DEVOIR MAISON N°8

T4 (chimie) / M5 (Electricité, Bode, harmoniques) / MF1 (Statique des fluides)

Combustion du méthane

1)
2)

	$CH_{4(g)}$ +	$2O_{2(g)}$ =	$CO_{2(g)}$ +	$2H_2O_{(g)}$
EI	n_0	excès	0	0
E(t)	$n_0 - \xi$	excès	ξ	2ξ
Totale	$n_0 - \xi_{max} = 0$	excès	ξ_{max}	$2\xi_{max}$

Reaction Totale : $n_0 - \xi_{max} = 0$: disparition du réactif limitant (CH_4)

$\underline{n_0 = \xi_{max}}$

3) $M(CH_4) = 1 \times M(C) + 4 \times M(H)$
$= 1 \times 12 + 4 \times 1 = \underline{16\ g.mol^{-1}}$

$M(O_2) = 2 \times M(O) = \underline{32\ g.mol^{-1}}$

$M(CO_2) = 1 \times M(C) + 2 \times M(O)$
$= 12 + 2 \times 16 = \underline{44\ g.mol^{-1}}$

$M(H_2O) = 2 \times M(H) + 1 \times M(O)$
$= 2 \times 1 + 1 \times 16 = \underline{18\ g.mol^{-1}}$

4) Réaction monobare (à pression atmosphérique).

$Q' = \Delta H$
$= \xi_{max} . \Delta_r H^\circ = n_0 . \Delta_r H^\circ$

Q' = Transfert thermique reçu,

$\Rightarrow$ Transfert thermique libéré

$Q = -Q' = \underline{-n_0 . \Delta_r H^\circ}$

5) $Q = P_{th} . \Delta t$

$$n_0 = -\frac{P_{th} . \Delta t}{\Delta_r H^\circ} = -\frac{150.10^6 \times 3600}{-800.10^3}$$

$= \underline{6{,}75.10^5\ mol}$

6) $m_0 = n_0 . M(CH_4)$
$= 6{,}75.10^5 \times 16.10^{-3}$
$= 10{,}8.10^3$ kg $= \underline{10{,}8 \text{ tonnes}}$

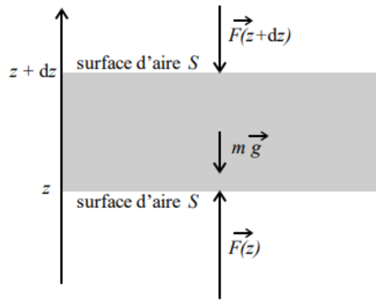
I.1 Modèle de l'atmosphère isotherme

1 - Démonstration de la loi fondamentale de la statique des fluides

Cette loi traduit l'équilibre du fluide en référentiel galiléen. Sur une tranche de fluide de section S et d'épaisseur dz s'exerce

- Le poids $-(\rho S \,\mathrm{d}z) g\, \vec{e_z}$
- Deux forces de pression $\left(\sum \vec{F}_{\text{de pression latérales}} = \vec{0}\right)$

$$\vec{F}(z) = p(z) S\, \vec{e_z}$$
$$\vec{F}(z+\mathrm{d}z) = -p(z+\mathrm{d}z) S\, \vec{e_z}$$



L'équilibre implique que la somme des forces soit nulle ;
En projection sur $\vec{e_z}$ $\quad p(z)S - p(z+\mathrm{d}z)S - \rho S g\,\mathrm{d}z = 0$

$$\Rightarrow \frac{p(z+\mathrm{d}z)-p(z)}{\mathrm{d}z} = -\rho g \xrightarrow{\mathrm{d}z\to 0} \boxed{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho g} \text{ relation (1)}$$

2 - Par définition, $\rho = \frac{m}{V}$; dans une modélisation gaz parfait, $pV = nRT_0 = \frac{m}{M}RT_0$

$$\Rightarrow \boxed{\rho(z) = \frac{p(z)M}{RT_0}}$$

3 - Je substitue $\rho(z) = \frac{p(z)M}{RT_0}$ dans $\frac{dp}{dz} = -\rho(z)g$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\frac{Mg}{RT_0}p(z) \text{ soit } \boxed{\frac{RT_0}{Mg}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} + p(z) = 0}$$

J'identifie à la forme canonique $H\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} + p(z) = 0$ avec la distance caractéristique $\boxed{H = \frac{RT_0}{Mg}}$

dont la solution est $p(z) = K\,\mathrm{e}^{-\frac{z}{H}} + 0$.

La pression au niveau du sol est $p(0) = p_0$ donc $K = p_0$ et $\boxed{p(z) = p_0\,\mathrm{e}^{-\frac{z}{H}}}$

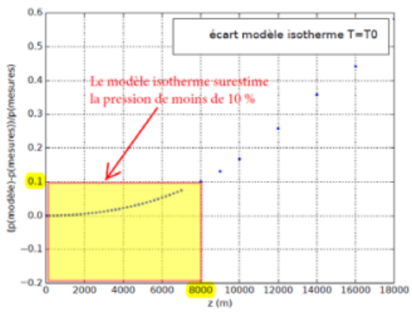
4 - Attention aux unités : $15°C = 288$ K et $29 \text{ g.mol}^{-1} = 29.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

Calcul à deux chiffres significatifs $H = \frac{8{,}3\times 29.10^2}{29.10^{-3}\times 9{,}8} = 8{,}5.10^3$ m soit $\boxed{H \approx 8{,}5 \text{ km}}$

5 - D'après le document 3, les valeurs de pression obtenues avec le modèle isotherme sont en accord à mieux de 10% avec les données expérimentales **pour des altitudes inférieures à 8 000 m**.

Sur les dix premiers kilomètres, le champ gravitationnel varie de 0,3% sur les dix premiers kilomètres et la température en kelvin de plus de 20%.

Le fort gradient thermique (–6,5°C/km document 1) explique les écarts du modèle isotherme.



Document 3 : tracé de l'écart relatif entre mesures et modèle isotherme : $(p_{\text{modèle}}(z) - p_{\text{mesures}}(z))/p_{\text{mesures}}(z)$.

Circuit RC

$$\begin{cases} e(t) = E\cos(\omega t) \\ \underline{e}(t) = E e^{j\omega t} \\ \underline{E} = E \end{cases}$$

$$\begin{cases} s(t) = S\cos(\omega t + \varphi) \\ \underline{s}(t) = S e^{j(\omega t + \varphi)} \\ \underline{S} = S e^{j\varphi} \end{cases}$$

1) $\underline{H} = \dfrac{\underline{S}}{\underline{E}} = \dfrac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_R} = \dfrac{\frac{1}{jC\omega}\ (\times jC\omega)}{\frac{1}{jC\omega} + R\ (\times jC\omega)}$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Identification : $\begin{cases} A_0 = 1 \\ \omega_0 = \dfrac{1}{RC} \end{cases}$ $\qquad x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

2) $|\underline{H}| = \left|\dfrac{A_0}{1 + jx}\right| = \dfrac{A_0}{\sqrt{1 + x^2}}$

$$G = 20\log|\underline{H}| = 20\log\frac{A_0}{\sqrt{1+x^2}}$$

* $x \ll 1$ (Basse fréquences)

  $|\underline{H}| \to A_0 \qquad G \to 20\log A_0$

* $x = 1$

  $|\underline{H}| = \dfrac{A_0}{\sqrt{2}} \qquad G = 20\log A_0 - 3\,dB$

* $x \gg 1$ (Hautes fréquences).

  $|\underline{H}| \to 0 \qquad G \to -\infty$

3) Filtre Passe-Bas.
Bande Passante : $[0 ; \omega_0]$

$$G_{HF} \simeq 20\log \frac{A_0}{\sqrt{x^2}}$$

$$\simeq 20\log A_0 \underbrace{- 20\log x}_{\text{Pente } -20\,dB/dec}$$

4) $\varphi = \arg(\underline{H})$

$$= \text{Arg}\left(\frac{A_0}{1+jx}\right) = -\arctan(x)$$

* $x \ll 1$
  $\varphi \to \arg 0 = 0$
* $x = 1$
  $\varphi = -\arctan(1) = -\frac{\pi}{4}$
* $x \gg 1$
  $\varphi = -\arctan(x) \to -\frac{\pi}{2}$.

5) $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 10^3\ rad.s^{-1}$

$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 159\ Hz$.

6) Voir dec

7) $e(t) = \overbrace{10.\cos(10^3 t)}^{e_1(t)} + \overbrace{10.\cos(10^4 t)}^{e_2(t)}$,

La Composante $10.\cos(10^3 t)$, à la pulsation $\omega = \omega_0$, est divisée par $\sqrt{2}$ (atténuation de 3dB) et déphasée de $-\frac{\pi}{4}$.

$$e_1(t) = 10.\cos(10^3 t) \to s_1(t) = \frac{10}{\sqrt{2}}.\cos\left(10^3 t - \frac{\pi}{4}\right)$$

La composante $e_2(t) = 10.\cos(10^4 t)$, à la pulsation 10^4 ($\Leftrightarrow x = 10$) est divisée par 10 (atténuée de 20dB). et déphasée de quasiment $-\frac{\pi}{2}$

$$e_2(t) = 10.\cos(10^4 t) \longrightarrow s_2(t) = 1.\cos\left(10^4 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

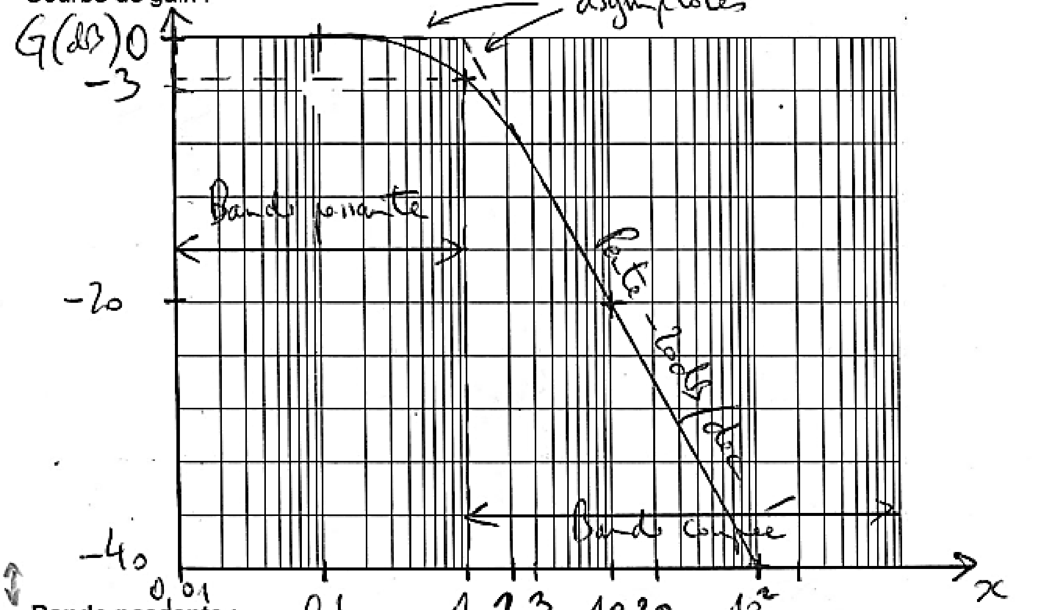
D'où :

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t)$$
$$= \frac{10}{\sqrt{2}} \cos\left(10^3 t - \frac{\pi}{4}\right) + 1.\cos\left(10^4 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Fréquence f (Hz)	Pulsation ω (rad.s^{-1})	Pulsation réduite x	$\lvert \underline{H} \rvert$	G = 20 log ($\lvert \underline{H} \rvert$)	Amplitude tension d'entrée E	Amplitude tension de sortie S
1,6	10	10^{-2}	$\simeq 1$	$\simeq 0$	10	10
16	100	10^{-1}	$\simeq 1$	$\simeq 0$	10	10
159	10^3	1	$1/\sqrt{2}$	-3	10	$\frac{10}{\sqrt{2}} \simeq 7$
$1,6.10^3$	10^4	10	$\simeq 10^{-1}$	-20	10	1
$1,6.10^4$	10^5	10^2	$\simeq 10^{-2}$	-40	10	0,1

voir TP

Courbe de gain :



Bande passante :

Intervalle de fréquences pour lequel le signal "passe" ou n'est pas coupé ...