

ATS 2020

$$1) E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (l \dot{\theta})^2 = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2$$

$$2) E_p = -mgz + cte \\ = +mgl(1 - \cos \theta) + cte \\ \text{Pour } \theta = 0, E_p = 0 \Rightarrow cte = 0 \\ \text{d'où :}$$

$$\underline{E_p = +mgl(1 - \cos \theta) = -mgl(\cos \theta - 1)}$$

$$3) \frac{dE_m}{dt} = P_{\text{non cons}} \quad \text{Puissance des forces non conservatives.}$$
$$\frac{d}{dt}(E_c + E_p) = P_{\text{non cons}}$$

$$4) \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 - mgl(\cos \theta - 1) \right) = 0 \quad (\text{pas de frottement})$$
$$m l^2 \ddot{\theta} \dot{\theta} + \dot{\theta} mgl \sin \theta = 0$$

$$m l \dot{\theta} (l \ddot{\theta} + g \sin \theta) = 0$$

$$m \text{ ou } l \text{ ou } \dot{\theta} = 0 \quad \text{non pertinent}$$

(ou)

$$l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

$$\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

5) $\sin \theta \approx \theta$
 l'eq. diff. devient:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

d'où la solution:

$$\theta(t) = \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

d'où:

$$\dot{\theta}(t) = \omega_0 \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

CI:

$$\theta(0) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 \Rightarrow \omega_0 \theta_m = \dot{\theta}_0$$

$$\Rightarrow \theta_m = \frac{\dot{\theta}_0}{\omega_0}$$

d'où:

$$\theta(t) = \frac{\dot{\theta}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



6) $E_m = \text{constante}$ car mouvement conservatif
 d'où:

$$E_m = E_m \text{ lorsque } E_p = 0$$

$$= E_m(\theta = 0)$$

$$E_m = E_c(\theta = 0)$$

$$= \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,2 \times (\sqrt{10})^2 = 1,0 \text{ J.}$$

7) $E_{p \max} = 20 \text{ J}$ (graphiquement)
 $E_{p \max} = mgl(1 - \cos \theta)_{\max}$
 $= 2gl$
 l inconnu

d'où $E_{p \max} = E_m(\theta = 0) = 1,0 \text{ J}$
graphiquement : $\theta_{0 \max} = +\frac{\pi}{2}$

8) $\begin{matrix} 300 \text{ s} \\ \text{vs} \\ 1 \text{ s} \end{matrix}$ $\begin{matrix} 600\,000 \text{ éch} \\ \frac{600\,000}{300} = 2000 \text{ éch/s} \\ \underline{2 \text{ kHz}} \end{matrix}$

9) Oscilloscope + analyseur de spectres.

10) Isochronisme observable sur intervalles n°2 et n°4.
car Hz non observable.

11) Effets non linéaires observable sur intervalles
n°1 et 3
car Hz observable.

12) $f_0 = 1,00 \text{ kHz}$

13) Base 1-6
→ Fréquence $3f_0' = \frac{3}{T_0'} \approx \frac{3}{T_0(1 + \frac{\theta_0^2}{16})} = \frac{3f_0}{1 + \frac{\theta_0^2}{16}}$

D'où $3f_0' \stackrel{\theta_0 \text{ inconnu}}{<} 3f_0 = 3 \text{ kHz}$

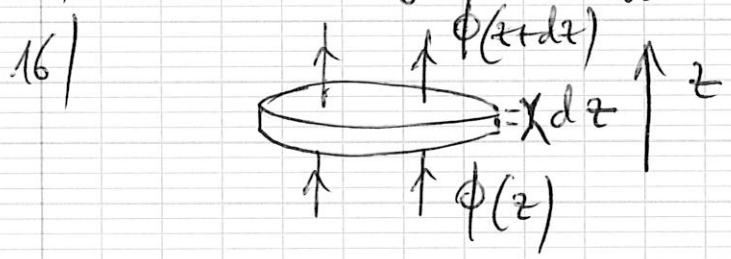
graphiquement : Fréquence = $2,25 \text{ kHz}$
 $= 3 \times f_0' = 3 \times 0,75 \text{ kHz}$ (3)

Unidimensionnel
 $\frac{171}{\text{ou}}$

14) $\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\text{grad}} T$

j_{th} = densité de flux thermique en $W.m^{-2}$

15) D'où ici : $\vec{j}_{th} = -\lambda \frac{dT}{dz} \vec{u}_z$ ici.



$$\begin{aligned} d^2H &= c_p dm dt \\ &= c_p dV (T(t+dt) - T(t)) \\ &= c_p \pi a^2 dz \frac{\partial T}{\partial t} dt = c_p \pi a^2 \frac{dT}{dt} dz dt \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} d^2H &= (\phi(z) - \phi(z+dz)) dt \\ &= \left(-\pi a^2 \lambda \frac{dT(z)}{dz} + \pi a^2 \lambda \frac{dT(z+dz)}{dz} \right) dt \\ &= \left(+\pi a^2 \lambda \frac{d^2T}{dz^2} dz \right) dt \\ &= +\pi a^2 \lambda \frac{d^2T}{dz^2} dz dt \end{aligned}$$

d'où :

$$c_p \pi a^2 \frac{dT}{dt} dz dt = +\pi a^2 \lambda \frac{d^2T}{dz^2} dz dt$$

$$c_p \frac{dT}{dt} = +\lambda \frac{d^2T}{dz^2}$$

$$\frac{c_p}{\lambda} \frac{dT}{dt} = \frac{d^2T}{dz^2}$$

Régime stationnaire $\Rightarrow \frac{dT}{dt} = 0$

$$\Rightarrow \frac{d^2T}{dz^2} = 0$$

17) Par intégration :

$$\frac{dT}{dz} = 0$$

$$T(z) = az + b$$

Conditions aux limites

$$T(0) = T_0 \Rightarrow b = T_0$$

$$T(L) = T_{ext} ?$$

$$aL + T_0 = T(L)$$

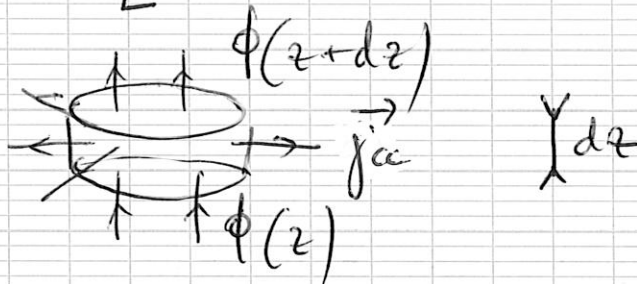
$$a = \frac{T(L) - T_0}{L}$$

$$d(b) =$$

$$T(z) = \frac{T(L) - T_0}{L} z + T_0$$



18)



$$\textcircled{a} \quad d^2H = c_p \pi a^2 \frac{dT}{dz} dz dt \quad (\text{m\u00eame raisonnement})$$

$$d^2H = (\phi(z) - \phi(z+dz)) dt - \vec{j}_{cc} \cdot \vec{dS} dt$$

$$d^2H = (\phi(z) - \phi(z+dz)) dt - h(T(z) - T_{ext}) dz \pi a dt$$

$$d^2H = \pi a^2 \lambda \frac{dT}{dz} dz dt - h(T(z) - T_{ext}) \pi a dz dt$$

d'o\u00f9 :

$$c_p \pi a^2 \frac{dT}{dz} dz dt = \pi a^2 \lambda \frac{dT}{dz} dz dt - \pi a h (T - T_{ext}) dz dt$$

$$\frac{dT}{dz} = 0 \quad (\text{R\u00e9gime permanent})$$

$$a\lambda \frac{d^2 T}{dz^2} - 2h(T - T_{\text{ext}}) = 0$$

$$\frac{d^2 T}{dz^2} - \frac{2h}{a\lambda} T = - \frac{2h}{a\lambda} T_{\text{ext}}$$

$$\frac{d^2 T}{dz^2} - \frac{T}{\delta^2} = - \frac{T_{\text{ext}}}{\delta^2} \quad \text{avec } \delta = \sqrt{\frac{a\lambda}{2h}}$$

19) Partie supérieure de la tige a la température ext (m^e temp. que la pièce).

$$\Rightarrow T(L) = T_{\text{ext}}$$

Gradient sur la tige de longueur $L \Rightarrow \delta < L$

$$20) T(z) - T_{\text{ext}} = (T_0 - T_{\text{ext}}) e^{-\frac{z}{\delta}}$$

$$\frac{T(z) - T_{\text{ext}}}{T_0 - T_{\text{ext}}} = e^{-\frac{z}{\delta}}$$

$$\ln\left(\frac{T(z) - T_{\text{ext}}}{T_0 - T_{\text{ext}}}\right) = -\frac{z}{\delta} = \left(-\frac{1}{\delta}\right)z$$

Coeff. directeur $-\frac{1}{\delta}$

$$\text{donc } \delta = - \frac{z_b - z_a}{y_b - y_a}$$

$$\delta = - \frac{0,20 - 0}{-2 - 0} = 0,10 \text{ m}$$

25) Écoulement stationnaire incompressible
 $\Rightarrow$ Conservation du débit volumique.
 $v_A S = v_B S$

26) Entre A et B : $P + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constante}$

$$\cancel{P_0} + \rho g z_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = \cancel{P_0} + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

$$\rho g (z_A - z_B) = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2)$$

$$\rho g h = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2)$$

27) $s \ll S$ d'où : $v_A \simeq 0$
 On obtient :

$$\rho g h = \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

Constat : v_B proportionnelle à $\sqrt{h}$?

28) $v_B = \sqrt{2g z_A(t)} = v_A \frac{S}{s} = - \frac{dz_A}{dt} \frac{S}{s}$

$$\sqrt{2g z_A} = - \frac{S}{s} \frac{dz_A}{dt}$$

$$\sqrt{2g} z_A^{\frac{1}{2}} = - \frac{S}{s} \frac{dz_A}{dt}$$

$$dt = - \frac{S}{s} \frac{1}{\sqrt{2g}} dz_A z_A^{-\frac{1}{2}}$$

$$\int_0^{t_0} dt = \int_h^0 - \frac{S}{s} \frac{2}{\sqrt{2g}} z_A^{\frac{1}{2}}$$

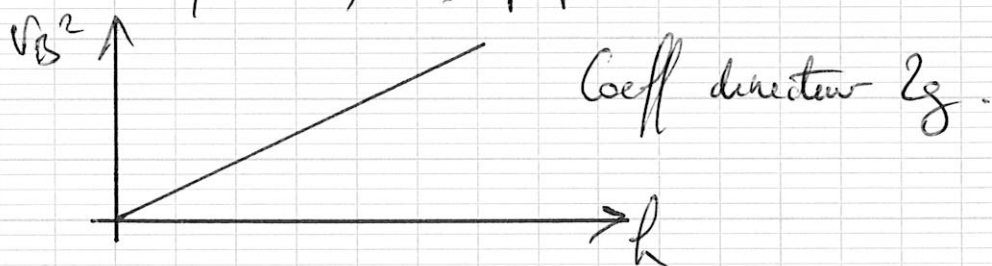
$$t_0 = \frac{S}{s} \sqrt{\frac{2}{g}} \sqrt{V_R}$$

$$\text{donc: } \frac{S}{s} = t_0 \sqrt{\frac{g}{2h}} = 10 \sqrt{\frac{10}{2 \times 0,20}} = 50$$

$$29) v_B = \sqrt{2gh}$$

$$v_B^2 = 2gh$$

théorème, v_B proportionnel à h .



$$30) D_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho D_v = \rho S v_B$$

$$\text{avec } S = \pi r^2$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \pi r^2 v_B$$

$$\text{donc: } v_B = \frac{\Delta m}{\rho \pi r^2 \Delta t}$$

$$31) \cancel{\rho_B} + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 = \cancel{\rho_A} + \rho g z_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2$$

J.m^{-3} J.kg^{-1} kg.m^{-3}

$-\frac{K v_B^2}{2} \times \rho$

$$\text{donc: } v_B^2 = 2gh - K v_B^2$$

$$v_B^2 (1 + K) = 2gh$$

$$v_B^2 = \frac{2gh}{1+K}$$

32) v_s^2 en fonction de h
 $\rightarrow$ Coeff directeur $\frac{z_g}{1+K}$

Graphiquement :

$$a = \text{Coeff. directeur} = \frac{1,50 - 0,50}{0,150 - 0,050} = \frac{1,00}{0,100} = 10$$

$$d'où : \frac{z_g}{1+K} = a$$

$$z_g = a + aK$$

$$z_g - a = aK$$

$$\frac{z_g - a}{a} = K$$

$$\text{A.N. } K = \frac{2 \times 10 - 10}{10} = 1,0.$$

34) Premier principe en Σ ouvert.

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_i + q.$$

On prend :

$$\Delta e_p = 0$$

$$\Delta e_c = \frac{1}{2} v_s^2 - \frac{1}{2} v_e^2 \approx \frac{1}{2} v_s^2$$

G_m
multipliant
par D_m

$$D_m (h_s - h_e + \frac{1}{2} v_s^2) = P_i + P_{th}$$

$$D_m (c_p (T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2}) = P_{th} + P_i$$

$$33) h_s - h_e = c_p (T_s - T_e)$$

$$35) \eta = \frac{D_m (c_p (T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2})}{P_{elec}} \left(= \frac{P_{th} + P_i}{P_{elec}} \right)$$

$$P_{elec} = 500 \text{ W (mesurée)}$$

$$T_e = 20^\circ\text{C}$$

$$T_s = 30^\circ\text{C}$$

$$\text{d'où : } c_p(T_s - T_e) = 1000(30 - 20) = 10^4$$

v_s mesurée grâce à la sonde Pitot
 s = sortie du sèche cheveux $v_s \neq 0$
 $\rightarrow$ première entrée Pitot.
 s' $\rightarrow$ deuxième entrée Pitot.

$$P_s + \cancel{f g h_s} + \frac{1}{2} \rho v_s^2 = P_{s'} + \cancel{f g h_{s'}} + \frac{1}{2} \rho v_{s'}^2$$

On suppose $v_{s'} = 0$
 $\frac{1}{2} \rho v_s^2 = P_{s'} - P_s$
 $= f \rho a n g h$

$$v_s = \sqrt{2 \frac{f \rho a n}{f \rho a n} g h} = \sqrt{2 \frac{1000}{20} \times 10 \times 2 \cdot 10^{-2}}$$

$$\approx 20 \text{ m.s}^{-1}$$

d'où :

$$D_m = f D_v = f S v_s$$

$$D_m = 1 \times 4 \cdot 10^{-2} \times 4 \cdot 10^{-2} \times 20$$

$$= 300 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ kg.s}^{-1}$$

$$\text{D'où : } \eta = \frac{D_m (c_p(T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2})}{P_{th} + P_{el}}$$

$$\eta = \frac{3 \cdot 10^{-2} \times (1000 \times (30 - 20) + \frac{20^2}{2})}{500}$$

negligable

$$\eta = \frac{3 \cdot 10^{-2} \times (10000 + 200)}{500}$$

section,
cavité.

$$\gamma \approx \frac{300}{500} \approx 0,6$$

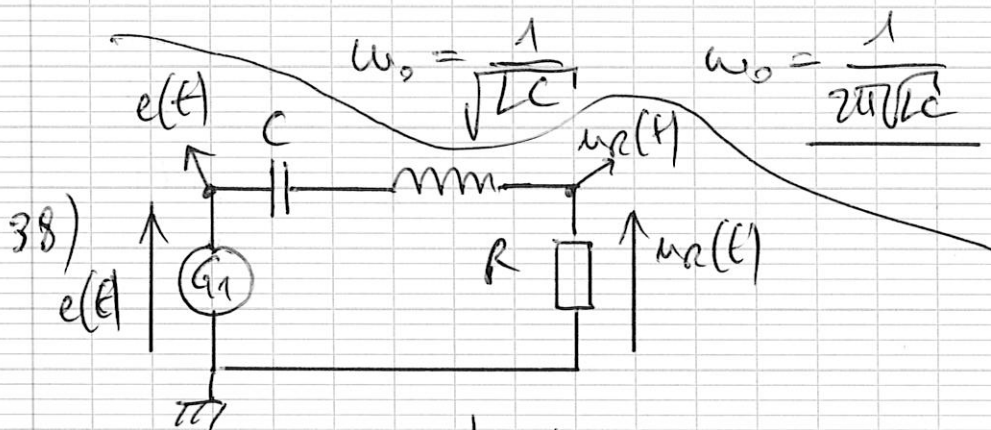
$$36) \quad \underline{z} = \underline{z}_R + \underline{z}_C + \underline{z}_L$$

$$\underline{z} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = \underline{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

$$37) \quad e(t) \text{ et } u_R(t) \text{ sont en phase}$$

si $\underline{z}$ réelle

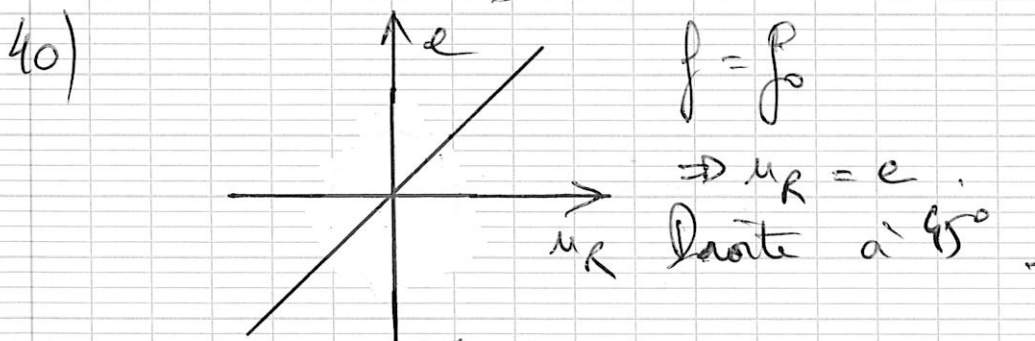
$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$$



39)

$$|\Delta\varphi| = 360 \frac{|\Delta t|}{T} \quad \text{avec } \Delta t \text{ de décalage temporel.}$$

$$|\Delta\varphi| = 360 \frac{1,5}{9} = 60^\circ$$



41)

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

$$u = u_1 + u_2 \\ = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + 2M \frac{di}{dt}$$

$$u = \underbrace{(L_1 + L_2 + 2M)}_{\text{leg.}} \frac{di}{dt}$$

42) Cela dépend de l'orientation relative des 2 circuits bobinés.

43) On aura une résonance pour
 f_{01} associée à $L_1 + L_2 + 2M$
 f_{02} associée à $L_1 + L_2 - 2M$

$$f_{02} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(L_1 + L_2 + 2M)C}}$$

Revenir ou
calculer ?

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(L_1 + L_2 - 2M)C}}$$

($f_{02} < f_{01}$ ok)

$$f_{02}^2 = \frac{1}{4\pi^2 C (L_1 + L_2 + 2M)} \quad \text{et} \quad f_{01}^2 = \frac{1}{4\pi^2 C (L_1 + L_2 - 2M)}$$

d'où :

$$2M = \frac{1}{4\pi^2 C f_{02}^2} - L_1 - L_2 \quad (1)$$

$$\text{et} \quad -2M = \frac{1}{4\pi^2 C f_{01}^2} - L_1 - L_2 \quad (2)$$

$$(1) - (2): 4M = \frac{1}{4\pi^2 C f_{02}^2} - \frac{1}{4\pi^2 C f_{01}^2}$$

$$M = \frac{1}{16\pi^2 C} \left(\frac{1}{f_{02}^2} - \frac{1}{f_{01}^2} \right)$$

$$44) \left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] = m \cdot m^{-2} \quad \left[\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right] = m \cdot s^{-2}$$

$$\text{donc: } \left[\frac{1}{v^2} \right] = m^{-2} \cdot s^2$$

$$[v^2] = m^2 \cdot s^{-2}$$

$$[v] = m \cdot s^{-1}$$

Vitesse de propagation de l'onde

$$y(x, t) = Y_0(x) \sin \omega t$$

45) Onde stationnaire

$$46) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$= \frac{d^2 Y_0(x)}{dx^2} \sin \omega t + \frac{1}{v^2} \omega^2 Y_0(x) \sin \omega t = 0$$

$$\sin \omega t \left(\frac{d^2 Y_0(x)}{dx^2} + \frac{\omega^2}{v^2} Y_0(x) \right) = 0$$

$\sin \omega t = 0$ Non pertinent.

(ou)

$$\frac{d^2 Y_0(x)}{dx^2} + \frac{\omega^2}{v^2} Y_0(x) = 0$$

$$k^2 \quad k = \frac{\omega}{v}$$

$$47) y(x, t) = Y_0(x) \sin \omega t$$

Conditions aux limites:

$$Y_0(0) = 0$$

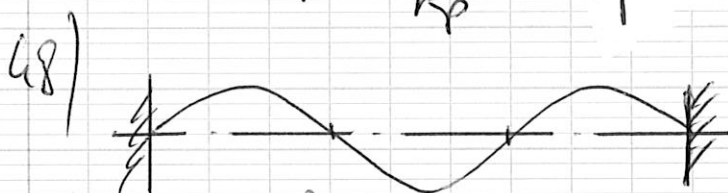
$$Y_0(L) = 0$$

En écrivant: $Y_0(x) = Y_m \sin(kx + \varphi)$

$$\begin{cases} \sum Y_m \sin \varphi = 0 \\ \sum Y_m \sin(kL + \varphi) = 0 \end{cases} \quad \text{on choisit } \varphi = 0$$

$$\begin{aligned} \sin(k_p L) &= 0 \\ k_p L &= \pi \\ k_p &= \frac{p\pi}{L} \end{aligned}$$

$$d'où \lambda_p = \frac{2\pi}{k_p} = \frac{2L}{p}$$



49) Mode fondamental:

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{vT}{2} \quad \text{avec } v = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

$$L = \frac{T}{2} \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

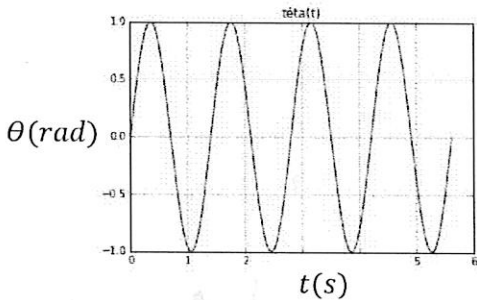
$$L^2 = \frac{T^2 T_0}{4 \mu}$$

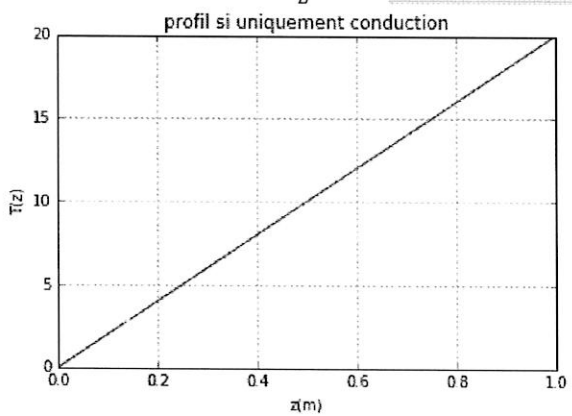
$$d'où : T_0 = \frac{4\mu L^2}{T^2} = 4\mu L^2 f^2$$

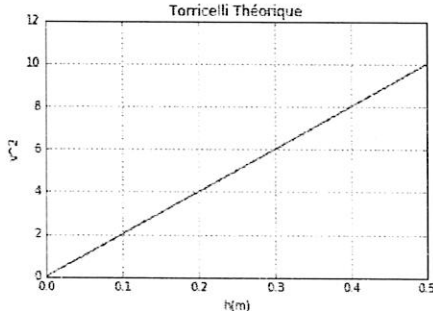
$$\begin{aligned} T_0 &= 4 \times 50 \cdot 10^{-3} \times 0.7^2 \times 100^2 \\ &\approx 4 \times 50 \cdot 10^{-3} \times 0.5 \times 100^2 \\ &= 100 \times 10^{-3} \times 10^4 = 1000 \text{ N} \end{aligned}$$

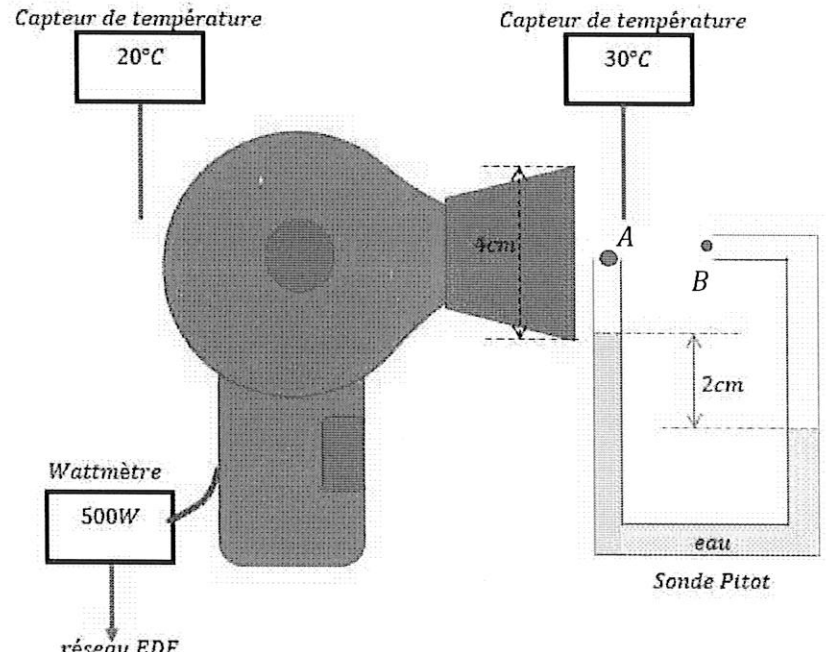
$\Rightarrow 100 \text{ kg}$
Benfats nécessaires!

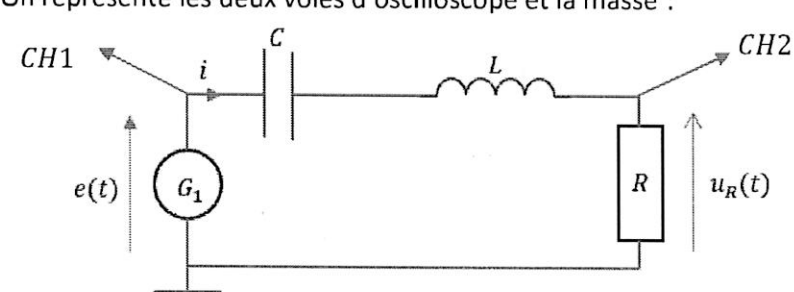
52 (50K)

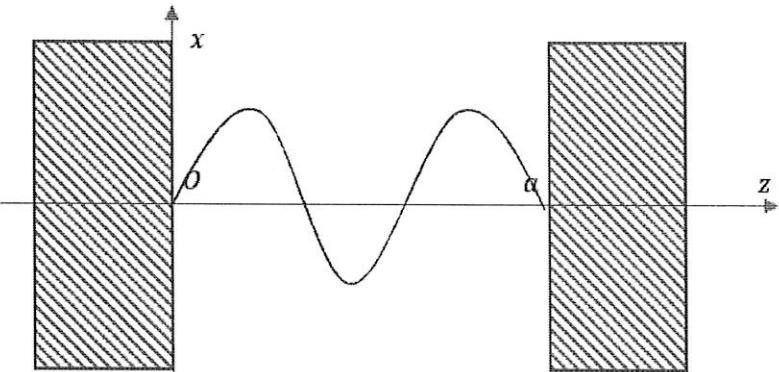
1) Par définition : $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\ell\dot{\theta})^2$	def 1
2) Par définition et en tenant compte de la condition fixée : $E_p = -mgz + Cte = mg\ell(1 - \cos\theta)$	def 1 z 1
3) Enoncé du théorème de la puissance mécanique : $\frac{dE_m}{dt} = P_{n,c}$ Avec E_m énergie mécanique de la masse m et $P_{n,c}$ puissance des forces non conservatives	2 2
4) Ici, $P_{n,c} = 0$ donc $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m(\ell\dot{\theta})^2 + mg\ell(1 - \cos\theta)\right) = 0$ $m\ell^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mg\ell\dot{\theta}\sin\theta = 0$ $\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0$ En posant $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$	3 1
5) L'équation vérifiée par $\theta(t)$ est alors $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ d'où : $\theta(t) = \frac{\dot{\theta}_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$ La période propre des oscillations est alors $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ En prenant : $\dot{\theta}_0 = 1 \text{ rad/s}$ 	2 1 1
6) Le système étant conservatif, on a : $E_m(t) = E_m(t=0) = E_c(t=0) = \frac{1}{2}mv_0^2 = 1J$	1 3
7) Le système étant conservatif $E_m(t_{max}) = E_p(t_{max}) = 1J$, la position angulaire maximale θ_0 est alors lue sur le graphe : $\theta_0 = \pm 90^\circ$	1 3
8) Soient N le nombre d'échantillons, Δt le temps d'acquisition et $T_e = \frac{1}{f_e}$ alors : $NT_e = \Delta t$ donc $f_e = \frac{N}{\Delta t} = \frac{6 \times 10^5}{3 \times 10^2} = 2 \text{ kHz}$	
9) On peut utiliser (une seule réponse suffit): - Un oscilloscope et sa fonction FFT - Un analyseur de spectre - Une carte d'acquisition et un traitement de Fourier avec le logiciel associé	
10) Le comportement isochrone est associé à des oscillations harmoniques dont la fréquence d'oscillation unique est indépendante de l'amplitude d'oscillation : on retrouve ce comportement aux intervalles 2 et 4 car on peut affirmer qu'au-dessous d'une amplitude associée à 0,3V le spectre contient toujours une seule raie associée à la même valeur.	
11) Les oscillations anharmoniques (spectre complexe de deux raies et fonction de l'amplitude des oscillations) sont observables aux intervalles 1 et 3	
12) $f_0 = 1 \text{ Hz}$	

13) La fréquence de la raie 1_b est le triple de la fréquence associée à la raie 1_a. Cette observation valide l'expression proposée $\theta(t) \approx \theta_0 \left(\sin(\omega'_0 t) + \frac{\theta_0^2}{192} \sin(3\omega'_0 t) \right)$	
14) Loi de Fourier: $\vec{J}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}$ $[j_{th}] = W.m^{-2} = kg.s^{-3}$	3, 1
15) Unidirectionnelle $\vec{J}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} = -\lambda \frac{dT}{dz} \vec{u}_z$	
16) Bilan enthalpique $dH = \delta Q$ car isobare. $\delta Q = \Phi \delta t$ (seulement conduction thermique). En régime stationnaire : $dH = 0 = (\Phi_1 - \Phi_2) \delta t$ donc $\Phi_1 = \Phi_2$, Φ ne dépend pas de z . Or $\Phi = -\lambda \left(\frac{dT}{dz} \right) \pi a^2$ donc $\left(\frac{dT}{dz} \right)$ est constant. On en déduit que $\frac{d^2T}{dz^2} = 0$. Autre démonstration possible : $dH(z, t + dt) - dH(z, t) = 0 = \lambda \left(\left(\frac{dT}{dz} \right)_{z+dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_z \right) \pi a^2$	1 1
17) La fonction affine est : $T(z) = T_0 + \frac{T(L)-T_0}{L} z$ (graduations littérales)  profil si uniquement conduction	3 1
18) Toujours en régime stationnaire, on tient maintenant compte du transfert conducto-convectif. Afin d'exprimer le transfert thermique algébriquement reçu, on oriente le vecteur $d\vec{S}_{latérale}$ selon $-\vec{ur}$ $\Phi_{cc} = (h(T - T_{ext})) \vec{ur} \cdot (-2\pi a dz) \vec{ur}$ Donc $\lambda \left(\left(\frac{dT}{dz} \right)_{z+dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_z \right) \pi a^2 - h(T - T_{ext}) \times 2\pi a dz = 0$ $\lambda a^2 \frac{d^2T}{dz^2} - 2haT = -2haT_{ext}$ $\frac{d^2T}{dz^2} - \frac{T}{\delta^2} = -\frac{T_{ext}}{\delta^2} \text{ où } \delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$	2
19) Sur la photographie, on note que la partie supérieure de la tige est à la température extérieure (prise aussi par la potence par exemple qui présente la même coloration) donc : $T(L) = T_{ext}$ et donc $\delta < L$	
20) Si $T(z) \approx T_{ext} + (T_0 - T_{ext}) e^{-\frac{z}{\delta}}$ alors $\ln \left(\frac{T_i - T_{ext}}{T_0 - T_{ext}} \right) = -\frac{z_i}{\delta}$. La pente de la droite ainsi représentée s'identifie à l'inverse de $\delta = 0,1m$	2 2
21) La fonction recherchée est obtenue avec <pre>//fonction temperature theorique function Tab_theo=Temp(t,k) Tab_theo = 10*(1-exp(-k.*t)); endfunction</pre>	

22) La fonction recherchée est obtenue avec : <pre>//fonction erreur function e=erreur(k) e=sum((Temp(tab_temps,k)-tab_T)^2); endfunction</pre>	
23) La fonction recherchée est obtenue avec : <pre>//evolution de l'erreur k=linspace(0.0001,0.01,100)'; tab_e=[] for i=1:size(k,1) tab_e(i)=erreur(k(i)); end</pre>	
24) Le minimum d'erreur est obtenu pour $k \approx 10^{-3} s^{-1}$ Avec $k = \frac{2h}{\rho c a}$ on a $h = \frac{k \rho c a}{2} = \frac{10^{-3} \times 5 \times 10^3 \times 4 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{2} = 5 W.K^{-1}.m^{-2}$ Et donc $\lambda = 20 W.K^{-1}.m^{-1}$	1 1 2
25) Le caractère incompressible du fluide (on peut évoquer l'équation de conservation de la masse avec l'hypothèse stationnaire supplémentaire) permet d'assurer l'égalité des débits volumiques : $v_A S = v_B S$	
26) On applique Bernoulli : $\frac{P_B - P_A}{\rho} + \frac{v_B^2 - v_A^2}{2} + g(z_B - z_A) = 0$ On a $P_B = P_A$, $z_A - z_B = z_A = h$ Donc : $\frac{v_B^2 - v_A^2}{2} - gh = 0$	
27) Avec $s \ll S$ alors $v_B^2 \gg v_A^2$ et $v_B = \sqrt{2gh}$. Cette vitesse est la même que celle observée lors d'une chute libre (c'est une conversion d'énergie potentielle en énergie cinétique)	2 2
28) On a : $v_B(t) = \sqrt{2gz_A(t)} = -\frac{S}{s} \frac{dz_A}{dt}$ donc : $\frac{S}{s} \frac{dz_A}{\sqrt{2gz_A(t)}} = -dt$ Après intégration jusqu'à vidange complète, on a : $\frac{S}{s} \sqrt{\frac{2h}{g}} = t_{vidange}$ Donc $\frac{S}{s} = 50$	2 2
29) C'est une droite. On a une pente théorique de $2g=20m.s^{-2}$	2 2
	
30) Par définition du débit massique : $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho v_B S_B = \rho v_B \pi r^2$ donc $v_B = \frac{\Delta m}{\rho \Delta t \pi r^2}$	
31) En tenant compte des pertes de charges, on obtient : $\frac{v_B^2}{2} - gh = -\frac{K v_B^2}{2}$ Donc : $v_B^2 = \frac{2gh}{1+K}$	
32) La pente vaut 10 SI donc $\frac{2g}{1+K} = 10$ et $K = \frac{2g}{10} - 1 = 1$	2, 2

33) On utilise la 2 ^e loi de Joule : $h_s - h_e = c_p(T_s - T_e)$	
34) Enoncé du 1 ^e principe des systèmes ouverts : $D_m \left(h_s - h_e + \frac{v_s^2 - v_e^2}{2} + g(z_s - z_e) \right) = P_{th} + P_i$ Avec : $v_e \ll v_s$ et $z_s \approx z_e$: $D_m \left(c_p(T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2} \right) = P_{th} + P_i$	2 2
35) On considère : - La hauteur $h = 2\text{cm}$ dans la sonde. En négligeant la masse volumique de l'air par rapport à celle de l'eau et en appliquant deux fois Bernoulli (on peut en effet repartir sur une analyse mécanique après le sèche-cheveux) : $\begin{cases} \frac{P_s}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} = \frac{P_A}{\rho} + \frac{v_A^2}{2} \\ \frac{P_s}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} = \frac{P_B}{\rho} \end{cases}$ Or d'après la statique des fluides : $P_B = P_A + \rho_{\text{eau}}gh$ Donc : $\frac{P_A}{\rho} + \frac{v_A^2}{2} = \frac{P_B}{\rho} = \frac{P_A}{\rho} + \frac{\rho_{\text{eau}}gh}{\rho}$ Donc $v_A = v_s = \sqrt{2 \frac{\rho_{\text{eau}}gh}{\rho}} = 20 \text{ m/s}$  - Le débit massique $D_m = \rho v_s \pi \frac{D^2}{4} \approx 1 \times 20 \times 3 \times 10^{-4} = 2.4 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$ - La puissance électrique consommée $P_{\text{élec}} = 500 \text{ W}$ - Le rendement $\eta = \frac{P_{th} + P_i}{P_{\text{élec}}} = \frac{D_m \left(c_p(T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2} \right)}{P_{\text{élec}}}$ On pourra noter que : $\frac{c_p(T_s - T_e)}{\frac{v_s^2}{2}} \approx \frac{10^4}{2 \times 10^2} \gg 1$ $\eta = \frac{P_{th} + P_i}{P_{\text{élec}}} \approx \frac{D_m (c_p(T_s - T_e))}{P_{\text{élec}}} \approx 2.4 \times 10^{-2} \times 10^4 / 500 = 0.48 \text{ soit } 48\%$ Ou bien : $\eta = \frac{P_{th} + P_i}{P_{\text{élec}}} \approx \frac{D_m (c_p(T_s - T_e))}{P_{\text{élec}}} \approx \rho \sqrt{2 \frac{\rho_{\text{eau}}gh}{\rho}} \pi \frac{D^2}{4} \frac{c_p(T_s - T_e)}{P_{\text{élec}}}$ $\eta = \frac{1 \times \sqrt{2 \times 10^3 \times 10 \times 2 \times 10^{-2}}}{4 \times 500} \times 3 \times 16 \times 10^{-4} \times 10^4 = \frac{20 \times 3 \times 16}{4 \times 500} \approx 50\%$	

36) Pour cette association série : $\underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$	
37) La loi d'Ohm généralisée donne $\underline{e} = \underline{Z} \times \underline{i} = \underline{Z} \times \frac{u_R}{R}$ donc ces deux tensions sont en phase pour $L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0$ soit $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	
38) On représente les deux voies d'oscilloscope et la masse : 	
39) On peut appliquer la méthode des 9 carreaux : ici un carreau et demi de retard équivaut à un déphasage de 60°	
40) En mode XY : $\begin{cases} CH1: e(t) = E\cos(\omega_0 t) \\ CH2: u_R = Ri(t) = \frac{Re(t)}{R} = e(t) \end{cases}$ on a donc une droite inclinée de 45° (car même calibre sur les deux voies)	
41) La tension aux bornes de l'association des deux bobines est : $u = \frac{d\phi_1}{dt} + \frac{d\phi_2}{dt} = (L_1 + M) \frac{di}{dt} + (L_2 + M) \frac{di}{dt}$ Donc $L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$	
42) On peut renforcer le flux magnétique ou le diminuer en fonction du branchement tout simplement en changeant le sens d'alimentation d'une des deux bobines.	
43) Si $f_{02} < f_{01}$ alors $f_{01} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C(L_1+L_2-2 M)}}$ et $f_{02} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C(L_1+L_2+2 M)}}$ Donc $(L_1 + L_2 - 2 M) = \frac{1}{4\pi^2 C f_{01}^2}$ et $(L_1 + L_2 + 2 M) = \frac{1}{4\pi^2 C f_{02}^2}$ $ M = \frac{1}{16\pi^2 C} \left(\frac{1}{f_{02}^2} - \frac{1}{f_{01}^2} \right)$	2 2

44) D'après l'équation de propagation, $[v^2] * s^2 = m^2$ donc $[v] = \frac{m}{s}$, il s'agit bien d'une vitesse. Cette vitesse traduit la vitesse de déplacement de l'onde.	2 2
45) Il s'agit d'une onde stationnaire.	
46) En injectant la solution proposée dans l'équation de propagation, on a : $\sin(\omega t) \frac{d^2 Y_0(x)}{dx^2} - \frac{\omega^2}{v^2} Y_0(x) (-\sin(\omega t)) = \frac{d^2 Y_0(x)}{dx^2} + k^2 Y_0(x) = 0$ Avec $k = \frac{\omega}{v}$	
47) On a donc $Y_0(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx)$ En prenant en compte les conditions aux limites : $Y_0(0) = 0 = A$ et $Y_0(L) = 0 = B \sin(kL)$ $k_p L = p\pi$ Ces ondes stationnaires sont à la longueur d'onde : $\lambda_p = \frac{2\pi}{k_p} = \frac{2L}{p}$	2 2
48) Pour le mode de rang 3 à un instant, on observe trois ventres : 	
49) On a $v = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ et la fréquence fondamentale est $f_0 = \frac{v}{2L}$ Donc $f_0 = \frac{\sqrt{\frac{T_0}{\mu}}}{2L}$ Et $T_0 = 4\mu L^2 f_0^2 = 4 \times 50 \times 10^{-3} \times 0,49 \times 10^4 = 980 N$ Soit l'effet d'une masse de 100kg ! Donc il faut des renforts.	1 2 1

