VISCOSIMÈTRE

1. $\vec{P} = m\vec{g} = mg\vec{u_z} = \rho_a V g \vec{u_z}$
$= \rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 g \vec{u_z}$

$\vec{\Pi_a} = -\rho V g \vec{u_z} = -\rho \frac{4}{3}\pi R^3 g \vec{u_z}$

$\vec{P} + \vec{\Pi_a} = (\rho_a - \rho)\underbrace{\frac{4}{3}\pi R^3}_{(V_{bille})} g \vec{u_z} = \vec{P'}$

$(\rho_a - \rho) \to \rho'$

2. Référentiel : laboratoire.
Système : bille
Forces extérieures : $\vec{P'}$ Poids apparent
$\vec{f}$ Force de frottement.

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{P'} + \vec{f}$

$m\frac{dv}{dt} = \rho' \frac{4}{3}\pi R^3 g - 6\pi\eta R v$

$\Rightarrow \rho_a \frac{4}{3}\pi R^3 \frac{dv}{dt} = \rho' \frac{4}{3}\pi R^3 g - 6\pi\eta R v$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2\rho_a R^2} v = \frac{\rho'}{\rho_a} g$

$\frac{9\eta}{2\rho_a R^2} \to \frac{1}{\tau}$

$$\tau = \frac{2\rho_a R^2}{9\eta}$$

SEH : $v_H = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

SP : $v_p = \frac{2\rho' R^2 g}{9\eta}$ (Vitesse limite).

SG : $v = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2\rho' R^2 g}{9\eta}$

CI : $v(0) = 0 \Rightarrow A = -\frac{2\rho' R^2 g}{9\eta}$

Solution :

$$v(t) = \frac{2\rho' R^2 g}{9\eta}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

D'où :

$$v_{lim} = \frac{2\rho' R^2 g}{9\eta}$$

Ou :

$$\eta = \frac{2\rho' R^2 g}{9 v_{lim}}$$

Analyse dimensionnelle :

$$[\eta] = \left[\frac{2\rho' R^2 g}{9 v_{lim}}\right]$$

$$= \frac{kg . m^{-3} . m^2 . m . s^{-2}}{m . s^{-1}}$$

$$= kg . m^{-1} . s^{-1}$$

$$= Pa . s .$$

1 Pa
$= 1 N . m^{-2}$
$= 1 kg . m . s^{-2} . m^{-2}$
$= 1 kg . m^{-1} . s^{-2}$