

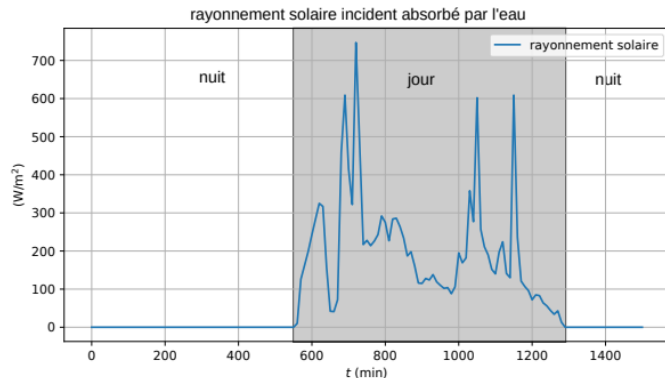
SUJETS INFO en épreuves de Physique ATS

ATS 2024 : Scilab + Python ; Méthode des rectangles, valeur moyenne, écart-type, incertitude

Le rayonnement solaire est un apport important d'énergie. Un capteur permet d'enregistrer la puissance thermique surfacique de ce rayonnement (document 5). Notons-la y . Afin d'obtenir le transfert thermique reçu, il faut intégrer cette puissance et la multiplier par la surface S du bassin :

$$Q_{\text{solaire}} = \int_0^{t_{\text{fin}}} y(t) dt \times S. \quad (2)$$

Il est nécessaire de calculer cette intégrale numériquement à partir des données.



Document 5 : puissance thermique surfacique liée au rayonnement solaire direct.

On dispose de tableaux, déjà définis dans l'algorithme, qui contiennent les données suivantes :

- t contient les instants auxquels les enregistrements ont lieu, en minutes.
- y contient les valeurs de la puissance thermique surfacique du rayonnement solaire reçu, c'est-à-dire que y_i est la valeur du rayonnement à l'instant t_i , en W m^{-2} .

16 - Proposer l'instruction manquante dans l'algorithme ci-dessous, afin qu'il retourne bien la grandeur Q_{solaire} en joules. On utilisera la méthode des rectangles pour le calcul de l'intégrale.

On notera que l'algorithme de gauche est écrit en langage Scilab, celui de droite en langage Python, et le candidat choisira de travailler avec l'un ou l'autre des langages. **Il indiquera lequel sur sa copie.**

Scilab

```
n = length(t)
somme = 0
for i=1:n-1
    // À COMPLÉTER
end

disp(somme*300) // affiche l'énergie
                // reçue, en joules
```

Python

```
n = len(t)
somme = 0
for i in range(n-1):
    # À COMPLÉTER

print(somme*300) # affiche l'énergie
                 # reçue, en joules
```

En pratique, le niveau d'eau peut fluctuer autour de sa valeur moyenne à cause de la présence de vagues. Pour remédier à ceci, plusieurs valeurs du niveau sont relevées dans un intervalle de temps de l'ordre de la minute.

On dispose ainsi de $n = 100$ valeurs de hauteur stockées dans le tableau **h**. On les traite à l'aide d'un algorithme (le tableau **h** est déjà défini), écrit soit en langage Scilab, soit en langage Python (le candidat choisira de travailler avec l'un ou l'autre des langages et **indiquera lequel sur sa copie**) :

Scilab

```
n = length(h)
somme = 0
for i=1:n
  // instruction 1
end
// instruction 2
disp(moyenne) // affiche la moyenne
```

Python

```
n = len(h)
somme = 0
for i in range(n):
  # instruction 1
# instruction 2
print(moyenne) # affiche la moyenne
```

33 - Compléter les instructions 1 et 2 ci-dessus afin que l'algorithme retourne la valeur moyenne du tableau **h**.

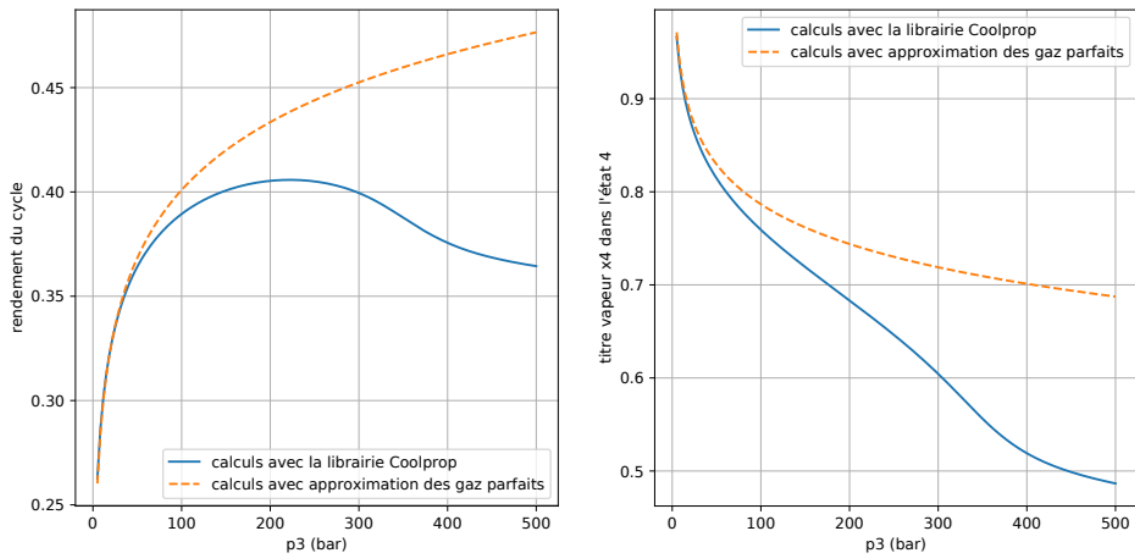
34 - Proposer, sur le même modèle que ci-dessus, un algorithme qui permet de calculer la variance :

$$V = \frac{1}{n} \sum_i (h_i - \text{moyenne})^2,$$

où l'indice i parcourt toute l'étendue des indices du tableau **h**. On supposera que **moyenne** est déjà calculée. On rédigera au choix en Scilab ou en Python.

35 - Quel calcul faut-il effectuer pour en déduire l'incertitude-type sur une mesure de h ?

ATS 2023 : Scilab ; Recherche valeur max



Document 12 : rendement du cycle (à gauche) et titre en vapeur dans l'état 4 (à droite) en fonction de la valeur choisie pour la pression p_3 . Ici $T_3 = 700$ K est fixé et l'état 1 est toujours le même. Courbes en traits pointillés : d'après les expressions approchées établies dans la sous-partie III.2. Courbes en traits pleins : calculs réalisés avec la librairie Coolprop (qui sert aussi au tracé du diagramme T - s de l'énoncé).

III.3 Recherche du rendement maximal

Cette sous-partie mobilise des capacités numériques et peut être traitée sans avoir abordé les autres.

On dispose de tableaux qui contiennent les données suivantes :

- p_3 contient des valeurs de pression allant de 5 bar à 500 bar avec $N=150$ valeurs.
- η contient les valeurs calculées pour le rendement, c'est-à-dire que $\eta(i)$ est la valeur du rendement lorsque la pression p_3 vaut $p_3(i)$. Ces valeurs correspondent à la courbe en trait plein du graphique de gauche du document 12.
- De même, x_4 contient les valeurs calculées pour le titre en vapeur dans l'état 4 (courbe en trait plein du graphique de droite du document 12).

Il apparaît graphiquement que le tableau η admet une valeur maximale (courbe en trait plein du graphique de gauche du document 12), dont on cherche à déterminer la valeur à l'aide d'un algorithme écrit dans le langage Scilab :

```
maxi = 0
imax = 0

for i=1:150
    if eta(i) >= maxi then
        [bloc 1 à compléter]
    end
end

disp(imax) // affichage dans la console
disp(maxi) // affichage dans la console
[bloc 2 à compléter]
```

- 42 - Proposer les instructions manquantes dans le bloc 1 ci-dessus, afin que le programme affiche la valeur maximale du tableau η , ainsi que l'indice i qui correspond.
- 43 - Proposer les instructions manquantes dans le bloc 2 ci-dessus, afin que le programme affiche également les valeurs de la pression p_3 et du titre x_4 correspondant au maximum de η .

III La grêle

Les orages en montagne sont courants, et il arrive régulièrement qu'ils soient accompagnés de chutes de grêle. La grêle est constituée de blocs de glace, appelés grêlons, de formes variées et de tailles pouvant aller de quelques millimètres à plusieurs centimètres. Ces blocs se forment au sein des nuages, à des altitudes comprises entre 1 et 10 km. Leur vitesse de chute au sol avoisine les 100 km/h pour des grêlons de 4 à 8 centimètres de diamètre. Cette partie s'intéresse à la modélisation de leur chute.

III.1 Chute sans frottement

On considère un grêlon de masse m , qui chute dans le champ de pesanteur \vec{g} . On note z un axe descendant vers le sol. $z = 0$ marque la position initiale du grêlon lorsqu'il est lâché dans le nuage. La vitesse initiale est nulle. On note \vec{e}_z un vecteur unitaire orienté vers le bas. On néglige ici tout frottement.

- 28 - Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du grêlon (on choisira une énergie potentielle nulle en $z = 0$).
- 29 - Par une méthode énergétique, établir l'expression de la vitesse du grêlon en fonction de z .
- 30 - Estimer la valeur de cette vitesse après une chute de 1 km. Est-ce en accord avec ce qui est rapporté ci-dessus ? Quelle hypothèse n'est pas raisonnable ?

III.2 Chute avec frottements quadratiques

On conserve les mêmes notations que précédemment, mais on rend cette fois compte des frottements entre le grêlon et l'air. On note $\vec{v} = v(t)\vec{e}_z$ la vitesse du grêlon. La force de frottement de l'air sur le grêlon peut s'écrire :

$$\vec{f} = -\alpha v^2 \vec{e}_z.$$

Pour les vitesses atteintes par les grêlons, des études en soufflerie sur des sphères montrent que le coefficient α est donné par $\alpha = \frac{1}{2}\rho_{\text{air}}\pi R^2 C$, avec ρ_{air} la masse volumique de l'air, R le rayon du grêlon et $C \simeq 0,5$.

- 31 - Établir l'équation différentielle portant sur la vitesse $v(t)$ du grêlon.
- 32 - Sans résoudre cette équation, montrer qu'il existe une solution où la vitesse est constante. On note v_{lim} cette constante. On donnera son expression en fonction de α , m et g .

On admet que, quelles que soient les conditions initiales, la vitesse du grêlon tend vers la vitesse v_{lim} , appelée vitesse limite.

On étudie ensuite le mouvement du grêlon à l'aide d'une résolution numérique. Les hypothèses et notations sont toujours celles de la partie III.2. On utilise pour cela la méthode d'Euler, dans un algorithme écrit en Scilab retranscrit ci-dessous :

```

g = 9.8
alpha = 1.5e-3
m = 0.24
dt = 0.02 // pas d'intégration en secondes
fin = 15 // durée de la simulation en secondes

t(1) = 0 // temps initial
z(1) = 0 // position initiale
v(1) = 0 // vitesse initiale

nb_iterations = int(fin/dt)
for i=1:nb_iterations
    t(i+1) = t(i) + dt
    z(i+1) = [case 1 à compléter]
    v(i+1) = [case 2 à compléter]
end

```

Les valeurs de m et α sont ici données en unités S.I. et sont valables pour un grêlon de diamètre 8 cm.

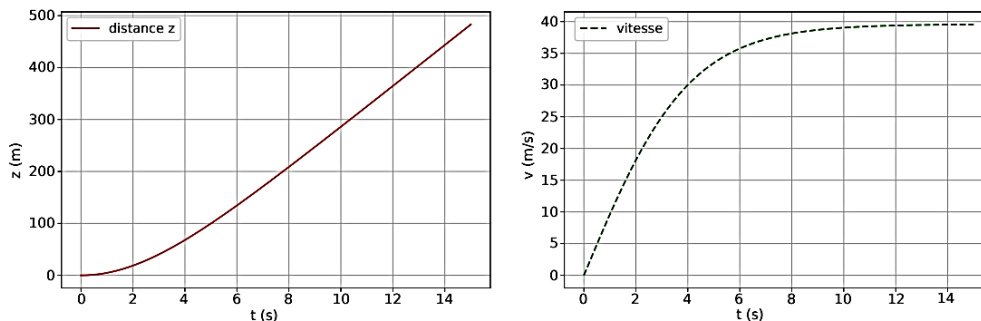
33 - Compléter la case 1 de l'algorithme.

34 - Compléter la case 2 de l'algorithme.

35 - Les graphiques ci-dessous sont ceux de la position $z(t)$ et de la vitesse $v(t)$ obtenus par l'algorithme.

La vitesse limite obtenue est-elle compatible avec les observations ?

Déterminer la distance z au bout de laquelle le grêlon atteint 75% de sa vitesse limite.



Document 9 : position $z(t)$ et vitesse $v(t)$ au cours de la chute d'un grêlon de 8 cm de diamètre, courbes obtenues en traçant les résultats de l'algorithme d'Euler ci-dessus.

ATS 2021 : Scilab ; Ecriture liste ; Incertitude, Monte-Carlo

Les valeurs des températures mesurées depuis l'instant $t = 0$ sont reportées dans un fichier nommé mesures.csv.

Sous Scilab, on peut récupérer ces données dans un tableau, appelée M, avec la ligne de code ci-dessous :

```
M=csvRead("mesures.csv");
```

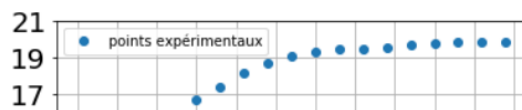
Ci-contre est affiché le tableau M.

La première colonne contient les instants d'acquisition et la deuxième colonne contient les températures associées à ces instants d'acquisition.

19) Ecrire un programme permettant :

- d'obtenir deux tableaux à une dimension appelés t et T contenant respectivement les valeurs des temps d'acquisition et les valeurs des températures mesurées ;
- d'afficher le graphe expérimental $T(t)$.

On obtient le graphe expérimental ci-dessous :



```
--> M
M =
  0.    5.
  3.   9.1
  6.  11.8
  9.  13.7
 12.  15.4
 15.  16.7
 18.  17.4
 21.  18.2
 24.  18.7
 27.  19.1
 30.  19.3
 33.  19.5
 36.  19.5
 39.  19.6
 42.  19.7
 45.  19.8
 48.  19.9
 51.  19.9
 54.  19.9
```

Dans la suite, on suppose que l'incertitude-type $u(H)$ sur la valeur de H n'est due qu'à l'incertitude-type $u(P) = 0,02$ hPa sur la lecture des pressions. Afin d'estimer $u(H)$, on va utiliser la méthode numérique de Monte Carlo. On donne ci-dessous des renseignements sur quelques fonctions Scilab :

`P=grand(1,1,'nor',Pmes,u_P)` : P est un nombre tiré au hasard parmi des valeurs réparties selon une distribution de valeur moyenne P_{mes} et d'écart type u_P .

`u=stdev(tab)` : u est l'incertitude-type des valeurs du tableau `tab`

- 31) Ecrire un programme utilisant une boucle for et permettant d'obtenir un tableau, appelé `tab_H`, de $N = 10000$ valeurs possibles de H du fait des incertitudes sur les lectures de pression. Compléter ce programme afin d'obtenir $u(H)$.

ATS 2020 : Scilab ; Manipulation listes, calcul écart-type

L'expérience précédente permet d'obtenir la valeur du rapport $\frac{\lambda}{h}$ ici estimée à $\frac{\lambda}{h} \approx 4 \text{ SI}$. Dans une seconde expérience, on place intégralement la tige dans un bain d'eau glacée de manière à ce que cette dernière atteigne la température $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. A $t = 0$, on fixe la tige refroidie à une potence afin qu'elle se réchauffe au contact de l'air ambiant à la température $T_{ext} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Avec ce mode opératoire, on montre que la conduction thermique au sein de la tige est négligeable et que seul le transfert conducto-convectif est à prendre en compte. Le champ des températures T de la tige est quasi-uniforme et n'est fonction que du temps lors de ce chauffage monobare. Un bilan enthalpique aboutit alors à l'équation : $\frac{dT(t)}{dt} + kT(t) = kT_{ext}$ où $k = \frac{2h}{\rho c a}$.

La température T exprimée en $^\circ\text{C}$ suit alors l'expression : $T(t) = 30 \times (1 - e^{-kt})$.

En plaçant un capteur de température au centre de la tige, on obtient N valeurs $T_{i,exp}$ de températures aux instants $t_{i,exp}$. Un traitement informatique permet alors d'obtenir deux tableaux accessibles sur un programme Scilab :

- `tab_temps` qui recense les instants $t_{i,exp}$ des mesures.
- `tab_T` qui contient les valeurs $T_{i,exp}$ des températures mesurées.

On cherche maintenant à déterminer la valeur de k telle que $T(t) = 30 \times (1 - e^{-kt})$ puisse effectivement correspondre aux points expérimentaux à l'aide de Scilab en s'inspirant de la méthode des moindres carrés.

- 21) Ecrire une fonction `Temp(t, k)` prenant en arguments d'entrée un tableau `t` de nombre décimaux et un nombre décimal `k` et renvoyant un tableau, noté `tab_Ttheo`, contenant les valeurs vérifiant $T_{i,theo} = 30 \times (1 - e^{-kt_i})$ pour tous les éléments t_i du tableau `tab_temps`.

Pour la question suivante, on pourra utiliser `sum(tableau)` qui renvoie la somme de tous les éléments d'un tableau.

- 22) Ecrire une fonction `erreur(k)` prenant pour argument un nombre décimal `k` et renvoyant la quantité $e = \sum_{i=1}^N (T_{i,exp} - T_{i,theo})^2$ donnant la somme du carré des écarts entre les températures expérimentales $T_{i,exp}$ et les températures $T_{i,theo}$ vérifiant la loi recherchée.

Dans la suite, on cherche à déterminer précisément la valeur du paramètre k qui permet de minimiser e . Dans notre cas, on estime manuellement que $(10^{-4} \leq k \leq 10^{-2}) \text{ s}^{-1}$.

- 23) Proposer un algorithme utilisant une boucle `for` et permettant d'obtenir un tableau, noté `tab_e()`, contenant les valeurs de e calculées pour 100 valeurs de k comprises dans l'intervalle 10^{-4} s^{-1} et 10^{-2} s^{-1} . On pourra utiliser `linspace(x1, x2, n)` qui renvoie un tableau de n éléments régulièrement espacés entre `x1` et `x2`.

ATS 2019

- 13) Montrer que l'expression de la différence de potentiel $U_p > 0$ entre les pieds de l'homme peut se mettre sous la forme $U_p = Ri$. On exprimera R en fonction de p, d et γ .

On donne l'opérateur gradient en repérage sphérique :

$$\vec{\text{grad}}f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$$

On prend $\gamma = 1 \text{ S.m}^{-1}$, $p = 0,5 \text{ m}$ et $d = 1 \text{ m}$. On assimile par la suite la fonction $i(t)$ à une fonction affine par morceaux.

- 14) Le programme Scilab fourni au document 1 en annexe permet d'obtenir le tracé de l'intensité $i(t)$ du courant. En vous aidant de ce programme, écrire sur votre copie les lignes de code supplémentaires permettant d'obtenir le graphe de $U_n(t)$.

Annexes :

```
//constantes
gam=1
p=0.5
d=1
t1=2*10^-3
t2=25*10^-3
Imax=15*10^3
R=p/(2*pi*gam*(d^2-(p^2)/4))

//Définitions

function I=i(t)
  if t<=t1
    I=Imax*t/t1
  else
    I=-Imax/(3*t2)*(t-t1)+Imax
  end
endfunction

function L=liste_valeurs_i(liste_t,i)
  L=[]
  for t = liste_t
    L($+1)=i(t)
  end
endfunction

//tracé

liste_t=linspace(0,3*t2,1000)
liste_i=liste_valeurs_i(liste_t,i)
plot(liste_t,liste_i)
xlabel("temps (s)")
ylabel("i (A)")
title("i(t)")
```

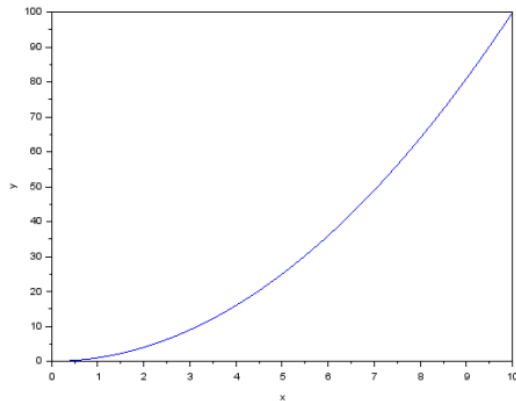
ATS 2018

B) Force magnétique

En tenant compte de l'inductance propre associée à (S) et en prenant une description plus complète du champ magnétique créé par (P), on montre que (S) est soumise à une force de Laplace \vec{F} dont la moyenne temporelle $\langle \vec{F} \rangle$ est donnée par : $\langle \vec{F} \rangle \approx K_3 \frac{Z}{(1+Z^2)^4} \vec{u}_z$ avec $Z = \frac{z}{a}$ et $K_3 \approx 1 N$.

On souhaite apprécier la valeur maximale de la force de Laplace pouvant s'exercer sur (S). Pour cela, on va utiliser l'outil informatique. On donne ci-dessous un exemple de programmation sous Scilab permettant d'obtenir le graphe de la fonction x^2 .

```
1 function y=f(x)
2 ... y=x^2
3 endfunction
4 x=linspace(0,10,100)
5 plot(x,f)
6 xlabel("x"); ylabel("y")
```



- 48) Réécrire le programme précédent sur votre copie en l'adaptant afin d'obtenir le graphe de $\frac{Z}{(1+Z^2)^4}$ en fonction de Z pour $Z \in [0,2]$ en utilisant 100 points (les axes devront également être renommés).

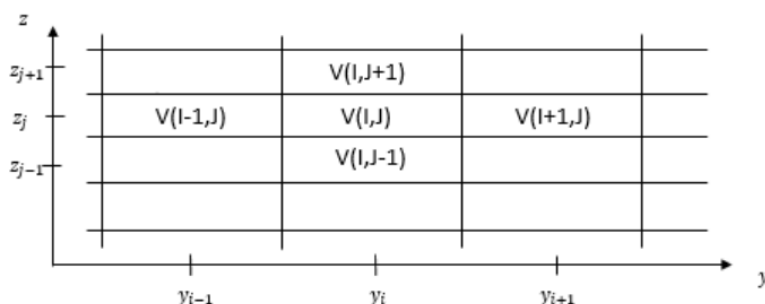
ATS 2017

d) Evaluation des effets de bord

Dans ce paragraphe, on souhaite étudier comment la prise en compte des effets de bord affecte les résultats concernant le champ et le potentiel électrique obtenus au paragraphe l)b). Pour faciliter l'étude, on se limitera à un problème à deux dimensions et on admettra que dans le plan $x = 0$, le potentiel électrostatique V satisfait l'équation de Laplace suivante :

$$\frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial z^2} = 0$$

On souhaite écrire un programme informatique permettant de déterminer la fonction potentiel électrostatique dans le réacteur alimenté en $\pm 10 V$. La solution de ce problème doit vérifier l'équation de Laplace ci-dessus et les conditions aux limites imposées au potentiel $V(y, z)$ par l'expérimentateur qui sont ici $V\left(y = \pm \frac{a}{2}; z\right) = 0$. Dans ce programme, on va chercher à calculer le potentiel en différents points $(x = 0; y_i; z_j)$ du réacteur avec $(0 \leq z_j < 20)mm$ et $(-10 \leq y_i < +10)cm$. Le potentiel est calculé tous les millimètres verticalement et horizontalement. Ainsi, le potentiel est décrit dans un tableau de taille 201×21 où le réel $V(I, J)$ contient la valeur en volt de $V(y_i, z_j)$. Le tableau suivant représente une partie de la discrétisation de l'espace en cellules.



Pour résoudre l'équation de Laplace, nous allons appliquer la méthode d'Euler. A titre d'exemple, cette méthode consiste à associer la dérivée partielle $\frac{\partial V(y, z)}{\partial y}$ à la quantité $V(I+1, J) - V(I, J)$.

- 8) Ecrire, avec la méthode d'Euler, la quantité $\frac{\partial V(y, z)}{\partial z}$ en fonction de $V(I, J+1)$ et $V(I, J)$.
- 9) Ecrire, avec la méthode d'Euler, la quantité $\frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial z^2}$ en fonction de $V(I, J+1)$, $V(I, J-1)$ et $V(I, J)$.
- 10) Ecrire alors la définition à donner à $V(I, J)$ avec la méthode d'Euler, en fonction de $V(I+1, J)$, $V(I, J+1)$, $V(I-1, J)$ et $V(I, J-1)$.

ATS 2016

50) En déduire l'expression de la capacité C de ce condensateur en fonction de R et $R + z_0$ et ϵ_0 .

51) On souhaite calculer $\Delta V = V_{atm} - V_T$ en utilisant une procédure informatique d'intégration dite "méthode des rectangles", présentée ci-dessous :

```
function S=rectangles(a,b,n,f)
//méthode d'approximation dites des 'rectangles'
S=0
for i=0:n-1
    x1=a+i*(b-a)/n ;
    x2= a+(i+1)*(b-a)/n ;
    S=S+f((x1+x2)/2)*(x2-x1) ;
end
endfunction
```

Figure 3 : intégration par la méthode des rectangles

Donner les valeurs de a et b et l'expression de la fonction f utilisées dans la procédure ci-dessus.

ATS 2024 : Scilab + Python ; Méthode des rectangles, valeur moyenne, écart-type, incertitude

Eléments de correction

```
16- n = len(t)
    somme = 0
    for i in range(n-1):
        somme=somme+y[i]*(t[i+1]-t[i])*60      # Rectangle à gauche
    print(somme*300)                          # affiche l'énergie reçue en joules
```

```
33- n = len(h)
    somme = 0
    for i in range(n):
        somme=somme+h[i]      # instruction 1
    moyenne=somme/len(h)    # instruction 2
    print(moyenne)         # affiche la moyenne
```

```
34- n = len(h)
    somme = 0
    for i in range(n):
        somme=somme+(h[i]-moyenne)**2
    variance=somme/n
    print(variance)      # affiche la variance
```

35 -
$$u(h) = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{n}}$$

ATS 2023 : Scilab ; Recherche valeur max

Eléments de correction

```
42. maxi=0
    imax=0

    for i=1:150
        if eta(i) >= maxi then
            maxi = eta(i)      // permet de conserver la valeur maximale du rendement
            imax = i           // permet de conserver l'indice correspondant au rendement maximum
        end
    end

43. disp(imax)      // affichage de la valeur de l'indice correspondant au rendement maximum
    disp(maxi)      // affichage du rendement maximum
    disp(p3(imax)) // affichage de la valeur de P3 correspondant au rendement maximum
    disp(x4(imax)) // affichage de la valeur de x4 correspondant au rendement maximum
```

ATS 2022 : Scilab ; Méthode d'Euler

Eléments de correction

III.2 Chute avec frottements quadratiques

31 - La seconde loi de Newton s'écrit $m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{g} - \alpha v^2 \vec{e}_z$

En projection sur \vec{e}_z , elle devient $m \frac{dv}{dt} = mg - \alpha v^2$ soit $\frac{dv}{dt} = g - \frac{\alpha}{m} v^2$

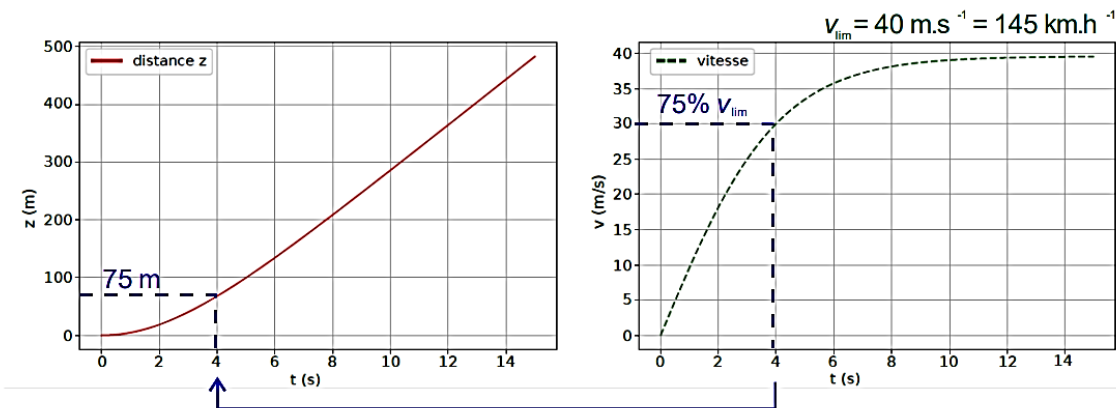
32 - Pour v_{lim} , $0 = g - \frac{\alpha}{m} v_{\text{lim}}^2 \Rightarrow v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{mg}{\alpha}}$

33 - `for i=1:nb_iterations`
`t(i+1)=t(i)+dt`
`z(i+1)=z(i)+dt*v(i)`

34 - `v(i+1)=v(i)+dt*(g-alpha*v(i)^2/m)`
`end`

35 - La vitesse de chute au sol d'un grêlon avoisine les 100 km.h⁻¹. La vitesse limite de ce modèle (145 km.h⁻¹) est mieux que dans le modèle sans frottement mais elle reste surestimée.

Le grêlon atteint 75% de v_{lim} au bout d'une distance de 75 m.



ATS 2021 : Scilab ; Ecriture liste ; Incertitude, Monte-Carlo

Eléments de correction

```

19) M=csvRead("mesures.csv");
    t=M(:,1);
    T=M(:,2);
    plot(t,T)
    xgrid(2)
    xlabel("temps(s)")
    ylabel("T(°C)")
    title("T(t)")
31) delta =8600;
    P_H=999.80;
    P_0=1000;
    u_P=0.02;
    N=10000;
    tab_H=zeros(N);
    for i =1:N
        P_Hnew=grand(1,1,'nor',P_H,u_P)
        P_0new=grand(1,1,'nor',P_0,u_P)
        H=delta*(1-P_Hnew/P_0new)
        tab_H(i)=H;
    end
    moy=mean(tab_H)
    u_H=stdev(tab_H)

```

ATS 2020 : Scilab ; Manipulation listes, calcul écart-type

Eléments de correction

```

21) function Tab_theo=Temp(t, k)
    Tab_theo = 30*(1-exp(-k.*t));
endfunction
22) function e=erreur(k)
    e=sum((tab_T- Temp(tab_temps,k))^2);
endfunction
23) k=linspace(0.0001,0.01,100)'
    tab_e=[]
    for i=1:size(k,1)
        tab_e(i)=erreur(k(i));
    end

```

ATS 2019

Eléments de correction

13) En notant A le pied de l'homme le plus proche du fil et B le plus loin,

$$u_{AB}(t) = \int_A^B \vec{E}(r,t) \cdot d\vec{OM} = \int_A^B \frac{i(t)}{2\pi r^2 \gamma} \underbrace{\vec{u}_r \cdot d\vec{OM}}_{dr} = \frac{i(t)}{2\pi \gamma} \int_A^B \frac{dr}{r^2} = \frac{i(t)}{2\pi \gamma} \left[\frac{1}{r} \right]_{d-\frac{p}{2}}^{d+\frac{p}{2}} = \frac{i(t)}{2\pi \gamma} \left(\frac{1}{d-\frac{p}{2}} - \frac{1}{d+\frac{p}{2}} \right)$$

$$\Rightarrow u_{AB}(t) = \frac{i(t)}{\pi \gamma} \cdot \left(\frac{2 \cdot p}{4 \cdot d^2 - p^2} \right).$$

Autre méthode : $\vec{E} = -\text{grad}(V)$ en projection sur \vec{u}_r : $\frac{i(t)}{2\pi r^2 \gamma} = -\frac{\partial V(r,t)}{\partial r}$

$$\Rightarrow V(r,t) = -\frac{i(t)}{2\pi r \gamma} + Cte \text{ puis } u_{AB} = V_A - V_B = V\left(d - \frac{p}{2}\right) - V\left(d + \frac{p}{2}\right)$$

Cela donne le même résultat $u_{AB}(t) = \frac{i(t)}{\pi \gamma} \cdot \left(\frac{2 \cdot p}{4 \cdot d^2 - p^2} \right).$

Par identification avec la loi d'Ohm $u_p(t) = u_{AB}(t) = Ri(t)$, $R = \frac{2 \cdot p}{\pi \cdot \gamma \cdot (4 \cdot d^2 - p^2)}$

NB : le programme Scilab en *annexe 1* confirme cette expression de R 😊

14) Il suffit de modifier la ligne dans la boucle

```
for t = liste_t
    L($+1)=R*i(t)
end
```

ATS 2018

Éléments de correction

B) Force magnétique

```
48) 1 function y=f(Z)
    2   y=Z/(1+Z^2)^4
    3 endfunction
    4 Z=linspace(0,2,100)
    5 plot(Z,f)
    6 xlabel("Z");ylabel("Z/(1+Z^2)^4")
```

ATS 2017

Éléments de correction

d) Évolution des effets de bord

Complément : Avec des électrodes en forme de disque, on aurait dû résoudre $\Delta V = 0$ en cylindrique avec une invariance par rotation autour de l'axe des z : $V(r, z)$. L'équation de Laplace se serait écrite $\Delta V = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$. Le sujet propose un modèle avec des électrodes rectangulaires plus simple pour mettre en évidence les effets de bord.

8) $\frac{\partial V}{\partial z}$ est associé à la quantité $V(I, J+1) - V(I, J)$

9) $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ est associé à la quantité $V(I, J+1) - 2V(I, J) + V(I, J-1)$

NB : $(V(I, J+1) - V(I, J)) - (V(I, J) - V(I, J-1))$

10) $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$ s'écrit

$$V(I+1, J) - 2V(I, J) + V(I-1, J) + V(I, J+1) - 2V(I, J) + V(I, J-1) = 0$$

soit $V(I, J) = \frac{V(I+1, J) + V(I-1, J) + V(I, J+1) + V(I, J-1)}{4}$

ATS 2016

Corrigé

50) $C = \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R \cdot (R + z_0)}{z_0}$

51) $a = R, b = R + z_0$ et $f(x) = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot x^2}$