

MF1 STATIQUE DES FLUIDES

Programme ATS

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Description d'un fluide statique	
Échelle mésoscopique	Définir et connaître des ordres de grandeurs des dimensions de l'échelle mésoscopique dans le cas des liquides et des gaz.
Pression dans un fluide Forces surfaciques, forces volumiques	Citer des ordres de grandeur de la pression. Définir la force de pression. Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Champ de pression Relation de la statique des fluides	Donner l'expression de la résultante des forces pressantes s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide. Énoncer et établir la relation de la statique des fluides dans le cas d'un fluide soumis uniquement à la pesanteur. Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible pour l'atmosphère isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait. Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant un capteur de pression.

I) MODELISATION D'UN FLUIDE

Fluide = milieu matériel qui a la propriété de s'écouler = liquide ou gaz

I)1) Différentes échelles

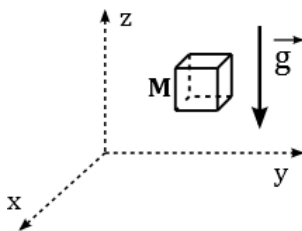
Echelle	Echelle microscopique	Echelle mésoscopique	Echelle macroscopique
Ordre de grandeur	Taille des atomes / molécules : $nm = 10^{-9}m$	Particule de fluide $\mu m = 10^{-6}m$ à $mm = 10^{-3}m$	Distances perceptibles $mm = 10^{-3}m$ à $km = 10^3m$
Grandeurs intensives p, T, v, ρ, u, h, s	Fluctuantes (car mouvements désordonnés, chocs, ...)	VALEURS MOYENNES localement UNIFORMES	Non uniformes
Description du fluide	Trop fine : nombre trop important de particules, mouvement désordonné	ADAPTEE	Trop grossière

Particule de fluide = Système fermé, à l'échelle **mésoscopique**, contenant un grand nombre d'atomes / particules (de l'ordre de 10^{10} à 10^{15}).

I)2) Pression dans un fluide

- La **force de pression** subie par une particule sur sa frontière est une **force surfacique**.

Cette force de pression est liée aux chocs exercés par les atomes ou les molécules de fluide ou à la réaction de la paroi des récipients.



Attention : il y a 6 surfaces

p = pression (Pa, pascals)

- La **force de pesanteur** subie par la particule de fluide est une **force volumique**.

III)3) Unités de pression

■ Dimension :

$$[pression] = \frac{[force]}{[surface]}$$

Unité légale de pression : le pascal, de symbole Pa :

$$1 Pa = 1 N.m^{-2} = 1 kg.m^{-1}.s^{-2}$$

Le pascal ayant l'inconvénient d'être une « petite unité », on utilise couramment des unités dérivées, en particulier le **bar**.

■ Autres unités

- le bar **1 bar = 10⁵ Pa** pression « standard » ; unité adaptée à la pression atmosphérique
D'autres unités du langage courant ou historique se rencontrent également.
- l'atmosphère **1 atm = 1,013 bar** pression atmosphérique moyenne

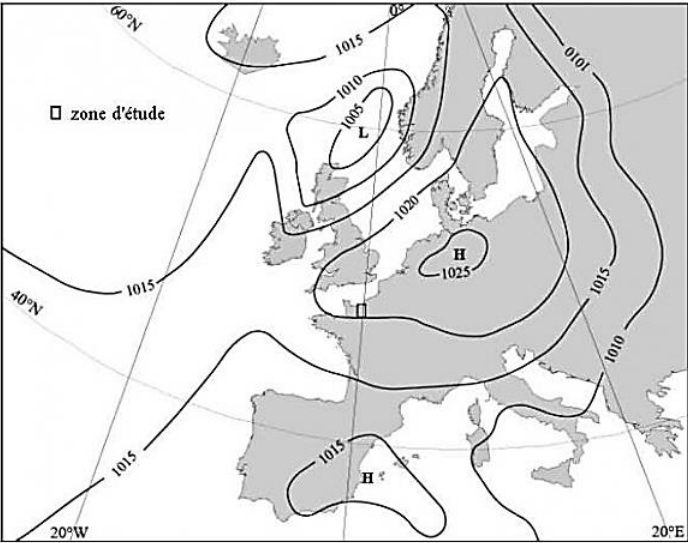
Les premiers baromètres fonctionnant par mesure du niveau de mercure dans un tube, l'unité historique de pression était le **millimètre de mercure mmHg et le centimètre de mercure cmHg** (attention, une hauteur n'est pas une unité de pression !)

- le torr 1 torr = 1 mm Hg 1 mmHg = 133Pa soit 1 atm = 760mmHg.
- le psi (pound per square inch) 1 psi = 6894 Pa (unité anglo-saxonne)

■ Ordres de grandeur

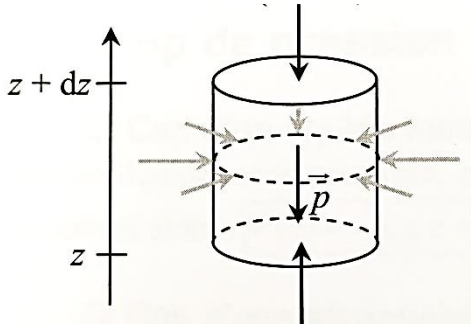
10 ⁻¹⁴ Pa	Pression atmosphérique sur la lune
20 μPa	Seuil audition humaine
100 Pa	Seuil de la douleur pour audition
2,3 bar	Pression pneumatique voiture (en réalité surpression)
5 bar	Pression dans une bouteille de champagne, pression pneumatique VTC (en réalité surpression)
10 MPa	Nettoyeur haute pression
15 MPa	Pression dans le circuit primaire d'un réacteur nucléaire à eau pressurisée
20 MPa	Pression d'une bouteille de plongée en aluminium
100 MPa	Pression au fond de la fosse des Mariannes (≈ 10 km de profondeur)

Carte météorologique :



II) RELATION DE LA STATIQUE DES FLUIDES

II)1) Mise en équation



Différenciation :

Remarque : Forme générale de la Relation Fondamentale de la Statique des Fluides :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(p) = \overrightarrow{f_v}$$

$\overrightarrow{f_v}$:

Relation Fondamentale de la Statique des Fluides :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(p) = \rho \vec{g}$$

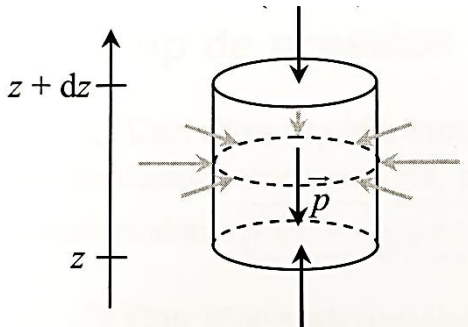
$$\frac{dp}{dz} = -\rho \cdot g \text{ si } z \text{ orienté vers le haut (verticale ascendante)}$$

$$\frac{dp}{dz} = +\rho \cdot g \text{ si } z \text{ orienté vers le bas (verticale descendante)}$$

Attention aux **signes** ! vérifier la cohérence de l'expression utilisée : la pression augmente avec la profondeur et diminue avec l'altitude !

II)2) Poussée d'Archimède

Élément solide de volume d'axe vertical, de section dS et de hauteur dz , totalement immergé dans un fluide.



- Masse volumique du solide constante : ρ_S
- Masse volumique du fluide constante : ρ_L

La résultante des forces de pression appliquées par le fluide **au repos** sur le **solide totalement immergé** est orientée **vers le haut** et correspond au **poids du volume de fluide déplacé = Poussée d'Archimède**.

III) CAS PARTICULIERS

III)1) Cas d'un fluide incompressible

Fluide incompressible = Fluide dans lequel la masse volumique ρ est indépendante de la pression p et de l'altitude z .

Hypothèse : $\rho = \text{constante} = \rho_0$

D'où :

Ou on intègre par variables séparées :

Autres écritures possibles :

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

$$p_{bas} = p_{haut} + \rho \cdot g \cdot h$$

avec $\rho = \text{constante}$ (fluide incompressible)

Propriété : la pression dans un fluide ne dépend que de la hauteur de fluide (« Hauteur de Colonne de Fluide », unité mCF).

Expérience du tonneau de Pascal :

[EM98 Défi: faire exploser le onneau de Pascal! - video Dailymotion](#) (10' à 15')

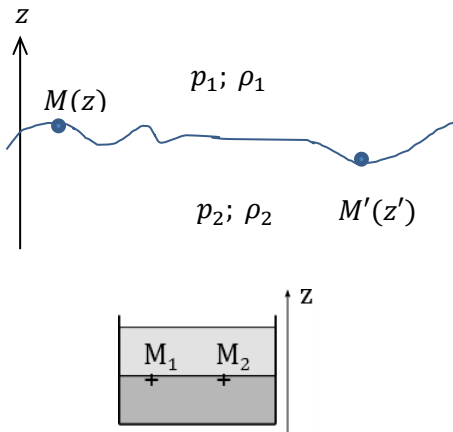


III)2) Fluides incompressibles : conséquences

III)2)a) Interface entre 2 fluides

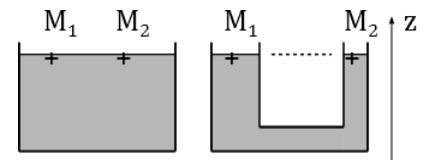
- **Interface entre deux fluides non miscibles incompressibles**

Conditions aux limites et relations de la statique des fluides incompressibles :



- **Surface libre (contact avec l'atmosphère) d'un fluide incompressible au repos**

Conditions aux limites et relations de la statique des fluides incompressibles (p_0 pression atmosphérique) :



- **Interface entre 2 fluides immiscibles** de masses volumiques différentes dans le champ de pesanteur uniforme : **horizontale**.
- **Cas particulier** : fluide au repos dont la surface est en contact avec l'air.

III)2)b) Théorème de Pascal

On suppose que le fluide considéré est **incompressible**, et que les points du fluide sont à **l'équilibre** (donc restent immobiles).

Si on exerce en un point A du fluide une force supplémentaire impliquant une surpression Δp_A , en un point M quelconque du fluide, il y aura une surpression $\Delta p_M = \Delta p_A$:

$$\begin{cases} E.I.: & p(M) + \rho gz = p_A + \rho gz' \\ E.F.: & p(M) + \Delta p_M + \rho gz = p_A + \Delta p_A + \rho gz' \end{cases}$$

Toute variation de pression en un point d'un fluide incompressible immobile est transmise en tout point du fluide.

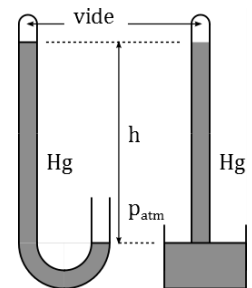
III)3) Applications : mesures de pression

- **Manomètres** : appareils de mesure de la pression.
- **Baromètres** : appareils de mesure de la pression de l'air.

En règle générale, mesure d'une différence de pression Δp . On peut accéder à des valeurs allant de 10^{-14} bar à 10^4 bar.

Baromètre à mercure de Torricelli (baromètre absolu)

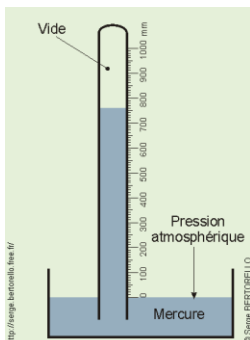
Baromètre le plus simple, constitué d'un tube rempli de mercure de masse volumique ρ et renversé sur une cuve remplie du même liquide, ou encore d'un tube en vertical contenant du mercure, l'une des branches étant fermée avec le volume situé au-dessus du mercure étant vide (ou quasi) et l'autre branche étant ouverte à la pression atmosphérique.



La dénivellation est proportionnelle à la pression exercée par l'atmosphère sur la surface libre du mercure et permet donc une mesure de la pression.

Application : baromètre à mercure de Torricelli

Evangelista Torricelli (1608 - 1647) est un physicien et un mathématicien italien du XVII^e siècle, connu notamment pour avoir inventé le baromètre par le biais de l'expérience décrite ci-dessous.

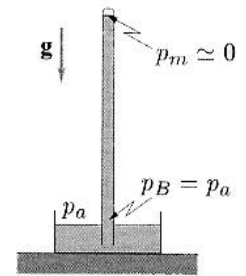


Mettons un liquide (du mercure, dans l'expérience de Torricelli) dans un tube fermé d'un côté ; ce tube est immergé dans une bassine de ce même liquide (il se remplit intégralement), puis est placé verticalement, le côté fermé en haut, le côté ouvert trempant dans la bassine.

La pression atmosphérique s'exerçant sur la surface du liquide dans la bassine fait monter le liquide dans le tube (ou l'empêche de se vider). Si le tube est suffisamment grand, du vide est obtenu au-dessus de la colonne de liquide dans le tube (en fait, il s'y trouve en quantité faible de la vapeur de liquide à sa pression de vapeur saturante).

- 1) Expliquer comment la mesure de la hauteur h de la colonne permet de déterminer la pression atmosphérique.
- 2) Retrouver la hauteur h de mercure dans le cas de l'expérience de Torricelli lorsque la pression atmosphérique est de $P_0 = 1 \text{ atm}$.

Données : densité du mercure : $d = 13,6$, pression de vapeur saturante du mercure : $P_{sat} = 0,00163 \text{ mbar}$ ($20 \text{ }^\circ\text{C}$) ; accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$



La pression normale (1 atm) correspond à une dénivellation de 760 mm de mercure :

$$1 \text{ atm} \equiv 760 \text{ mm Hg}$$

Baromètre différentiel

Il permet de mesurer la **pression différentielle**, c'est-à-dire l'écart entre la **pression du fluide** et la **pression atmosphérique locale**.



$$p = p_{atm} \pm \rho g h \quad \text{Attention au signe !}$$

Manomètre différentiel

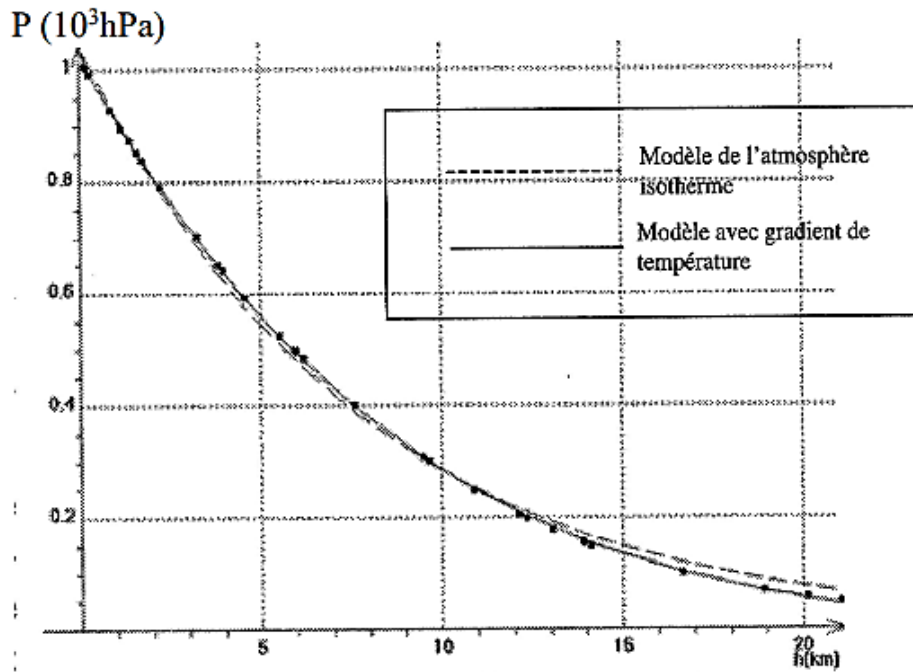
Selon le même principe que le baromètre différentiel, il permet de mesurer la différence de pression entre deux fluides.

Il est en général constitué par un tube en U, la différence de hauteur entre les deux branches étant directement liée à la différence de pression entre les deux fluides.

- Liquide = **eau** : avec $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ et $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, une variation de pression d'un bar se traduit par une dénivellation de l'ordre de 10 mètres ! Baromètres à eau usuels constitués de tubes de longueur de l'ordre du mètre, et permettent donc d'accéder à des variations de pression inférieures à **0,1 bar**.
- Liquide = **mercure**, avec $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ et $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ kg.m}^{-3}$, une variation de pression d'une atmosphère se traduit par une dénivellation de 760 mmHg.

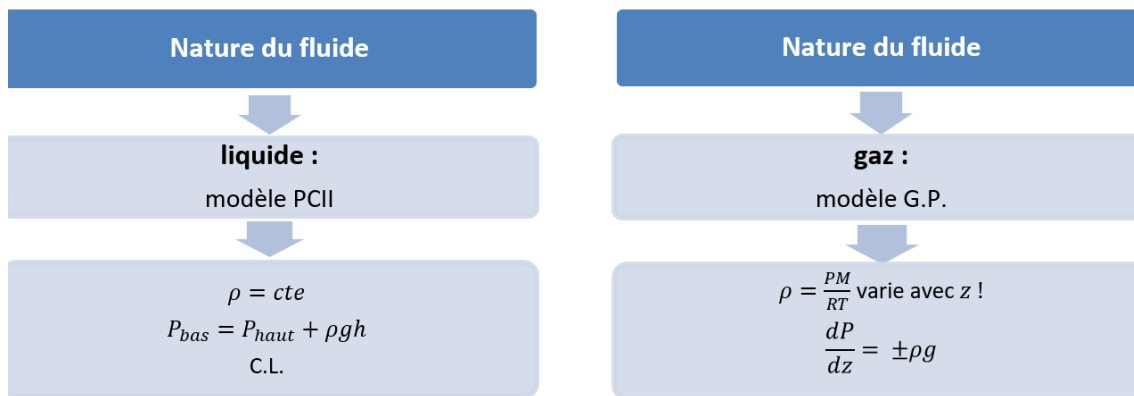
III)4) Cas d'un gaz parfait isotherme

Hypothèse : $T = \text{constante} = T_0$



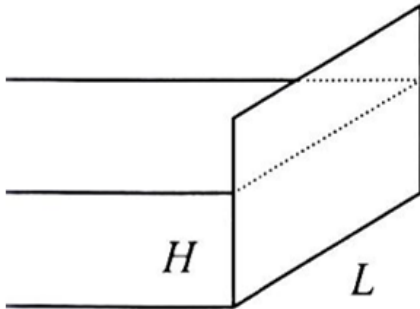
➤ Tracer H

■ Point Méthode



V) RESULTANTE D'UNE FORCE DE PRESSION

Exemple : Résultante des forces de pression sur un barrage



Un barrage est constitué d'une paroi verticale de largeur L . De l'eau, assimilée à un fluide incompressible de masse volumique ρ_0 , appuie sur une hauteur H sur une des faces du barrage. La pression atmosphérique P_0 s'exerce sur l'autre face du barrage et sur la surface libre de l'eau. L'axe vertical (Oz) est vertical ascendant et le champ de pesanteur g est uniforme.

- Exprimer la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le barrage.