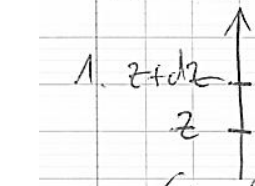
ATS 2022 - Corrigé provisoire

ATS 2022

1. 

Bilan des forces :

$\overrightarrow{dF}(z+dz) = -P(z+dz).S.\vec{u}_z$

$\overrightarrow{dF}(z) = +P(z).S.\vec{u}_z$

→ Forces de pression

(Les forces de pression latérales se compensent)

$\overrightarrow{dP} = dm.\vec{g} = -\rho S dz g \vec{u}_z$

PFS puis projection :

$-P(z+dz)S + P(z)S = -\rho S dz g$

$+dP(z) = -\rho dz g$

$+\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad (1)$

2 - Gaz parfait : $pV = nRT_0$ et $n = m/M$ d'où $pV = m\frac{RT_0}{M}$ d'où $\boxed{\rho = \frac{pM}{RT_0}.}$

3. $(1) \Rightarrow \frac{dP}{dz} = -\frac{Mg}{RT_0}P$

$\frac{dP}{dz} + \frac{Mg}{RT_0}P = 0$

D'où : $P(z) = A\exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ avec $H = \frac{RT_0}{Mg}$

CL : $P(0) = P_0$

$\Rightarrow P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right).$

4. $H = \frac{8,3 \times (273+15)}{29.10^{-3} \times 9,8} \simeq \frac{290}{29.10^{-3}} \simeq 10^4$ m $\simeq$ 10 km

5. Doc 2 | : $z_{lim} \simeq 8$ km
Doc 3 |
Hypothèse "isotherme" est la mieux vérifiée !

6. $Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$.

7. Plans de symétries :
$(M, \vec{e_r}, \vec{e_\theta})$
$(M, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi})$
Concl : $\vec{E} = E(r, \theta, \varphi)\vec{e_r}$
Invariances suivant θ et φ.
Concl : $\vec{E} = E(r)\vec{e_r}$

8. Th de Gauss : $\oiint \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Dans la boule : $E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$

$E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$ ($\nearrow$ en r)

A l'extérieur : $E(r) 4\pi r^2 = \frac{4\pi R^3 \rho}{3\varepsilon_0}$

$E(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$ ($\searrow$ en $\frac{1}{r^2}$)

D'où : $g(r) = \frac{GM_T}{r^2}$

9. $g(r) = \frac{GM_T}{r^2}$

Au sol : $g(0) = \frac{GM_T}{R_T^2}$

A l'altitude z : $g(z) = \frac{GM_T}{(R_T+z)^2} = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+z)^2}$

10. $g(z) = g_0 \dfrac{1}{\left(1+\frac{z}{R_T}\right)^2} \simeq g_0\left(1-2\dfrac{z}{R_T}\right)$

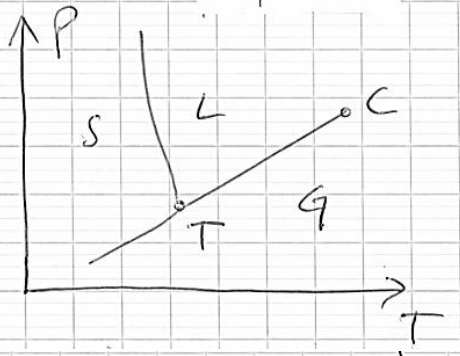
$g(z) \simeq g_0\left(1-\dfrac{2z}{R_T}\right)$

11. Pour $z = 6{,}4$ km, la diminution est de :

$2\dfrac{z}{R_T} = 2 \times \dfrac{6{,}4}{6400} = 0{,}2\%$.

Document 1 : $\dfrac{9{,}807 - 9{,}787}{9{,}807} \simeq \dfrac{0{,}02}{10} \simeq 0{,}2\%$

12.



13. Doc 4 b)

$\Rightarrow T_{eau} = 98°C$

Doc 4 a)

$T_{eau} = 97°C \Rightarrow P_{vapeur\ saturante} = 0{,}95$ bar

Or : Doc 1.

$h = 2400$ m $\Rightarrow$ Pression 0,75 bar.

A l'envers

$h = 2400$ m $\Rightarrow$ Pression : 0,75 bar

$\Rightarrow T_{LV} = 92°C$

$\Rightarrow$ Temps cuisson : 3,6 min

14 - Rapide ⇒ Adiabatique - brutale

15. Transformation | Adiabatique + Réversible = Isentropique
| gaz parfait.

$PV^\gamma = cte \Rightarrow P\left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma = cte$

$\Rightarrow P^{1-\gamma} T^\gamma = cte,$

16 - On prend le log et on différencie : $\boxed{(1-\gamma)\frac{\mathrm{d}p}{p} + \gamma\frac{\mathrm{d}T}{T} = 0.}$ (2pt)

17 - En divisant par $\mathrm{d}z$, puis en utilisant $\frac{T}{p} = \frac{M}{\rho R}$: $\boxed{\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{M}{\rho R}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}.}$ 4,5

18 - Avec $\frac{dp}{dz} = -\rho g$ $\frac{dT}{dz} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{M}{R}\rho g$

$\frac{dT}{dz} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{Mg}{R}$

19 - $\frac{dT}{dz} = \frac{1-1,4}{1,4} \times \frac{29.10^{-3} \times 9,8}{8,3}$

$\simeq -\frac{0,4}{1,4} \times 30.10^{-3}$ $\simeq -10^{-2}$ K/m

$\simeq -10$ K/km

20 - Système = Eau

$\Delta H = Q_{eau} = -m_{vap}.h_{vap}$.

D'où :

$Q_{air} = -Q_{eau} = \boxed{m_{vap}.h_{vap}}$

21. $\Delta H = m_{air} c_p \Delta T$

d'où :

$$\Delta T = \frac{\Delta H}{m_{air} c_p} = \frac{Q_{air}}{m_{air} c_p} = \frac{m_{vap} \cdot l_{vap}}{m_{air} \cdot c_p}$$

$$\boxed{\Delta T = \frac{m_{vap}}{m_{air}} \cdot \frac{l_{vap}}{c_p}}$$

22. $20°C$ / 70% $\Rightarrow \frac{m_{vap}}{m_{air}} = 11 \text{ g.kg}^{-1}$
$= 11.10^{-3}$.

23. $\Delta T = 11.10^{-3} \times \frac{2,3.10^6}{10^3}$.

$\simeq 10^{-2} \times \frac{2,5.10^6}{10^3} \simeq 25 °C$ ou K.

24. $\Delta T > 0$ car liquéfaction endothermique !

25. $\frac{dT}{dz} \simeq -10 K/km$ - $h = 1 km$

$\Rightarrow T_B = 20 - 10 = \underline{10°C}$

26. $T_C = \underline{0°C}$ - Pas d'effet de foehn

27. $\Delta T = 25°C + 20°C = \underline{45°C}$

28. $\downarrow \vec{e_z}$ $E_p = -mgz$

29 - TEM : $\frac{1}{2}mv^2 - mgz = \text{cst} = 0$ donc $\boxed{v = \sqrt{2gz}.}$

30. $v = \sqrt{2 \times 10 \times 1000} = \sqrt{2} \times \sqrt{10^4}$

$= 1{,}4 \cdot 10^2 = 140 \text{ m.s}^{-1}$

$\times 3{,}6 \simeq 500 \text{ km.h}^{-1}$

Top tiré ! Frottements !

31. $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

$mg - \alpha v^2 = m\frac{dv}{dt}$

$\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m} v^2 = g$.

32. $\frac{dv}{dt} = 0$

$\frac{\alpha}{m} v_{lim}^2 = g \qquad v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{\alpha}}$.

34. $\frac{dv}{dt} = g - \frac{\alpha}{m} v^2$

$\frac{v_{i+1} - v_i}{dt} = g - \frac{\alpha}{m} v_i^2$

$v_{i+1} = dt\left(g - \frac{\alpha}{m} v_i \text{^} 2\right) + v_i$

33. $v_i = + \frac{dz}{dt} = \frac{z_{i+1} - z_i}{dt}$

$z_{i+1} = v_i \cdot dt + z_i$

35. $v_{lim} = 40 \text{ m/s} \times 3{,}6 \rightarrow 130 \text{ km/h} \simeq 0K$

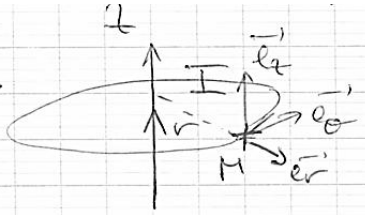
$40 \text{ m/s} \times 75\% = 30 \text{ m/s}$

$\rightarrow t = 45$

$\rightarrow z = \underline{\underline{70 \text{ m}}}$

2

36 -



Plan de symétrie $(M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$

$\Rightarrow \vec{B} \perp$ Plan de symétrie

$\Rightarrow \vec{B} = B \vec{e_\theta}$

Invariance par { translation suivant z / rotation suivant θ }

$\Rightarrow \vec{B} = B(r) \vec{e_\theta}$

37. Th. d'Ampère :

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_e$

Contour d'Ampère : Cercle de rayon r.

$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $\quad \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e_\theta}}$

38. $I_{max} = 50\ kA$

B à une distance $d = 10\ m$.

$B_{max} = \frac{\mu_0 I_{max}}{2\pi d} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} \times 50 \cdot 10^3}{2\pi \times 10}$

$= 10 \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 = 10^{-3}\ T$

(Voir EM4)

$\Phi_{max} = B_{max} \times S = 10^{-3} \times 10\ (m^2)$

$= 10^{-2}$ Weber.

$|e| = \frac{d\Phi_{max}}{dt}$

$= \frac{\Phi_{max}}{\Delta t} = \frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-6}}$ → Croissance du courant.

$= 0{,}5 \cdot 10^4 \simeq 5\ kV$

39. $I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = j \pi R^2$

$j = \frac{I}{\pi R^2}$ $\quad \vec{j} = \frac{I}{\pi R^2} \vec{e_z}$

40. $\vec{j} = \gamma \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{j}}{\gamma}$

$\left(\mathcal{P}_j = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma \vec{E} \cdot \vec{E} = \gamma E^2 \right)$

$\mathcal{P}_j = \vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{j^2}{\gamma} = \frac{I^2}{(\pi R^2)^2 \gamma}$

41. $\frac{d}{dr}\left(r \frac{dT}{dr} \right) = - \frac{r \mathcal{P}_j}{\lambda}$

$r \frac{dT}{dr} = - \frac{r^2 \mathcal{P}_j}{2\lambda} + cte_1$

$\frac{dT}{dr} = - \frac{r \mathcal{P}_j}{2\lambda} + \frac{cte_1}{r}$

$T(r) = - \frac{r^2 \mathcal{P}_j}{4\lambda} + cte_1 \ln(r) + cte_2$

$cte_1 = 0$ car $\ln(r)$ non défini en $r = 0$

$T(r) = - \frac{r^2 \mathcal{P}_j}{4\lambda} + cte_2$

CL : $T(0) = T_0 \Rightarrow cte_2 = T_0$.

$T(r) = T_0 - \frac{r^2 \mathcal{P}_j}{4\lambda}$

42. $- \lambda \overrightarrow{grad} T = \vec{j}_{th} = \vec{j}_{th}(R)$

$- \lambda \frac{dT}{dr} = h (T - T_{ext})$.

$+ \lambda \frac{r \mathcal{P}_j}{2\lambda} = h \left(T_0 - \frac{r^2 \mathcal{P}_j}{4\lambda} - T_{ext} \right)$.

$T_0 - \frac{r^2 \mathcal{P}_j}{4\lambda} - T_{ext} = + \frac{r \mathcal{P}_j}{2h}$

$T_0 = T_{ext} + \frac{R^2 \mathcal{P}_j}{4\lambda} + \frac{R \mathcal{P}_j}{2h}$.

43. $T_0 = T_{ext} + \frac{R\rho j}{2h}$

si $\frac{R^2 \rho j}{2\lambda} \ll \frac{R\rho j}{2h}$

$\frac{R}{2\lambda} \ll \frac{1}{h}$

$h \ll \frac{2\lambda}{R}$

ou $1 \ll \frac{2\lambda}{Rh}$

$\frac{Rh}{2\lambda} \ll 1$

Ici : $\frac{Rh}{2\lambda} = \frac{2.10^{-3} \times 10}{2 \times 400} = \frac{10^{-2}}{4.10^2}$

$= 0{,}25.10^{-4}$

$= 2{,}5.10^{-5}$ ok

44. $T_0 = T_{ext} + \frac{\rho j R}{2h}$

$\rho j = \frac{I^2}{(\pi R^2)^2 \gamma}$

$T_0 = T_{ext} + \frac{I^2 R}{\pi^2 R^4 \gamma \times 2h}$

$T_0 - T_{ext} = \frac{I^2}{\pi^2 R^3 \gamma \times 2h}$

$2(T_0 - T_{ext}) \pi^2 R^3 \gamma h = I^2$

$I = \sqrt{2\pi^2 R^3 \gamma h (T_0 - T_{ext})}$

$= 320$ A ?!

45. $p_A + \rho g z_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \rho g z_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$

Fluide incompressible parfait
Regime permanent
Sur 1 ligne de courant.

46 - Entre A à la surface du lac haut et B à la sortie du tuyau à l'air libre :

$$\frac{p_0}{\rho} + 0 + g z_A = \frac{p_0}{\rho} + \frac{1}{2} v_B^2 + g z_B,$$

soit $\boxed{v_B = \sqrt{2gh} = 45\,\text{m/s.}}$ (1pt expression + 1pt AN)

47 - $D_v = S \times v$ et temps $T = \dfrac{V}{D_v} = \dfrac{3 \times 10^6}{\pi 1^2 \times 45} \simeq \underline{2 \times 10^4\,\text{s}}$ (5h30). (1pt expression + 1pt AN)

48 - Entre A à la surface du lac haut et B à la surface du lac bas :

$$\rho D_v \left(\frac{p_0}{\rho} + 0 + g z_A \right) = \rho D_v \left(\frac{p_0}{\rho} + 0 + g z_B \right) + \mathcal{P},$$

soit $\boxed{\mathcal{P} = \rho D_v g h.}$ (1pt pour Bernoulli + 1pt résultat)

49 - Avec $g = 10\,\text{m/s}^2$ on obtient $\boxed{\mathcal{P} = 60\,\text{MW.}}$ (2pt)

50 - Puissance réelle inférieure à cause des pertes de charge. (2pt)

51 - Il y a 5 MW de pertes de charge au turbinage, en première approximation on peut les estimer identiques pour le pompage : il faut $\boxed{\mathcal{P}' = 65\,\text{MW}}$ pour le pompage. (2pt)