

**Exercice 3 : Détente adiabatique**

**III)** Un ensemble fermé par des parois adiabatiques est séparé en deux compartiments par une cloison adiabatique. Le premier compartiment est constitué d'une mole de dioxygène à la température  $T_0$ , de pression  $P_0$  et de volume  $V_0$ . On fait le vide dans le deuxième compartiment de volume  $10V_0$ , puis on enlève subitement la cloison de séparation.

1. Calculer la variation d'énergie interne.
2. En déduire la température finale et la pression finale.
3. Calculer l'entropie créée. Conclure.

Exercice 3

1)  $\Sigma = O_2 + \text{vide}$

$$\Delta U = \underset{0}{W} + \underset{0}{Q} \rightarrow \begin{cases} W=0 & \text{car } dV=0 \\ Q=0 & \text{car adiabatique} \end{cases}$$

("subitement"  $\Rightarrow$  irréversible.)

$$\Delta U = 0$$

2)  $\Delta U = m c_V \Delta T$  (Gaz parfait)

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta T = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = T_0$$

$\Leftrightarrow$  isotherme.

$$\Rightarrow p_0 V_0 = n R T_0 = n R T_1 = p_1 V_1$$

$$p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_1} = p_0 \frac{V_0}{(V_0 + 10V_0)} = \frac{p_0}{11}$$

3)  $\Delta S = S_{acc} + S_{ech}$

$S_{ech} = 0$  car compartiment adiabatique.

$$\Delta S = S_{acc} = m c_V \left( \frac{T_f}{T_i} \right) + m R \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$= m R \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$= 1 \times 8,3 \times \ln(11)$$

$$= 20 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

### Exercice 5 : Etude d'un cycle

On réalise le cycle suivant sur  $n$  moles de gaz parfait à  $\gamma$  constant :

- compression isotherme de l'état  $(p_1, V_1, T_1)$  à l'état  $(p_2, V_2, T_2)$ ;
- chauffage isobare de l'état  $(p_2, V_2, T_2)$  à l'état  $(p_3, V_3, T_3)$ ;
- détente adiabatique réversible.

1. Tracer le diagramme de Clapeyron de ce cycle.
2. Exprimer les variations d'entropie au cours de chaque étape.

On donne l'expression de la variation d'entropie d'un gaz parfait :

$$\Delta S = C_V \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR \ln\left(\frac{p_f}{p_i}\right)$$

3. Tracer le diagramme entropique  $T = f(S)$ .
4. Que représentent les aires de chacun de ces cycles? Comparer les deux aires.

Exercice 5 : Etude d'un cycle

1.

2.

$$\Delta S_{12} = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \text{car } T_2 = T_1$$

$$\Delta S_{23} = C_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) \quad \text{car } p_3 = p_2$$

$$\Delta S_{31} = \underbrace{\Delta S_{\text{éch}}}_{0 \text{ (adiabatique)}} + \underbrace{\Delta S_{\text{acc}}}_{0 \text{ (réversible)}} = 0$$

3.

4.

- \*  $\Delta S_{12} < 0$
- \*  $\Delta S_{23} > 0$
- \*  $\Delta S_{31} = 0$

et  $T = T_1 = T_2 = \dots$

4. En coordonnées  $(p, V)$ , l'aire du cycle représente  $-W$ .

En coordonnées  $(T, S)$ , l'aire du cycle représente  $Q$ .

D'après le premier principe :  $\Delta S_{\text{cycle}} = W + Q = 0$

D'où :  $Q = -W$  les 2 aires sont égales.

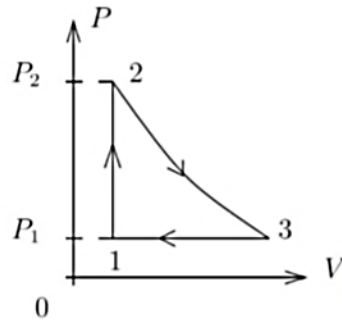
$\hookrightarrow W = -\int p \cdot dV$      $Q = \int T \cdot dS$      $\text{Ex 5}$

### Exercice 7 : Cycle de Lenoir

Le premier moteur à combustion interne à deux temps a fonctionné suivant un cycle de Lenoir.

- 1<sup>er</sup> temps : entrée du mélange air-combustible et allumage avec explosion en 1.
- 2<sup>ème</sup> temps : entre 1 et 2, combustion fournissant de la chaleur, puis entre 2 et 3, détente adiabatique réversible et enfin échappement isobare entre 3 et 1.

Pour un tel cycle décrit par de l'air supposé parfait et diatomique, exprimer l'efficacité (le rendement)  $\eta$  du cycle moteur en fonction du rapport de compression  $\beta = P_2/P_1$ .



1 → 2 Isochore

$$W_{12} = - \int p \cdot dV = 0$$

Premier principe

$$\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12}$$

$$\Delta U_{12} = Q_{12} = m c_v (T_2 - T_1)$$

2 → 3 Adiabatique

$$Q_{23} = 0$$

$$\Delta U_{23} = W_{23} = m c_v (T_3 - T_2)$$

3 → 1 Isobare

$$dH = dU + d(pV)$$

$$= dU + p dV + V dp$$

$$= - p dV + \delta Q + p dV + V dp$$

0 car isobare

$$\Delta H_{31} = Q_{31} + W_{31}$$

$$= m c_p (T_1 - T_3)$$

1 → 1 Premier principe cycle fermé

$$\Delta U = 0$$

$$Q_{12} + W_{23} + Q_{31} + W_{31} = 0$$

$$\eta = \frac{-W_{23} - W_{31}}{Q_{12}}$$

$$= \frac{Q_{12} + Q_{31}}{Q_{12}} = 1 + \frac{Q_{31}}{Q_{12}} = 1 + \frac{m c_p (T_1 - T_3)}{m c_v (T_2 - T_1)}$$

$$\eta = 1 + \gamma \frac{T_1 - T_3}{T_2 - T_1}$$

$$\eta = 1 + \gamma \frac{T_1 \left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right)}{T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)}$$

1 → 2 isochore

$$\Rightarrow \begin{cases} p_2 V_2 = nRT_2 \\ p_1 V_1 = nRT_1 \\ V_1 = V_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \beta$$

d'où: 
$$\eta = 1 + \gamma \frac{T_1 \left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right)}{T_1 (\beta - 1)}$$

3 → 1 isobare

$$\begin{cases} p_3 V_3 = nRT_3 \\ p_1 V_1 = nRT_1 \\ p_3 = p_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{V_3}{V_2}$$

2 → 3 adiabatique réversible

$$\Rightarrow p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma$$

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma = \frac{p_2}{p_3} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \beta^{\frac{1}{\gamma}}$$

d'où: 
$$\eta = 1 + \gamma \frac{1 - \beta^{\frac{1}{\gamma}}}{\beta - 1}$$

### **Exercice 8 : Cycle**

I) Thermodynamique : un gaz subit les transformations suivantes :

- A ( $P_A = 1 \text{ bar}$ ,  $T_A = 298 \text{ K}$ ) vers B par une isotherme.
- B vers C ( $T_C = 400 \text{ K}$ ) par un échauffement isobare
- C vers A par une adiabatique réversible.

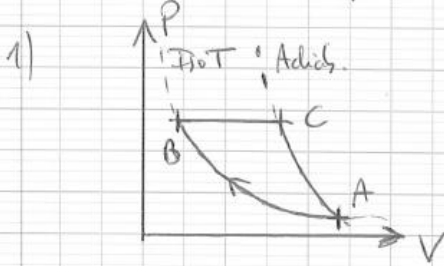
1. Tracer le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
2. Trouver pressions et volumes manquants
3. Déterminer  $Q$  et  $W$  pour chaque transformation.
4. Donner le rendement.

### Exercice 8 : Cycle

On prend :  $n = 1 \text{ mol}$

$$R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{14}{1}$$



2)  $P_A V_A = n R T_A$

d'où :

$$V_A = \frac{n R T_A}{P_A}$$

$$= \frac{1 \times 8,31 \times 293}{1 \cdot 10^5} = \frac{24,7}{1} = 24,7 \text{ L}$$

2) \* On exploite la transformation  $A \rightarrow B$  (Iso T)

$$\frac{P_B V_B}{P_A V_A} = \frac{n R T_B}{n R T_A} = \frac{n R T_A}{n R T_A} = 1$$

$$\boxed{\frac{P_B V_B}{P_A V_A} = 1}$$

2 inconnues  $P_B$  et  $V_B$  à déterminer.

\* On exploite la transformation  $B \rightarrow C$  (Iso P)

$$\frac{P_C V_C}{P_B V_B} = \frac{n R T_C}{n R T_B} = \frac{P_B V_C}{P_B V_B}$$

$$\boxed{\frac{T_C}{T_B} = \frac{V_C}{V_B}}$$

2 inconnues  $V_B, V_C$

\* On exploite la transformation  $C \rightarrow A$  (Adiabatique Réversible = Isentropique)

$$\frac{P_C V_C}{P_B V_B} = \frac{n R T_C}{n R T_B}$$

$$\frac{P_C V_C}{P_B V_B} = \frac{T_C}{T_B}$$

Inexploitable.

Isentropique :

$$P V^\gamma = \text{cte}_1$$

$$\text{ou } T V^{\gamma-1} = \text{cte}_2 \quad (2)$$

$$\text{ou } P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}_3$$

$$(2) \Rightarrow T V^{\gamma-1} = \text{cte}_2$$

$$\text{d'où : } \frac{T_A V_A^{\gamma-1}}{T_C V_C^{\gamma-1}} = 1$$

1 inconnue  $V_C$

on isole  $V_C$  :



$$V_C^{\gamma-1} = V_A^{\gamma-1} \left( \frac{T_A}{T_C} \right)$$

$$V_C = V_A \left( \frac{T_A}{T_C} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

A.N.:  $V_C = 24,7 \times \left( \frac{298}{400} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = \underline{11,8 \text{ L}}$

On en déduit  $V_B$  :  $\frac{T_C}{T_B} = \frac{V_C}{V_B}$

d'où :  $\frac{T_B}{T_C} = \frac{V_B}{V_C}$

$$V_C \times \frac{T_B}{T_C} = V_B$$

A.N.:  $V_B = 11,8 \times \frac{298}{400} = \underline{8,8 \text{ L}}$

On en déduit  $P_B$  :  $\frac{P_B V_B}{P_A V_A} = 1$

$$P_B = P_A \frac{V_A}{V_B}$$

A.N.:  $P_B = 1 \times \frac{24,7}{8,8} = \underline{2,8 \text{ bar}}$

$$P_C = P_B = \underline{2,8 \text{ bar}}$$

3.\* A → B (I.S.T)

$$\Delta U_{AB} = C_V \cdot \Delta T_{AB} = C_V \cdot (T_B - T_A) = 0$$

1er principe:

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = 0$$

d'où  $Q_{AB} = -W_{AB}$

$$W_{AB} = - \int_{V_A}^{V_B} p \cdot dV = - \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_A}{V} \cdot dV$$

$$\underline{W_{AB}} = -nRT_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = -nRT_A \left[ \ln V \right]_{V_A}^{V_B}$$

$$= -nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

A.N.:  $\underline{W_{AB}} = -1 \times 8,31 \times 298 \times \ln \left( \frac{8,8}{24,7} \right)$

$\underline{Q_{0 \rightarrow}} = +2,5 \text{ kJ} > 0$  (Compression)

$$\underline{Q_{AB}} = -W_{AB} = -2,5 \text{ kJ}$$

\* B  $\rightarrow$  C Iso P

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC}$$

⊙  $\Delta H_{BC} = Q_{BC}$

$$\underline{W_{BC}} = - \int_{V_B}^{V_C} P \cdot dV = - \int_{V_B}^{V_C} P_B \cdot dV = -P_B [V]_{V_B}^{V_C}$$

$$= -P_B (V_C - V_B)$$

A.N.:  $\underline{W_{BC}} = -28 \cdot 10^5 (11,8 - 8,8) \cdot 10^{-3}$

$$= -840 \text{ J} < 0$$

On calculera  $Q_{BC}$  à la fin (deduction à partir de  $\Delta U_{cycle} = 0$ )

\* C  $\rightarrow$  A Adiabatique Réversible = Isentropique

$$\underline{Q_{CA}} = 0$$

$$W_{CA} = \Delta U_{CA}$$

$$W_{CA} = - \int_{V_C}^{V_A} P \cdot dV = - \int_{V_C}^{V_A} \frac{P_A V_A^\gamma}{V^\gamma} \cdot dV$$

$(V^\gamma = \text{cte})$   
 $P_A V_A^\gamma = P V^\gamma$

$$\begin{aligned} \underline{W_{CA}} &= -P_A V_A^\gamma \int_{V_C}^{V_A} \frac{dV}{V^\gamma} = -P_A V_A^\gamma \int_{V_C}^{V_A} V^{-\gamma} dV \\ &= -P_A V_A^\gamma \left[ \frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_C^A \\ &= -P_A V_A^\gamma \left( \frac{V_A^{1-\gamma} - V_C^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right) \end{aligned}$$

A.N.

$$\begin{aligned} W_{CA} &= -1.10^5 \times (24,7 \cdot 10^{-3})^{1,4} \left( \frac{(24,7 \cdot 10^{-3})^{1-1,4} - (11,8 \cdot 10^{-3})^{1-1,4}}{1-1,4} \right) \\ &= \underline{\underline{-2,1 \text{ kJ}}} \end{aligned}$$

\*  $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$

$$\begin{aligned} &= \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} \\ &= 0 + W_{BC} + Q_{BC} + W_{CA} = 0 \end{aligned}$$

d'où :

$$\underline{Q_{BC}} = -W_{BC} - W_{CA} = 840 + 2100 = \underline{\underline{2,9 \text{ kJ}}}$$

4)  $\eta = -\frac{W_{\text{TOT}}}{Q_{BC}}$  (donné)

car  $Q_{BC} = Q_{\text{chaud}}$

$$\begin{aligned} \eta &= -\frac{W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}}{Q_{BC}} \\ &= -\frac{-2500 + 840 + 2100}{2900} = 0,15 = \underline{\underline{15\%}} \end{aligned}$$

### **Exercice 9 : Cycle de Brayton**

I) On considère le cycle théorique de Brayton, réversible :

-  $1 \rightarrow 2$  est une compression isentropique où le gaz, parfait, passe de  $P_1$  à  $P_2$  ; on

pose  $\alpha = \frac{P_2}{P_1}$ .

-  $2 \rightarrow 3$  est une combustion isobare.

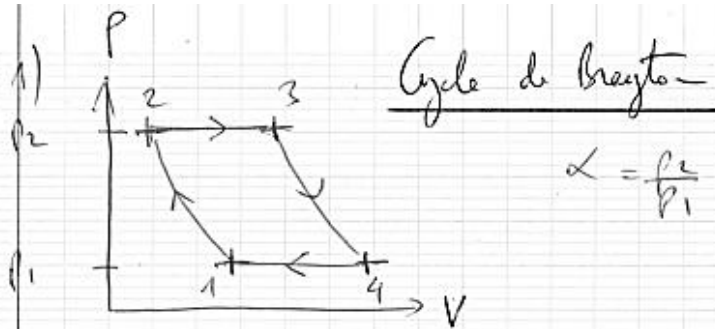
-  $3 \rightarrow 4$  est une détente isentropique.

-  $4 \rightarrow 1$  est un échappement isobare.

1. Tracer le diagramme  $PV$ .

2. Déterminer le rendement en fonction de  $\alpha$  et  $\gamma$ .

Exercice 3:  
Cycle de Brayton



- 1 → 2 Adiabatique réversible.  
 $\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12} = W_{12} / \Delta U_{12} = m c_v (T_2 - T_1)$
- 2 → 3 Isobare  
 $\Delta U_{23} = W_{23} + Q_{23} / Q_{23} = \Delta H_{23} = m c_p (T_3 - T_2)$
- 3 → 4 Adiabatique réversible  
 $\Delta U_{34} = W_{34} + Q_{34} = W_{34} / \Delta U_{34} = m c_v (T_4 - T_3)$
- 4 → 1 Isobare  
 $\Delta U_{41} = W_{41} + Q_{41} / Q_{41} = \Delta H_{41} = m c_p (T_1 - T_4)$

$$\Delta U = 0 = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41}$$

$$= W_{12} + W_{23} + Q_{23} + W_{34} + W_{41} + Q_{41}$$

$$\eta = -\frac{W_{TOT}}{Q_{23}} = -\frac{\sum W}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}}$$

$$= 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}$$

$$= 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$

1 → 2 Adiabatique réversible  
 ⇒ Loi de Laplace  $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cte}$

$$\frac{T_1^\gamma P_1^{1-\gamma}}{T_2^\gamma P_2^{1-\gamma}} = 1$$

$$\frac{T_1^\gamma P_1^{1-\gamma}}{T_2^\gamma \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-\gamma}} = 1$$

$$T_1 = T_2 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 \alpha^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

3 → 4 Adiabatique réversible

$$T_3^\gamma p_3^{1-\gamma} = T_4^\gamma p_4^{1-\gamma}$$

$$T_4^\gamma = T_3^\gamma \left( \frac{p_3}{p_4} \right)^{1-\gamma}$$

$$T_4 = T_3 \left( \frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_4 = T_3 \propto \frac{1-\gamma}{\gamma}$$

d'où :

$$\eta = 1 + \frac{T_2 \propto \frac{1-\gamma}{\gamma} - T_3 \propto \frac{1-\gamma}{\gamma}}{T_3 - T_2}$$

$$\eta = 1 + \alpha \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{T_2 - T_3}{T_3 - T_2}$$

$$\eta = 1 - \alpha \frac{1-\gamma}{\gamma}$$

**Exercice 10 : Contact thermique entre 2 solides** (E. Thibierge)

Deux solides de capacités thermiques respectives  $C_1$  et  $C_2$  et de températures initiales  $T_{i1}$  et  $T_{i2}$  sont mis en contact. Des parois rigides calorifugées isolent l'ensemble de l'extérieur.

1 - Déterminer la température finale  $T_f$ .

2 - Calculer la variation d'entropie du système global et calculer l'entropie créée au cours de la transformation

On donne : Entropie d'un système condensé de capacité thermique  $C$  :

$$S = S_{\text{ref}} + C \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}}$$

1.  $\Delta U = W + Q = 0 + 0$   
 $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = C_1(T_f - T_{i1}) + C_2(T_f - T_{i2})$   
D'où :  
 $(C_1 + C_2)T_f = C_1 T_{i1} + C_2 T_{i2}$   
$$T_f = \frac{C_1 T_{i1} + C_2 T_{i2}}{C_1 + C_2}$$

2.  $S = S_{\text{ref}} + C \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}}$   
 $S_f = S_i + C \ln \frac{T_f}{T_i}$   
 $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C_1 \ln \frac{T_f}{T_{i1}} + C_2 \ln \frac{T_f}{T_{i2}}$   
Or :  
Deuxième principe :  
 $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créé}}$  avec  $S_{\text{éch}} = 0$   
car  $\Sigma$  adiabatique  
d'où :  
$$S_{\text{créé}} = \Delta S = C_1 \ln \frac{T_f}{T_{i1}} + C_2 \ln \frac{T_f}{T_{i2}}$$