

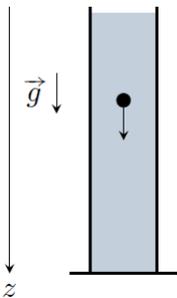
TP : Chute d'une bille dans la glycérine

Capacités exigibles

- Proposer et mettre en œuvre un protocole de mesure des frottements fluides.
- Mesurer une vitesse.
- Mesurer une longueur avec un pied à coulisse en lisant convenablement le vernier.
- Visualiser et décomposer un mouvement : Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
- Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo : Pouvoir évaluer avec une précision donnée, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.

L'objectif du TP est de concevoir et mettre en œuvre un protocole de mesure de la viscosité dynamique d'un liquide, en l'occurrence le glycérol aussi appelée glycérine. On utilise la technique dite de viscosimétrie à chute de bille.

I - Étude théorique



Un viscosimètre à chute de bille est un dispositif très simple à mettre en place. Il s'agit d'une simple éprouvette, remplie du fluide à étudier, dans laquelle chutent des billes sphériques de masse m et rayon R connus. On utilise dans ce TP des billes en acier.

Si la bille est de rayon suffisamment petit par rapport au diamètre de l'éprouvette, la force de frottement exercée par le glycérol sur la bille est bien décrite par la loi (empirique) de Stokes :

$$\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$$

où η est la viscosité dynamique du glycérol que l'on cherche à mesurer.

Données : masse volumique du glycérol $\rho = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- 1 - Montrer qu'en raison de la poussée d'Archimède tout se passe comme si le poids de la bille était modifié avec une masse volumique apparente $\rho' = \rho_a - \rho$, où ρ_a est la masse volumique des billes en acier.
- 2 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la norme v de la vitesse de la bille.
- 3 - Exprimer la vitesse limite atteinte par la bille et le temps caractéristique τ du régime transitoire ; quel est l'ordre de grandeur de la durée nécessaire pour atteindre cette vitesse limite ? En déduire un ordre de grandeur (surestimé) de la distance de chute nécessaire pour atteindre cette vitesse limite.
- 4 - Proposer deux protocoles permettant de mesurer la viscosité η du glycérol.

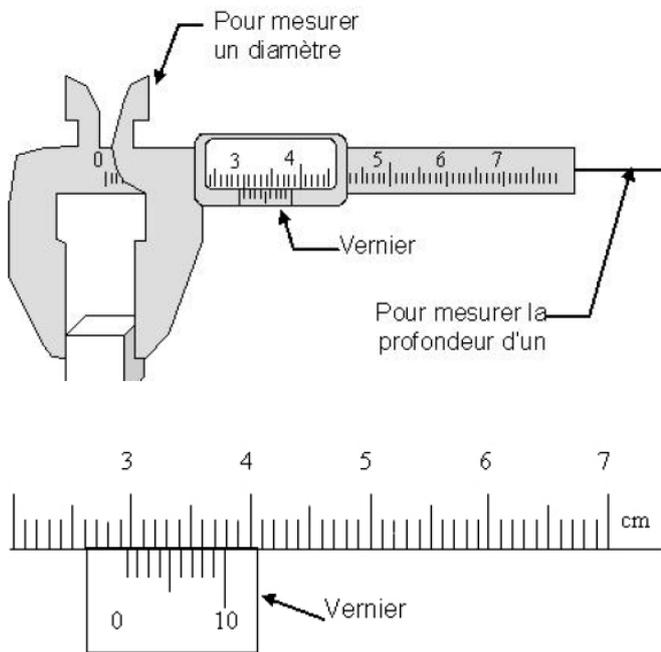
II - Mise en œuvre expérimentale

- ✎ Mettre en œuvre les protocoles discutés dans la partie précédente pour mesurer la viscosité du glycérol.
- ✎ Le rayon de la bille est à mesurer au pied à coulisse en s'aidant du document 1 ; le document 2 indique les modalités de l'acquisition vidéo.

La viscosité du glycérol dépend beaucoup de la température et de son degré d'hydratation. Pour les conditions expérimentales qui nous sont accessibles, elle est de l'ordre de 1Pa.s.

Attention ! Pour que la viscosité demeure constante tout au long du TP, vous ne rincerez rien de susceptible d'entrer dans l'éprouvette (billes et tige aimantée) avant la fin du TP.

Document 1 : Mesurer une longueur au pied à coulisse



Adapté du site du Cégep de Sainte-Foy (Québec)

Un pied à coulisse est un appareil permettant de mesurer une longueur (épaisseur, diamètre ou profondeur) avec une précision de 0,1 mm. Une telle précision est atteinte grâce à un vernier, dispositif inventé par le mathématicien Pierre

Vernier au XVI^e siècle.

L'échelle principale sur le pied à coulisse est graduée en millimètres tandis qu'un centimètre sur le vernier est divisé en dix intervalles de 0,9 mm. Pour lire l'ouverture des mâchoires du pied à coulisse, on lit la position indiquée sur la graduation par la première ligne du vernier. La décimale suivante est donnée par la division du vernier qui coïncide avec une des graduations du pied à coulisse.

Sur l'exemple ci-contre, le zéro du vernier (premier trait vertical) correspond à la graduation 2,9 de l'échelle principale.

La décimale suivante est la ligne du vernier qui coïncide avec une ligne de la graduation : ici c'est la huitième.

La longueur mesurée est alors de 2,98 cm.

Document 2 : Acquisition vidéo ; Cf. fiche Acquisition video en complément

- Sur l'ordinateur, se connecter avec .\eleves
- Ouvrir le logiciel de traitement Latispro **avant** le logiciel d'acquisition
- Ouvrir le logiciel d'acquisition Capturevideo
- Choisir comme périphérique de capture la caméra 720 Webcam.
- Effectuer le réglage de la mise au point manuellement sur l'objectif de la Webcam, jusqu'à obtenir une image nette. Vérifier que la règle est bien visible.
- Effectuer les différents réglages indiqués sur la fiche pour ajuster l'exposition ainsi que les paramètres d'acquisition et d'enregistrement de la vidéo.
- Une fois l'expérience prête à être réalisée, cliquer sur « lancer capture », **attendre que l'image revienne**, puis débiter l'expérience.
- Une fois l'expérience terminée, ouvrir la vidéo dans Latispro et effectuer le traitement adéquat.
- Les résultats obtenus se trouvent dans le tableur de Latispro pour d'autres formes de traitement.

LISTE MATERIEL

Viscosimètre à chute de bille (12 postes)

- Eprouvette d'1 L remplie de glycérol
- Petites billes en acier calibrées
- Un pied à coulisse
- Aimant pour récupérer les billes
- Petit récipient pour déposer les billes « sales » (verre de montre, coupelle, petit bécher, voire simple papier qu'ils prennent seuls)
- Webcam
- Ordinateur portable + logiciels (acquisition + traitement)
- Balance de précision
- Chronomètre

1. Poussée d'Archimède \vec{F}_A exercée par le miel sur la bille :

$$\vec{F}_A = -m_{\text{miel,déplacé}}\vec{g} = -\rho_m V_{\text{bille}}\vec{g} = -\rho_m \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$$

Poids \vec{P} de la bille :

$$\vec{P} = m_{\text{bille}}\vec{g} = \rho_a V_{\text{bille}}\vec{g} = \rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$$

Poids apparent \vec{P}_{app} :

$$\vec{P}_{app} = \vec{F}_A + \vec{P} = \rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g} - \rho_m \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g} = (\rho_a - \rho_m) \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g} = \rho' \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$$

2. Equation différentielle vérifiée par la vitesse de la bille

- Système : bille de masse $m = \rho_a \frac{4\pi R^3}{3}$ étudiée dans le référentiel \mathfrak{R} terrestre supposé galiléen.

- Bilan des forces :
 - poids $\vec{P} = +\rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$
 - poussée d'Archimède $\vec{F}_A = -\rho_m \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$
 - force de frottement visqueux $\vec{F}_S = -6\pi\eta_m R \vec{v}$

- En appliquant le principe fondamental de la dynamique au système gouttelette dans le référentiel \mathfrak{R} terrestre supposé galiléen :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 \frac{d\vec{v}}{dt} = (\rho_a - \rho_m) \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g} - 6\pi\eta_m R \vec{v}$$

$$\rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 \frac{d\vec{v}}{dt} + 6\pi\eta_m R \vec{v} = \rho' \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{9\eta_m}{2\rho_a R^2} \vec{v} = \frac{\rho'}{\rho_a} \vec{g}$$

- Soit \vec{e}_z le vecteur unitaire de l'axe (Oz) . En l'absence de vitesse initiale et avec une accélération initiale selon \vec{e}_z , la bille va avoir un mouvement initial selon l'axe vertical (Oz) , sa vitesse initiale est alors selon cet axe. La force de frottement qui apparaît avec la vitesse est donc également selon cet axe. Ainsi, à tout instant, l'accélération et la vitesse sont selon \vec{e}_z ; le mouvement est par conséquent rectiligne selon \vec{e}_z : $\vec{OM} = z\vec{e}_z$ et $\vec{v} = v\vec{e}_z$.

- Par projection de l'équation différentielle du mouvement selon \vec{e}_z :

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{9\eta_m}{2\rho_a R^2} v = \frac{\rho'}{\rho_a} g = \frac{\rho_a - \rho_m}{\rho_a} g}$$

C'est une équation différentielle linéaire du 1^{er} ordre à coefficients constants avec un second membre constant, caractéristique d'un régime transitoire du 1^{er} ordre.

En posant $\frac{1}{\tau} = \frac{9\eta_m}{2\rho_a R^2}$ tel que $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = \frac{\rho'}{\rho_a} g$, on introduit le temps caractéristique τ du régime transitoire :

$$\boxed{\tau = \frac{2\rho_a R^2}{9\eta_m}}$$

Lorsque la bille atteint sa vitesse limite v_{lim} , $\frac{dv_{lim}}{dt} = 0$, soit dans l'équation différentielle :

$$\frac{dv_{lim}}{dt} + \frac{1}{\tau} v_{lim} = \frac{\rho'}{\rho_a} g = 0 + \frac{1}{\tau} v_{lim}$$

Soit $v_{lim} = \tau \frac{\rho'}{\rho_a} g = \frac{2R^2}{9\eta_m} \rho' g$ et

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = \frac{1}{\tau} v_{lim}$$

3. La vitesse limite est atteinte à la fin du régime transitoire, lorsque le régime permanent est atteint. Ordre de grandeur de la durée du régime transitoire : $\Delta t \approx 5\tau$.

En supposant que la distance de chute d_{lim} recherchée est parcourue à la vitesse v_{lim} :

$$d_{lim} \approx v_{lim} \Delta t \approx 5\tau v_{lim}$$

Cette distance est surévaluée ; en effet, la vitesse initialement nulle augmente jusqu'à v_{lim} , la vitesse réelle est donc à tout instant plus faible que v_{lim} .

4. Protocole :

- Mesurer le diamètre de la bille en acier à l'aide d'un pied à coulisse.
- Peser la bille à l'aide d'une balance de précision puis déterminer sa masse volumique.
- Peser un volume précis de miel (par exemple à l'aide d'une fiole jaugée de volume connu, après avoir taré la balance avec la fiole vide) puis déterminer la masse volumique du miel.
- Remplir une éprouvette d'environ 1 L de miel. Placer cette éprouvette devant un fond uni avec par exemple une règle graduée placée verticalement pouvant servir d'étalon de longueur.
- Placer et régler une webcam de manière à voir nettement l'ensemble de l'éprouvette.
- Faire une acquisition vidéo de la chute de la bille en veillant à la lâcher sans vitesse initiale à la surface du miel.
- A l'aide d'un logiciel de traitement de type Latispro, pointer la position de la bille au cours du temps après avoir défini la taille de l'étalon de longueur.
- Exporter le résultat du traitement sur un tableur et évaluer la vitesse limite à l'aide de la position au cours du temps.
- En exploitant la relation $v_{lim} = \frac{2R^2}{9\eta_m} (\rho_a - \rho_m)g$, en déduire η_m .