

ATS 2019

113

(2) 1) $n^* = N_a \times \frac{\rho}{M} \rightarrow \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
 $\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$
 $\text{m}^{-3} \quad \quad \text{mol}^{-1} \quad \quad \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

(2) 2) $n^* = \cancel{6} \cdot 10^{23} \times \frac{10^4}{\cancel{6} \cdot 10^{-4}} = 10^{23} \times 10^4 \times 10^4 = 10^{29} \text{ m}^{-3}$

13) $\frac{d}{dt}(E_m) = \frac{d}{dt}(E_c + E_p)$

$= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 - e E x + E_{p0} \right)$

1

$= m v \dot{v} - e E \dot{x} = m v \dot{v} - e E v$

(4) $\frac{d}{dt}(E_m) = P_f = - \frac{m}{\gamma} v^2$

d'où :

$m v \dot{v} - e E v = - \frac{m}{\gamma} v^2$

$m \dot{v} - e E = - \frac{m}{\gamma} v$

1

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\gamma} v = \frac{e E}{m} = K E$

1

$K = \frac{e}{m}$

4) $K = \frac{e}{m} \rightarrow \frac{\text{C}}{\text{kg}}$
 $\text{C} \cdot \text{kg}^{-1}$

(ou)

$[K] = \frac{[dv/dt]}{[E]} \rightarrow \frac{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{V} \cdot \text{m}^{-1}}$

$\text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Non demandé

②

τ en s

Constante de temps quantifiant le régime transitoire

5) $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = KE$

Sol: $v(t) = \lambda e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau KE$

CI: $v(0) = 0 \Rightarrow \lambda = -\tau KE$

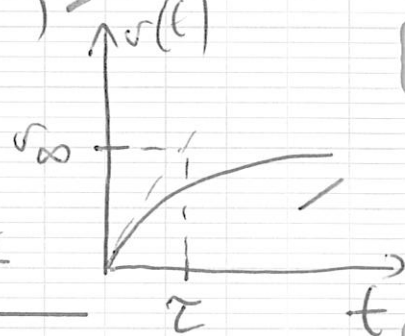
d'où:

⑥

$v(t) = \tau KE (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$v_{\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$

$= \tau KE = \frac{eE\tau}{m}$



6) $v_{\infty} = \frac{10^{-19} \times 10^{-1} \times 10^{-14}}{10^{-30}}$

②

$= \frac{10^{-34}}{10^{-30}} = 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$

7) $\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{C.m}^{-3}$

Or $\vec{j} = n e \vec{v}$

A.m⁻²

$\vec{j} = n e \vec{v}$

Régime établi: $\vec{v} = \vec{v}_{\infty} = \frac{eE\tau}{m}$

④

$\vec{j} = n e \frac{eE\tau}{m}$

$= \frac{n e^2 \tau}{m} \vec{E}$

4

$$1 \quad \gamma = \frac{m^* e^2 Z}{m}$$

$$1 \quad \text{A.N. : } \frac{10^{29} \times 10^{-38} \times 10^{-14}}{10^{-30}} = \frac{10^{-23}}{10^{-30}} = 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \text{ cohérent.}$$

$$8) \quad \vec{E} = -\text{grad } V = E \vec{u}_x$$

Suivant x :

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x} \vec{u}_x = -\frac{dV}{dx} \vec{u}_x$$

d'où :

$$\frac{dV}{dx} = -E$$

(2)

$$V(x) = -Ex + V(0)$$

$$V(0) - V(x) = Ex$$

$$V(0) - V(l) = El = U$$

$$E = \frac{U}{l} \quad \text{ou} \quad U = El$$

$$(1) 9) \quad I = j \cdot S$$

$$10) \quad j = \sigma E = \frac{\sigma U}{l}$$

$$I = jS = \frac{\sigma S U}{l}$$

(2)

$$\text{d'où : } U = \frac{l}{\sigma S} I$$

$$R = \frac{l}{\sigma S}$$

(2) 11) Résistance / Impédance variable entre 3 (out) et 2 (GND).

12) Continuité du courant;
 $i(t) = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$

$$= \iint_S \vec{J}(r, t) \vec{u}_r \cdot d\vec{S}$$

$d\vec{S}$ suivant $\vec{u}_r$ sur $\frac{1}{2}$ sphère de rayon r .

④ $i(t) = j \cdot 2\pi r^2 = \gamma E \cdot 2\pi r^2$

d'où : $E = \frac{i(t)}{2\pi \gamma r^2}$

De plus : $\vec{J}(r, t)$ radiale
 d'où : $\vec{E}$ radial

$$\vec{E} = \frac{i(t)}{2\pi \gamma r^2} \vec{u}_r$$

113) $\vec{E} = -\text{grad } V$

$$\frac{i(t)}{2\pi \gamma r^2} \vec{u}_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{i(t)}{2\pi \gamma r^2}$$

④ 1 $V(r) = \frac{i(t)}{2\pi \gamma r} + \text{cte}$

$$\int V(d - \frac{p}{2}) = \frac{i(t)}{2\pi (d - \frac{p}{2}) \gamma} + \text{cte} \quad (1)$$

1 $\left\{ \begin{aligned} V(d + \frac{p}{2}) &= \frac{i(t)}{2\pi (d + \frac{p}{2}) \gamma} + \text{cte} \quad (2) \end{aligned} \right.$

$$U_p = V(d + \frac{p}{2}) - V(d - \frac{p}{2})$$

$$= \frac{i(t)}{2\pi \gamma} \left[\frac{1}{(d - \frac{p}{2})} - \frac{1}{(d + \frac{p}{2})} \right]$$

$$U_p = \frac{i(t)}{2\pi\epsilon} \left[\frac{d + \frac{p}{2} - d + \frac{p}{2}}{(d - \frac{p}{2})(d + \frac{p}{2})} \right]$$

$$1) \quad U_p = \frac{i(t)}{2\pi\epsilon} \frac{p}{(d^2 - \frac{p^2}{4})} \quad R = \frac{p}{2\pi\epsilon(d^2 - \frac{p^2}{4})}$$

$$14) \quad \text{for } t = \text{hit}_t \\ L(s+1) = R * i(t)$$

②

$$15) \quad U_{p \max} = 1270 \text{ V (graphiquement)}$$

$$Z_{\text{humain}} \simeq 1500 \Omega \text{ (tableau)}$$

$$\Rightarrow I_{\max} = \frac{U_{p \max}}{Z_{\text{humain}}} \simeq 1 \text{ A}$$

④

pas de conclusion avec ces données la
En revanche

$U_p \geq 500 \text{ V}$ pendant $0,045 \text{ s}$. (graphiquement)
Tableau:

$$U_c = 500 \text{ V} \Rightarrow \Delta t < 0,04 \text{ s}$$

Concl: DANGER

$$16) D_v = \frac{V}{t} = \frac{180 \cdot 10^{-3}}{30 \times 60} = \frac{180 \cdot 10^{-3}}{1800} = 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$17) D_v = v_B \cdot S_B \quad \text{car } \left| \begin{array}{l} \text{eau incompressible} \\ \text{régime permanent supposé} \end{array} \right.$$

$$d'où : v_B = \frac{D_v}{S_B}$$

$$AN: v_B = \frac{10^{-4}}{\pi \times (20 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-4}} = 0,08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

18) Bernoulli le long d'une ligne de courant :
entre A et B.

$$\underbrace{p_A}_{p_0} + \rho g z_A + \underbrace{\frac{1}{2} \rho v_A^2}_{\text{néglige}} = p_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

$$p_0 + \rho g (z_A - z_B) = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

$$d'où : p_B = \rho g (z_A - z_B) - \frac{1}{2} \rho v_B^2 + p_0$$

$$p_B = \rho g H - \frac{1}{2} \rho v_B^2 + p_0$$

$$19) \frac{1}{2} \rho v_B^2 = \rho g H - p_B + p_0$$

$$\frac{1}{2} v_B^2 = g H - \frac{p_B}{\rho} + \frac{p_0}{\rho}$$

$$v_B^2 = 2gH - 2\frac{p_B}{\rho} + 2\frac{p_0}{\rho}$$

$$v_B^2 \leq 2gH$$

$$\text{Si } v_B \approx 0$$

$$\cancel{z} g H = \cancel{z} \frac{p_B}{\rho} - \cancel{z} \frac{p_0}{\rho}$$

$$p_B = \rho g H + p_0$$

La pression est liée à une hauteur d'eau :
intéret du château d'eau.

2a) | Écoulement stationnaire et incompressible.
 (+) Section constante
 $\Rightarrow \vec{v}(M)$ ne dépend pas de z .

NON
(insuffisant)

Eq. conservation de la masse :

$$\operatorname{div} \vec{j}_m + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\text{Fluide incompressible} \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{j}_m = 0$$

$$\operatorname{div}(\rho \cdot \vec{v}) = 0$$

Avec $\rho = \text{cte}$.

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0$$

$$\text{Avec } \vec{v}(M) = v_z(r, z) \vec{u}_z \quad (\Rightarrow \begin{matrix} v_z = v_z(r, z) \\ v_r = 0 \end{matrix})$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$v_r = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$\Rightarrow v_z \text{ ne dépend pas de } z.$$

$$21) \quad d\vec{F}_n = p(z) \cdot dS \vec{u}_z - p(z+l) \cdot dS \vec{u}_z \\ = (p(z) \cdot dr \cdot r \cdot d\theta - p(z+l) \cdot dr \cdot r \cdot d\theta) \cdot \vec{u}_z$$

p ne dépend que de z
d'où: $\Rightarrow p(z)$ constant sur la section.

$$\vec{F}_n = [p(z) - p(z+l)] \times S \vec{u}_z$$

$$\vec{F}_n = [p(z) - p(z+l)] \pi r^2 \vec{u}_z$$

$$22) \quad d\vec{F}_t = \eta \frac{dv_z(r)}{dr} dS \vec{u}_z$$

En intégrant dr
sur la surface latérale du cylindre:

$$\vec{F}_t = \eta \frac{dv_z(r)}{dr} 2\pi r l \vec{u}_z$$

$$23) \quad \text{Régime permanent:} \\ \vec{F}_n + \vec{F}_t = \vec{0}$$

Sur $\vec{u}_z$

$$[p(z) - p(z+l)] \pi r^2 + \eta \frac{dv_z(r)}{dr} 2\pi r l = 0$$

$$\frac{dv_z(r)}{dr} = -[p(z) - p(z+l)] \frac{r}{2\eta l}$$

$$= -\Delta p \frac{r}{4\eta l}$$

En intégrant:

$$v_z(r) = -[p(z) - p(z+l)] \frac{r^2}{4\eta l} + cte$$

$$v_z(r) = -\Delta p \frac{r^2}{4\eta l} + cte$$

$$CI: v_z(a) = 0 \Rightarrow 0 = -\Delta p \frac{a^2}{4\eta l} + cte$$

$$d'où : \quad dr = \frac{\Delta p}{4\eta l} \frac{a^2}{r}$$

On en déduit :

$$v_z(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l} (a^2 - r^2)$$

$$\begin{aligned} 24) \quad D_r &= \iint_S \vec{v} \cdot d\vec{S} \\ &= \iint_S \frac{\Delta p}{4\eta l} (a^2 - r^2) r \cdot dr \cdot d\theta \\ &= \frac{\Delta p}{4\eta l} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a (a^2 - r^2) r dr \\ &= \frac{\Delta p}{4\eta l} 2\pi \left[a^2 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^a \\ &= \frac{\Delta p \cdot \pi}{2\eta l} \left[\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4} \right] \end{aligned}$$

$$D_r = \frac{\Delta p \cdot \pi}{2\eta l} \left[\frac{a^4}{4} \right] = \frac{\pi a^4}{8\eta l} \Delta p$$

$$25) \quad \Delta p = R_h \cdot D_r$$

$$R_h = \frac{8\eta l}{\pi a^4}$$

Varif. :

Si η ou $l \uparrow$, alors $R_h \uparrow$
Si $a \uparrow$, alors $R_h \downarrow$

26) Interêt du chateau d'eau : Fournir une pression du type $p = \rho g H$ pour compenser Δp liée à la viscosité η qui entraîne une résistance hydraulique R_h .

27) 70 millions de Français
 $70 \cdot 10^6 \times 0,150 \text{ m}^3 \approx 10^7 \text{ m}^3$ nécessaires
 Il faut donc
 $V_{\text{tot}} = 2 \cdot 10^7 \text{ m}^3$ / j. dans châteaux d'eau
 Nombre de châteaux d'eau = $\frac{2 \cdot 10^7}{2500} = \frac{2 \cdot 10^7}{2,5 \cdot 10^3} \approx 10^4$
 France couverte!
 $\Rightarrow$ Ligne de 1000 km sur 1000 km.
 d distance en km entre 2 châteaux d'eau.
 $\Rightarrow$ Nombre de châteaux d'eau
 $= \left(\frac{1000}{d}\right) \times \left(\frac{1000}{d}\right) = \frac{10^6}{d}$
 $10^4 = \frac{10^6}{d^2} \Rightarrow d^2 = \frac{10^6}{10^4} = 10^2$
 $d = 10 \text{ km}.$

28) $\vec{j} = -\lambda \vec{\text{grad}} T$
 D'après énoncé $\vec{\text{grad}} T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{u}_x = \frac{dT}{dx} \vec{u}_x$
 d'où : $\vec{j} = -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{u}_x$
 $j_x = -\lambda \frac{dT}{dx}$

29) $P_{\text{th}}(x) = j_x \cdot S = -\lambda S \frac{dT}{dx}(x)$

30)

$$31) \quad \frac{dT}{dx} = - \frac{P_{th}}{\lambda_v S}$$

Par intégration :

$$T(x) = - \frac{P_{th}}{\lambda_v S} x + cte$$

CI : $T(0) = cte$

D'où : $T(x) = - \frac{P_{th}}{\lambda_v S} x + T(0)$

$$T(e) = - \frac{P_{th}}{\lambda_v S} e + T(0)$$

$$T(0) - T(e) = \frac{e}{\lambda_v S} P_{th}$$

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda_v S}$$

$$32) \quad R_{eq} = 2R_{th, verre} + R_{th, gaz}$$

$$= \frac{2e}{\lambda_v S} + \frac{e}{\lambda_{gaz} S}$$

$$33) \quad R_{eq} = \frac{e}{S} \left(\frac{2}{\lambda_v} + \frac{1}{\lambda_{gaz}} \right)$$

$$\lambda_{gaz} \ll \lambda_v \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{gaz}} \gg \frac{1}{\lambda_v}$$

d'où : $R_{eq} \approx \frac{e}{S \lambda_{gaz}} \gg R_{th, verre}$

R_{th} très augmentée $\Rightarrow$ meilleure isolation.

34) Les résistances thermiques de la maison sont en // $\Rightarrow$ On additionne les conductances thermiques

$$P_{th} = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \Delta T \cdot G_{th}$$

$$D'où : \frac{P_{th, avant}}{P_{th, après}} = \frac{G_{th, avant}}{G_{th, après}}$$

$$\begin{aligned} G_{th, avant} &= 1 \times 100 + 0,5 \times 100 + 5 \times 20 \\ &\quad + 2 \times 10 \\ &= 100 + 50 + 100 + 20 \\ &= 270 \text{ W.K}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{th, après} &= 0,5 \times 100 + 0,1 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 \\ &= 50 + 10 + 20 + 10 \\ &= 90 \text{ W.K}^{-1} \end{aligned}$$

$$D'où : \frac{P_{th, avant}}{P_{th, après}} = \frac{270}{90} = 3$$

$$\begin{aligned} 35) \quad \vec{F}_L &= \int_0^{2\pi} i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}' N \\ &= \int_0^{2\pi} i a d\theta \vec{u}_\theta \wedge B \vec{u}_r N \\ &= \int_0^{2\pi} -i a d\theta B \vec{u}_z N \\ &= -i a N B 2\pi \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\vec{F}_L = -2\pi a N B i \vec{u}_z$$

$$36) \quad \text{Bilan des forces :}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{P} \\ \vec{N} \\ \vec{F}_L \end{array} \right\} : \text{se compensent}$$

$$\vec{F}_L = -2\pi a N B i \vec{u}_z$$

$$\vec{F}_{el} = -k z \vec{u}_z$$

$$\vec{f} = -\alpha \vec{v} = -\alpha v \vec{u}_z$$

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} = m \frac{dv}{dt} \vec{u}_z$$

$$-2\pi a N B i - k z - \alpha v = m \frac{dv}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} + \alpha v + k z = -2\pi a N B i$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m} v + \frac{k}{m} z = -\frac{2\pi a N B i}{m} \quad (1)$$

Par identification : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{or } \frac{\omega_0}{Q} = \frac{\alpha}{m}$$

$$Q = \frac{\omega_0 m}{\alpha} = \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{m}{\alpha}$$

$$Q = \sqrt{\frac{k m}{\alpha}}$$

37) $P_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = \vec{F}_L \cdot v \cdot \vec{u}_z$

$$P_L = -2\pi a N B i \vec{u}_z \cdot v \cdot \vec{u}_z$$

$$P_L = -2\pi a N B i v$$

D'où :

$$P_e = 2\pi a N B i v$$

Puis aussi :

$$P_e = e \cdot i$$

$$\text{D'où : } e = 2\pi a N B v$$

38) Or des mailles :

$$\underline{u} - R \underline{i} - j L \omega \underline{i} + e = 0$$

$$\underline{u} = (R + j L \omega) \underline{i} - e$$

$$\underline{u} = (R + j L \omega) \underline{i} - 2\pi a N B v \quad (2)$$

$$\underline{z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$$

Equation (1)

$$\Rightarrow \textcircled{cu} \quad j\omega \underline{u} + \frac{\omega_0}{Q} \underline{u} + \omega_0^2 \underline{z} = -\frac{2\pi a n B}{m} \underline{i}$$

$$\textcircled{cu} \quad -\omega^2 \underline{z} + j\omega \frac{\omega_0}{Q} \underline{z} + \omega_0^2 \underline{z} = -\frac{2\pi a n B}{m} \underline{i}$$

$$j\omega \underline{u} + \frac{\omega_0}{Q} \underline{u} + \omega_0^2 \frac{\underline{u}}{j\omega} = -\frac{2\pi a n B}{m} \underline{i}$$

$$\underline{u} \left(j\omega + \frac{\omega_0}{Q} + \frac{\omega_0^2}{j\omega} \right) = -\frac{2\pi a n B}{m} \underline{i}$$

$$\underline{u} = -\frac{2\pi a n B}{m} \frac{1}{\left(j\omega + \frac{\omega_0}{Q} + \frac{\omega_0^2}{j\omega} \right)} \underline{i}$$

Equation (2)

$$\Rightarrow \underline{u} = (R + jL\omega) \underline{i} + \frac{4\pi^2 a^2 n^2 B^2}{m} \frac{1}{\left(j\omega + \frac{\omega_0}{Q} + \frac{\omega_0^2}{j\omega} \right)} \underline{i}$$

$$\underline{u} = \left(R + jL\omega + \frac{4\pi^2 a^2 n^2 B^2}{m \left(j\omega + \frac{\omega_0}{Q} + \frac{\omega_0^2}{j\omega} \right)} \right) \underline{i}$$

$$\underline{z}_m = \frac{4\pi^2 a^2 n^2 B^2}{m} \frac{1}{j\omega + \frac{\omega_0}{Q} + \frac{\omega_0^2}{j\omega}}$$

$$\underline{z}_m = \frac{4\pi^2 a^2 n^2 B^2}{m} \frac{\left(\frac{j\omega}{Q\omega_0} \right)}{-\frac{\omega^2}{Q\omega_0} + j\frac{\omega\omega_0}{Q\omega_0} + \frac{j\omega\omega_0^2}{j\omega Q\omega_0}}$$

$$= \frac{4\pi^2 a^2 n^2 B^2}{m \left(\frac{j\omega_0}{Q} \right)} \times \frac{\left(\frac{j\omega}{Q\omega_0} \right)}{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0} + 1}$$

$$\underline{K}$$

$$\begin{aligned}
 40) \quad \langle p_{tot} \rangle &= \langle u \cdot i \rangle \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\underline{u} \cdot \underline{i}^*) \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\underline{z} \underline{i} \cdot \underline{i}^*) \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\underline{z} \cdot |\underline{i}|^2) \\
 &= \frac{1}{2} |\underline{i}|^2 \operatorname{Re} (\underline{z}) \\
 &= I_{eff}^2 \operatorname{Re} (\underline{z}) \\
 &= I_{eff}^2 (R + R_{mot}) = (R + R_{mot}) I_{eff}^2
 \end{aligned}$$

$$41) \quad \langle p_m \rangle = R_{mot} I_{eff}^2$$

$$42) \quad \eta = \frac{\langle p_m \rangle}{\langle p_{tot} \rangle}$$

$$\eta = \frac{R_{mot}}{R + R_{mot}}$$

$$43) R = 8 \Omega \quad (\omega \rightarrow 0, \text{ a' justif. } \omega)$$

$$44) f \leq 1000 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow j\omega \text{ negligible}$$

$$\Rightarrow \underline{Z} \simeq (R + R_{\text{mot}}) + jL_{\text{mot}} \omega$$

$$\text{avec } L_{\text{mot}} = K \frac{\left(\frac{1}{q\omega_0}\right) \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{q\omega_0}\right)^2}$$

Si $\omega \rightarrow \omega_0$

$$L_{\text{mot}} \rightarrow K \frac{\left(\frac{1}{q\omega_0}\right) \left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2\right)}{\left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{q\omega_0}\right)^2} \rightarrow 0$$

$$\text{d'où : } \underline{Z} \simeq (R + R_{\text{mot}})$$

$$|\underline{Z}| \simeq R + R_{\text{mot}}$$

lecture graphique :

$$|\underline{Z}| = 44 \Omega \text{ pour } f_0 = 412 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow R_{\text{mot}} = 44 - 8 = 36 \Omega$$

$$45) \eta = \frac{36}{8+36} = \frac{36}{44} = \frac{18}{22} = \frac{9}{11}$$

46) Onde progressive = onde qui se propage dans l'espace -
 c = célérité de l'onde
 = vitesse de propagation.

$$47) u_+(x, t) = \frac{dy^+(x, t)}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \left[f\left(t - \frac{x}{c}\right) \right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} [f(\omega)]$$

$$\begin{aligned}
 v_+(x, t) &= \frac{dy^+}{dt}(x, t) \\
 &= \frac{d}{dt} \left[f\left(t - \frac{x}{c}\right) \right] \\
 &= \frac{d}{dt} [f(\mu)] \\
 &= \frac{d\mu}{dt} f'(\mu) \\
 &= \frac{d}{dt} \left(t - \frac{x}{c}\right) f'(\mu) = f'(\mu)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 48) \quad T_{y^+}(x, t) &= T_0 \frac{dy^+}{dx}(x, t) \\
 &= T_0 \frac{d}{dx} \left(t - \frac{x}{c}\right) f'(\mu) \\
 &= -\frac{T_0}{c} f'(\mu)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 49) \quad z &= -\frac{T_{y^+}(x, t)}{v_+(x, t)} = \frac{T_0}{c} = \frac{T_0}{\sqrt{\frac{T_0}{\mu}}} = T_0 \times \sqrt{\frac{\mu}{T_0}} \\
 z &= \sqrt{\mu T_0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 50) \quad &\text{Même raisonnement :} \\
 v_-(x, t) &= f'\left(t + \frac{x}{c}\right) \\
 T_{y^-}(x, t) &= \frac{T_0}{c} f'\left(t + \frac{x}{c}\right) = z f'\left(t + \frac{x}{c}\right) \\
 \text{Donc :} \\
 T_y(x, t) &= z v_-(x, t)
 \end{aligned}$$

51) Continuité de l'amplitude en $x=0$
 $y_i(0,t) + y_r(0,t) = y_t(0,t)$

D'où : $y_i(0,t) + r_y y_i(0,t) = t_y y_i(0,t)$
 ou $y_i(0,t) = 0$

$$1 + r_y = t_y$$

52) Continuité de T_y en $x=0$.
 Onde 1 : Onde incidente $T_{y_i}^+$

⊕ Onde réfléchi $T_{y_r}^-$

Onde 2 : Onde incidente $T_{y_t}^+$

D'où :

$$T_{y_i}^+ + T_{y_r}^- = T_{y_t}^+ \\ -z_1 v + r_y z_1 v = t_y z_2 v$$

En simplifiant :

$$z_1(r_y - 1) = -z_2 t_y$$

53) $\begin{cases} 1 + r_y = t_y & (1) \\ z_1(r_y - 1) = -z_2 t_y & (2) \end{cases}$

non $\left\{ \begin{array}{l} 1 + r_y = t_y & (1) \\ -\frac{z_1}{z_2}(r_y - 1) = t_y & (2) \end{array} \right. \left(\text{ou } \frac{z_1}{z_2}(1 - r_y) = t_y \right)$

$$(1) \Rightarrow r_y = t_y - 1 \\ r_y = -\frac{z_1}{z_2}(r_y - 1) - 1$$

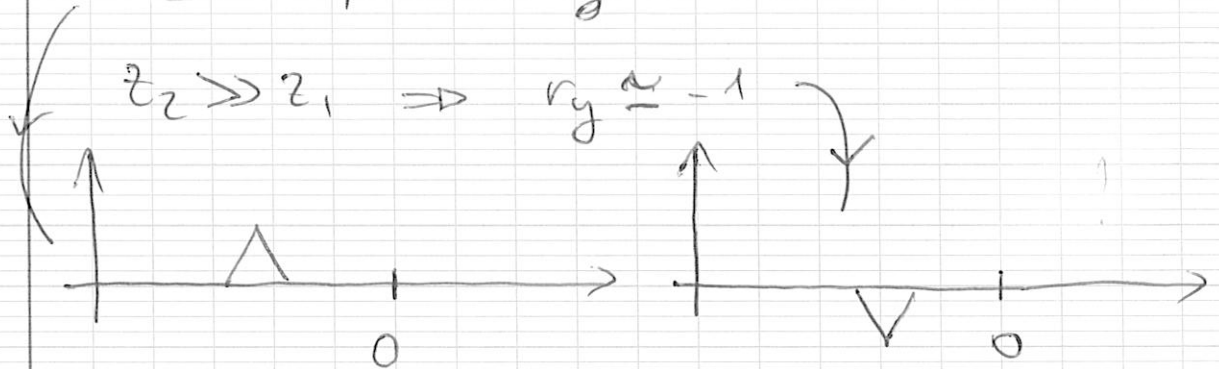
$$r_y \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right) = \frac{z_1}{z_2} - 1$$

$$r_y \left(\frac{z_1 + z_2}{z_2} \right) = \frac{z_1 - z_2}{z_2}$$

d'où : $r_g = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$

$z_2 \ll z_1 \Rightarrow r_g \approx 1$

$z_2 \gg z_1 \Rightarrow r_g \approx -1$



55) $z_1 = z_2 \Rightarrow r_g = 0$
 $\Rightarrow$ Onde réfléchi sans amplitude

