_1 \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = 373 \times 1 \times 2 = 746 \text{ K.}$

d'où: $P_2 = P_1 \frac{T_2 V_1}{T_1 V_2} = P_1 \frac{T_3}{T_1} \times 1 = 2P_1 = 4.10^5 \text{ Pa} \quad (1)$

$$\begin{aligned}
 3. \quad W_{12} &= 0 \quad \text{car } dV = 0 \\
 W_{23} &= - \int_{V_2}^{V_3} P_{\text{ext}} \cdot dV \\
 &= - \int_{V_2}^{V_3} P \cdot dV \quad \text{car transfo. quasi statique.} \\
 &= - \int_{V_2}^{V_3} \frac{nRT}{V} dV \\
 &= - nRT_2 \left[\ln V \right]_{V_2}^{V_3} \\
 &= - nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = - P_2 V_2 \ln \frac{V_3}{V_2} \\
 &= - 4 \cdot 10^5 \times 10 \cdot 10^{-3} \times \ln 2 \\
 &= - 2,7 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{31} &= - \int_{V_3}^{V_1} P \cdot dV = - P_1 (V_1 - V_3) \\
 &= P_1 (V_3 - V_1) \\
 &= 2 \cdot 10^5 (20 - 10) \cdot 10^{-3} \\
 &= 2,0 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Bilan : } \Sigma W &= - 0,7 \text{ kJ} \\
 W_{\text{fourni}} &= 0,7 \text{ kJ.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad \Delta U &= U_1 - U_1 = 0 \\
 \Delta U &= \Sigma W + Q \\
 &\Rightarrow Q = 0,7 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

Transfert thermique
 → reçu entre 1 et 2 (par explosion du gaz) notamment.

Exercice 18 : Chauffe-eau solaire

On se propose de déterminer le temps que met un chauffe-eau solaire de 4 m^2 pour chauffer l'eau du réservoir (200 litres) de 20°C à 70°C .

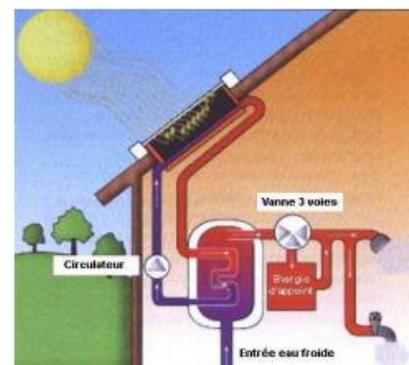
Données :

Puissance émise par le soleil : $P_{\text{soleil}} = 386 \cdot 10^{24} \text{ W}$

Distance Terre Soleil : $d = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Surface du capteur perpendiculaire au flux solaire : $S = 4 \text{ m}^2$

Rendement du capteur solaire : $\eta = 40 \%$



Volume du réservoir (ballon) : $V = 200 L$

Chaleur massique de l'eau : $c_0 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

On rappelle la surface d'une sphère de rayon R : $4\pi R^2$

- 1) Sachant que le soleil rayonne sa puissance uniformément dans toutes les directions, déterminer la puissance P_{capteur} reçue par les 4 m^2 du capteur.
- 2) Déterminer la puissance P destinée au chauffage de l'eau.
- 3) Déterminer l'énergie nécessaire pour élever la température de l'eau de 20 à 70°C .
- 4) Calculer enfin le temps Δt nécessaire au chauffage de l'eau.

Rép. : $P_{\text{capteur}} = 5,5 \text{ kW}$; $P = 2,2 \text{ kW}$; $\Delta U = 42 \text{ MJ}$ (ρ_{eau} supposée connue); $\Delta t = 1,9 \cdot 10^4 \text{ s} = 5 \text{ h } 20 \text{ min}$

Chauffe-eau solaire

Le Soleil émet sa puissance uniformément dans toutes les directions, soit uniformément à une distance d du soleil sur la surface de la sphère de rayon $4\pi d^2$. Le capteur reçoit la partie de la puissance émise par le Soleil correspondant à la proportion $\frac{S}{4\pi d^2}$, soit $P_{\text{capteur}} = P_{\text{soleil}} \frac{S}{4\pi d^2} = 5,5 \text{ kW}$.

$P = \eta P_{\text{capteur}} = 2,2 \text{ kW}$; 3) $\Delta U = \rho_{\text{eau}} V c_0 (\theta_f - \theta_i) = 42 \text{ MJ}$ (ρ_{eau} supposée connue);

$\Delta t = \frac{\Delta U}{P} = 1,9 \cdot 10^4 \text{ s} = 5 \text{ h } 20 \text{ min}$