

ATS 2017 / Electrostatique

$$1) \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$\vec{E}$ = champ électrostatique (V/m)

$d\vec{s}$ = élément de surface (m^2)

$\vec{E} \cdot d\vec{s}$ = flux de $\vec{E}$ à travers $d\vec{s}$

Q_{int} = charge intérieure (C)

ϵ_0 = permittivité diélectrique du vide (C SI).

2) Surface de Gauss : cylindre de hauteur $h=2z$, compris entre z et $-z$, section S .

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} &= \iint_{D_1(z>0)} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \iint_{D_2(z<0)} \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= \iint_{D_1} E(z) \cdot \vec{u}_z \cdot dS \cdot \vec{u}_z + \iint_{D_2} -E(z) \cdot \vec{u}_z \cdot dS \cdot (-\vec{u}_z) \\ &= 2E(z) \iint_{D_1} dS \\ &= 2E(z) \cdot S \end{aligned}$$

$$\frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$2E(z) \cdot S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

$$\vec{E}(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_z \text{ pour } z > 0$$

$$\vec{E}(z) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_z \text{ pour } z < 0$$

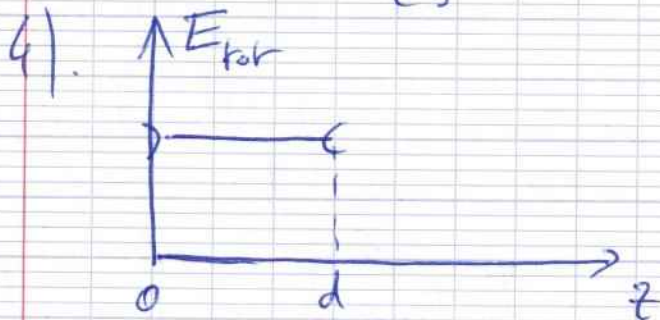
3) Pour $0 < z < d$

$$\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_z \text{ electrode} +$$

$$\vec{E}_2(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_z \text{ electrode} -$$

$$\vec{E}_{\text{tot}}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$$

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_z$$



5) $\vec{E}_{\text{tot}} = -\text{grad } V$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = -\frac{dV}{dz}$$

$$\text{donc : } V(z) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} z + cte$$

Condition aux limites :

$$V(0) = \frac{U}{2} \Rightarrow cte = \frac{U}{2}$$

$$V(z) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} z + \frac{U}{2}$$

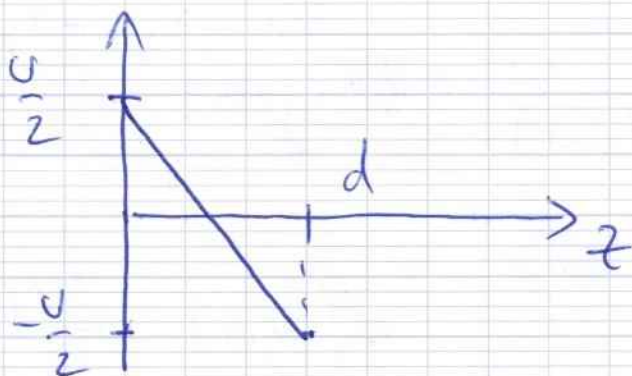
D'autre part :

$$V(d) = -\frac{U}{2}$$

$$-\frac{\sigma}{\epsilon_0} d + \frac{U}{2} = -\frac{U}{2}$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} d = U \quad \sigma = \frac{U \epsilon_0}{d}$$

$$D_{\text{an}} : \boxed{V(z) = -U \frac{z}{d} + \frac{U}{2}}$$



Remarque: Equation de Laplace:

$$\Delta V = 0$$

$$\frac{d^2 V}{dz^2} = 0$$

$$V(z) = az + b$$

+ Conditions aux limites

$$\Rightarrow V(z) = -U \frac{z}{d} + \frac{U}{2}$$

7) L'énergie potentielle de l'électron par rapport à l'endroit du choc s'écrit:

$$E_p = q \cdot \Delta V$$

$$= q \cdot U_0 \times \frac{1 \text{ mm}}{2 \text{ cm}} \rightarrow \text{distance avant choc}$$

Cette énergie potentielle va se transformer en énergie cinétique puis fournir ΔE .
 distance entre les électrodes

$$\Delta E = q \cdot U_0 \cdot \frac{1}{20} \Rightarrow U_0 = \frac{20 \cdot \Delta E}{q} = \frac{20 \times 2,5 \cdot 10^{-15}}{1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$= \underline{\underline{300 \text{ V}}}$$

$$8) \frac{\partial V}{\partial z}(y, z) = \frac{V(I, J+1) - V(I, J)}{z_{j+1} - z_j}$$

ou ici $\frac{\partial V}{\partial z}(y, z) = V(I, J+1) - V(I, J)$

avec $z_{j+1} - z_j = 1 \text{ (mm!)}$

$$9) \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}(y, z) = \frac{\frac{\partial V}{\partial z}(y, z+dz) - \frac{\partial V}{\partial z}(y, z)}{dz}$$

(ou)

$$= \frac{\frac{\partial V}{\partial z}(y, z) - \frac{\partial V}{\partial z}(y, z-dz)}{z_{j+1} - z_j}$$

$$= \frac{\frac{V(I, J+1) - V(I, J)}{z_j - z_{j-1}} - \frac{V(I, J) - V(I, J-1)}{z_j - z_{j-1}}}{z_{j+1} - z_j}$$

$$= V(I, J+1) - 2V(I, J) + V(I, J-1)$$

En prenant dz arbitraire.

$$10) \text{ D'après : } \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}(y, z) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}(y, z) = 0$$

$$V(I, J+1) - 2V(I, J) + V(I, J-1) + V(I+1, J) - 2V(I, J) + V(I-1, J) = 0$$

$$\text{Donc : } V(I, J) = \frac{1}{4} [V(I, J+1) + V(I, J-1) + V(I+1, J) + V(I-1, J)]$$

$$11) y \in [-80 \text{ mm} ; 80 \text{ mm}]$$

12) Champ uniforme, car équipotentielle équidistantes