DEVOIR MAISON N°8

T4 (chimie) / M5 (Electricité, Bode, harmoniques) / MF1 (Statique des fluides)

- **A rendre le VENDREDI 24 JANVIER 2025**

Exercice 1 : Combustion du méthane

Dans une centrale au gaz, on réalise une combustion du méthane $CH_{4\,(g)}$ par le dioxygène $0_{2\,(g)}$, ce qui produit du dioxyde de carbone $C_{O2\,(g)}$ et de la vapeur d'eau $H_20_{\,(g)}$.

On donne les masses molaires suivantes : M(H) = 1g.mol^{-1} ; M(C) = 12 g.mol^{-1} ; M(O) = 16 g.mol^{-1}

1) Ecrire et équilibrer la réaction de combustion.
2) Réaliser le Tableau d'Avancement de la combustion, pour une quantité de matière n_0 de CH_4, le dioxygène 0_2 étant en excès. Montrer que, dans le cas d'une réaction totale, l'avancement maximal vaut $\xi_{max} = n_0$.
3) Calculer les masses molaires des éléments CH_4, 0_2, C_{O2} et H_20.

On donne l'enthalpie standard de la réaction à 25°C : $\Delta_r H^0 = -800\ kJ.mol^{-1}$.

4) Donner l'expression du transfert thermique *Q* libéré par la combustion isobare et isotherme d'une quantité de matière n_0 de CH_4.
5) La chaudière de la centrale doit produire 150 MW de puissance thermique. Établir alors l'expression de la quantité de matière n_0 de CH4 consommée dans la chaudière pour une heure de fonctionnement.
6) En déduire la valeur de la masse de méthane consommée pour une heure de fonctionnement.

Exercice 2 : Modèle de l'atmosphère isotherme

La pression atmosphérique décroit avec l'altitude. Cette partie propose d'étudier cet aspect. On choisit un axe z orienté vers le haut, on note $p_0 = 1{,}0\,\text{bar}$ la pression atmosphérique au niveau du sol (en $z = 0$) et $p(z)$ sa valeur pour une altitude z. On modélise l'atmosphère comme étant :

- statique,
- isotherme (température notée T_0, prise environ égale à $15\,°\text{C}$),
- et se comportant comme un gaz parfait.

Enfin, on note $R = 8{,}3\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ la constante des gaz parfaits, $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ l'intensité de la pesanteur, et $M = 29\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ la masse molaire de l'air.

1 - Démontrer, à l'aide d'un bilan des forces sur un volume élémentaire de fluide situé entre les altitudes z et $z + \mathrm{d}z$, que la pression satisfait à la relation suivante, où ρ est la masse volumique de l'air :

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho g. \tag{1}$$

2 - Établir la relation entre la masse volumique $\rho(z)$ à l'altitude z, la pression $p(z)$ à cette altitude, T_0, R et M.

3 - Établir l'équation différentielle vérifiée par $p(z)$, puis en déduire que la pression évolue selon la loi $p(z) = p_0\,\mathrm{e}^{-z/H}$ avec H une constante dont on donnera l'expression en fonction de R, T_0, g et M.

4 - Calculer une valeur approchée de H, sans oublier son unité.

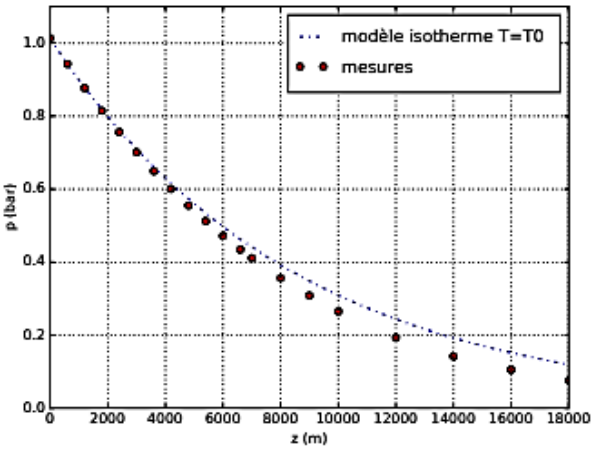
On se propose d'analyser l'accord entre les prévisions du modèle précédent et les relevés expérimentaux. De tels relevés, valables pour des conditions moyennes, sont présentés dans le tableau page suivante (document 1). La pression $p(z)$ donnée par ce tableau est également tracée sur le graphique du document 2, qui comporte aussi un tracé de la pression prédite par notre modèle. On pourra également utiliser le document 3.

5 - Jusqu'à quelle altitude les valeurs de la pression obtenues par ce modèle sont-elles en accord à mieux que 10% avec les données expérimentales ?

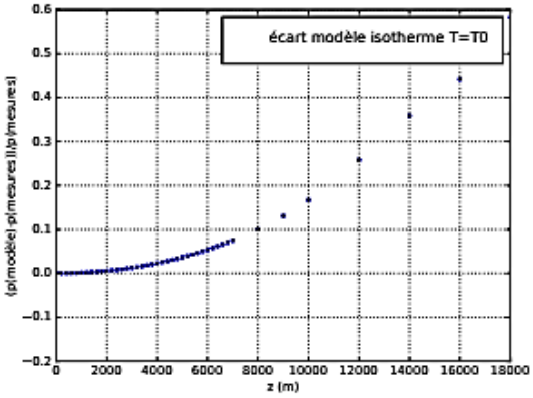
Quelle est l'hypothèse de notre modèle qui semble la moins bien vérifiée, et qui peut expliquer les écarts importants à haute altitude ?

Altitude m	Température °C	Pression kPa	Accélération gravitationnelle g, m/s²
0	15,00	101,33	9,807
200	13,70	98,95	9,806
400	12,40	96,61	9,805
600	11,10	94,32	9,805
800	9,80	92,08	9,804
1 000	8,50	89,88	9,804
1 200	7,20	87,72	9,803
1 400	5,90	85,60	9,802
1 600	4,60	83,53	9,802
1 800	3,30	81,49	9,801
2 000	2,00	79,50	9,800
2 200	0,70	77,55	9,800
2 400	−0,59	75,63	9,799
2 600	−1,89	73,76	9,799
2 800	−3,19	71,92	9,798
3 000	−4,49	70,12	9,797
3 200	−5,79	68,36	9,797
3 400	−7,09	66,63	9,796
3 600	−8,39	64,94	9,796
3 800	−9,69	63,28	9,795
4 000	−10,98	61,66	9,794
4 200	−12,3	60,07	9,794
4 400	−13,6	58,52	9,793
4 600	−14,9	57,00	9,793
4 800	−16,2	55,51	9,792
5 000	−17,5	54,05	9,791
5 200	−18,8	52,62	9,791
5 400	−20,1	51,23	9,790
5 600	−21,4	49,86	9,789
5 800	−22,7	48,52	9,785
6 000	−24,0	47,22	9,788
6 200	−25,3	45,94	9,788
6 400	−26,6	44,69	9,787
6 600	−27,9	43,47	9,786
6 800	−29,2	42,27	9,785
7 000	−30,5	41,11	9,785
8 000	−36,9	35,65	9,782
9 000	−43,4	30,80	9,779
10 000	−49,9	26,50	9,776
12 000	−56,5	19,40	9,770
14 000	−56,5	14,17	9,764
16 000	−56,5	10,53	9,758
18 000	−56,5	7,57	9,751

Document 1 : propriétés moyennes de l'air à haute altitude – en partie d'après relevés expérimentaux. (Source : *Thermodynamique, une approche pragmatique*, Çengel et al.)



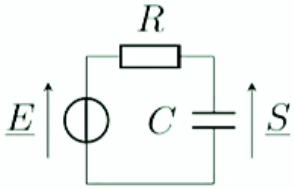
Document 2 : $p(z)$ d'après les données du tableau du document 1 (points "mesures"), et d'après le modèle du sujet ("modèle isotherme $T = T_0$").



Document 3 : tracé de l'écart relatif entre mesures et modèle isotherme : $(p_{\text{modèle}}(z) - p_{\text{mesures}}(z))/p_{\text{mesures}}(z)$.

Exercice 3 : Circuit RC

Le générateur impose une tension sinusoïdale aux bornes du circuit RC ci-contre : $e(t) = E.cos(\omega t)$.



1) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$ et la mettre sous la forme $\underline{H} = \frac{A_0}{1+jx}$, avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Déterminer les expressions de A_0 et ω_0.
2) Déterminer l'expression du module $|\underline{H}|$ de $\underline{H}$, en fonction de x ; en déduire l'expression du gain $G = 20\log(|\underline{H}|)$ en fonction de x. Faire les études de G aux limites : $x \ll 1$; $x \gg 1$; $x = 1$.
3) De quel type de filtre s'agit-il ? Déterminer sa bande passante ; déterminer la pente de la bande coupée.

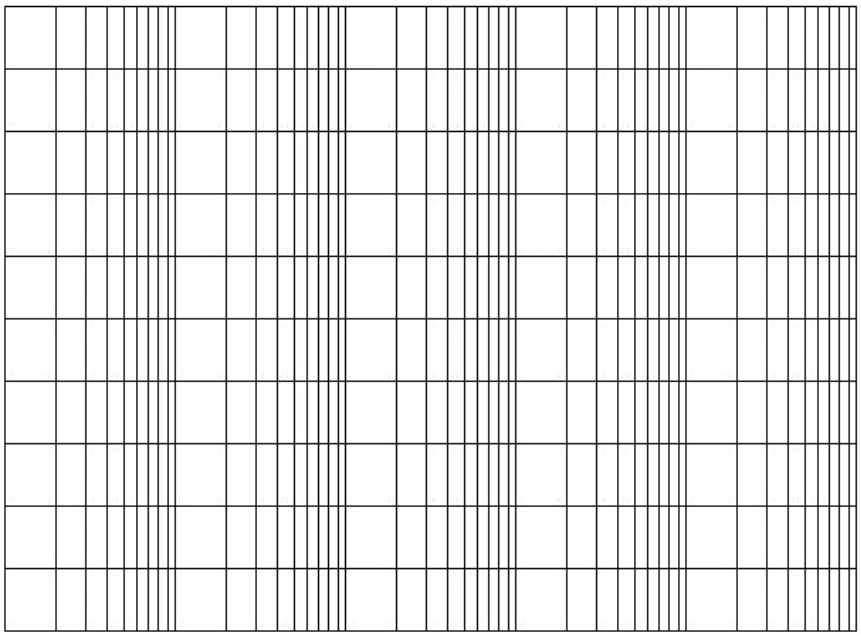
4) Déterminer l'expression de l'argument φ de $\underline{H}$ (qui est aussi le déphasage de *s(t)* par rapport à *e(t)*) en fonction de x. Faire les études de φ aux limites : $x \ll 1$; $x \gg 1$; $x = 1$.

On donne : R = 1kΩ, C = 1µF.

5) Calculer la pulsation propre ω_0, la fréquence propre f_0.
6) Compléter le tableau suivant, et tracer la courbe de gain G en fonction de x.
7) Tracer les spectres des tensions d'entrée *e(t)* et de sortie *s(t)* dans le cas d'une tension d'entrée qui s'écrit :

$$e(t) = 10.\cos(10^3 t) + 10.\cos(10^4 t)$$

Tableau à rendre :

Fréquence f (Hz)	Pulsation ω (rad.s^{-1})	Pulsation réduite x	$\lvert\underline{H}\rvert$	G = 20 log $(\lvert\underline{H}\rvert)$	Amplitude tension d'entrée E	Amplitude tension de sortie S
1,6	10				10	
16	100				10	
159	10^3				10	
$1{,}6.10^3$	10^4				10	
$1{,}6.10^4$	10^5				10	

Courbe de gain à rendre :