ATS 2023 - Corrigé provisoire

I Récupération de l'énergie de vibration

I.1 Étude en régime libre

1 - $-mg\,\vec{e}_z - k(z-l_0)\,\vec{e}_z = \vec{0}$ donc $\boxed{z_{\text{éq}} = l_0 - \frac{mg}{k}.}$ (2pt pour l'expression des forces, 2pt résultat)

2 - PFD : $m\ddot{z}\,\vec{e}_z = -mg\,\vec{e}_z - k(z-l_0)\,\vec{e}_z$, d'où $\boxed{\ddot{z} + \frac{k}{m}z = \frac{kl_0}{m} - g.}$

(4pt, avec -1pt par erreur du type mauvaise expression force ressort ou mauvais signe)

3 - $\boxed{z(t) = A\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t + B\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + l_0 - \frac{mg}{k}.}$ Le mouvement est oscillant.

(2pt sol homogène + 1pt sol particulière + 1pt mouvement oscillant)

4 - PFD : $m\ddot{z}\vec{e}_z = -mg\vec{e}_z - k(z-l_0)\vec{e}_z - \alpha\dot{z}\vec{e}_z$, d'où $\boxed{\ddot{z} + \frac{\alpha}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z = \frac{kl_0}{m} - g.}$ (4pt)

5 - $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},}$ $\boxed{Q = \frac{\sqrt{km}}{\alpha},}$ $\boxed{z_e = l_0 - \frac{mg}{k}.}$ (4pt dont 2 pour Q)

6 - Apériodique pour $Q < 0{,}5$, critique si $Q = 0{,}5$, pseudopériodique si $Q > 0{,}5$.
Ici régime apériodique. (4pt (un par item))

7 - $\boxed{z = z_e + 1\,\text{mm et } v = 0.}$ (4pt coef 0,5 ?) → $\begin{cases} z(0) = \dots \\ v(0) = \dots \end{cases}$ 2pts 2pts

I.2 Étude en régime sinusoïdal forcé

8 - $\left(-\omega^2 + \mathrm{j}\omega\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2\right)\underline{z} = -\mu\,(-\omega^2)\underline{z_d}$, d'où $\boxed{\underline{Z_m} = \frac{A\mu\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \mathrm{j}\omega\frac{\omega_0}{Q}}.}$

(2pt passage en cplx + 2pt manipulations)

9 - $\boxed{Z_m = |\underline{Z_m}| = \frac{A\mu\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2}}.}$ (4pt, dont déjà 1pt pour l'idée $Z_m = |\underline{Z_m}|$)

10 - BF : $Z_m \sim 0$; HF : $Z_m \sim A\mu$. (2pt+2pt)

11 - Z_m maximal si $f(u) = (u^2-1)^2 + u^2/Q^2$ minimal.

$f'(u) = 0$ ssi $2\times 2u(u^2-1) + 2u/Q^2 = 0$ donc en $2(u^2-1) + 1/Q^2 = 0$ donc en $u = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$.

C'est bien un minimum car $f''(u) = 4u > 0$.

La solution précédente est définie ssi $\boxed{Q > 1/\sqrt{2} = 0{,}7}$. Ce n'est pas le cas ici.

(2pt démarche de recherche extremum, ~~1pt pour établir que c'est bien un max~~, 1pt pour le critère $Q > 1/\sqrt{2}$ et la conclusion | coef 2 ?)

12 - On a environ $\boxed{f \simeq 3\,\text{Hz}}$ et $\boxed{Z_m \simeq 2\,\text{mm}}$ (doc 6 milieu) (4pt) 1,5 à 3 — 1,6 à 2,2

13 - À 3 Hz on voit que $Z_m/A = 0{,}033$, donc $A = Z_m/0{,}033 \simeq 30 \times Z_m$ soit $\boxed{A \simeq 6\,\text{cm.}}$ Raisonnable.
(4 pt dont 2 pour une AN correcte) FHL = 4 pts

14 - Force $F = 60 \times A \times \omega^2 = 60 \times 6\cdot 10^{-2} \times (2\pi \times 3)^2$ soit $\boxed{F \simeq 1300\,\text{N.}}$ Cohérent avec les mesures constructeur (doc 6 en bas). (4pt ~~dont 2 pour une AN correcte~~)

4 comptés FHL

15. $\vec{F_L} = \int i \, \vec{dl} \wedge \vec{B} = iL \, \vec{e_y} \wedge B_0 \vec{e_z}$

$= iLB_0 \, \vec{e_x}$.

16. $e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BLx) = -BLv$.

17. $i = \frac{e}{R} = -\frac{B_0 L v}{R}$

18. $\vec{F_L} = -\frac{B_0 L v}{R} \times LB_0 \vec{e_x} = -\frac{B_0^2 L^2}{R} v \vec{e_x} = -\frac{B_0^2 L^2}{R} \vec{v}$

D'où : $\alpha = \frac{B_0^2 L^2}{R}$

Loi de Lenz !

19. $\mathcal{P}_L = \vec{F_L} \cdot \vec{v} = -\frac{B_0^2 L^2}{R} v^2$ (cm) $= -\alpha v^2$.

$\mathcal{P}_L < 0$: Force freinante.

20. $\mathcal{P}_R = Ri^2 = \frac{B_0 L^2 v^2}{R}$!

$\mathcal{P}_R = -\mathcal{P}_L$!

21. $f = 3\,\text{Hz} \Rightarrow \frac{\mathcal{P}_{elec}}{A^2} = 12\,000 \ \text{W/m}^2$

$\Rightarrow \mathcal{P}_{elec} = 12.000 \times A^2$

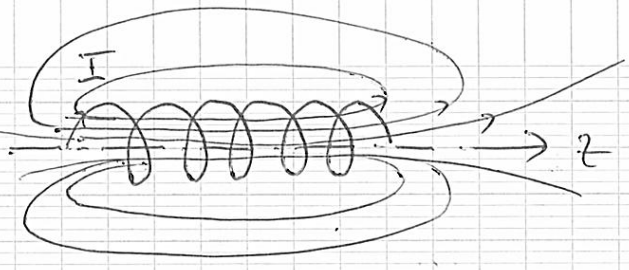
$= 12.000 \times (5.10^{-2})^2$

$= 12.10^4 \times 25.10^{-4}$

$\simeq 30\,\text{W}$

ODG ok

22-



23- Plan $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta})$ plan de symétrie -

$\Rightarrow \vec{B}$ ⊥ plan de symétrie,

$\Rightarrow \vec{B}$ suivant $\vec{e_z}$ - $\vec{B} = B(M).\vec{e_z}$

Invariances suivant z et θ

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = B(r)\,\vec{e_z}}$$

24- Contour d'Ampère :

Rectangle, longueur L, largeur r

$$\int \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_0 I = \mu_0 N I$$

$$B.L = \mu_0 N I$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 n I$$

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e_z}}$$

25. $E_p = mgh \times 30^3$

$= 5000 \times 30 \times 10 \times 120$

$= 5 \times 3 \times 12 \times 10^3 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10^3$

$= 15 \times 12 \times 10^6 \times 10^3$

$= 180 \times 10^6 \times 10^3$

$= 180 \times 10^9$

$= 18 \cdot 10^{11}$ J.

26. $P = \vec{P} \cdot \vec{v}$

$= 6\,\text{quies} \times mg \times v$

$= 6 \times 30 \cdot 10^3 \times 10 \times 3$

$\simeq 6 \times 3 \times 3 \times 10^5$

$\simeq 50 \cdot 10^5$ W

$\simeq 5$ MW

27- $h_3 \simeq 3148$ kJ/kg.
$s_3 \simeq 6300$ J/K/kg.

28- $h_4 = 1962$ kJ/kg.
$s_4 = s_3 = 6300$ J/K/kg.

29- $x_4 \simeq 0,75$.

30- $2 \to 3$ isobare
$\Rightarrow q_{23} = \Delta h_{23} = h_3 - h_2$
$= 3148 - 209 \simeq \underline{2940}$ kJ/kg.

31- $3 \to 4$ adiabatique réversible.
$\Rightarrow w_{i34} = \Delta h_{34} = h_4 - h_3$
$= 1962 - 3148$
$= \underline{-1186}$ kJ/kg.

32- $1 \to 2$ adiabatique réversible
$\Rightarrow w_{i12} = \Delta h_{12} = h_2 - h_1$
$= 209 - 197 = \underline{12}$ kJ/kg !

33- $\eta = -\dfrac{w_{12} + w_{34}}{q_{23}}$

34- $\eta \simeq -\dfrac{-1186 + 12}{2940} \simeq \dfrac{1}{3}$!

35- $\mathcal{P}$ en W $= J.s^{-1}$
$\rho = 1000$ kg.m^{-3}. D_m en kg.s^{-1}
Δp en bar ou J.m^{-3}.

35 - $\mathcal{P} = D_m w_{i,34}$ (on néglige $w_{i,12}$), donc $\boxed{D_m = \dfrac{\mathcal{P}}{w_{i,34}} = 50\,\text{kg/s.}}$

36 - $\eta \simeq \dfrac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_{\text{th}}}$ et donc $\boxed{\mathcal{P}_{\text{th}} = \dfrac{\mathcal{P}}{\eta} = 150\,\text{MW}.}$

GP $\Rightarrow \Delta h_{03} = c_p(T_3 - T_0)$

$\Rightarrow \underline{h_3 = c_p(T_3 - T_0) + h_0}$ (ù)

38. 3 → 4 adiabatique réversible

$\Rightarrow s_4 = s_3$

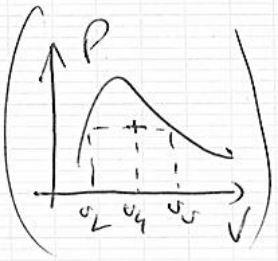
$= s_0 + c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_0}\right) - \frac{R}{M}\ln\left(\frac{P_3}{P_0}\right)$

$= \underline{6470\ \text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}}$

39. Grandeur extensive

$\Rightarrow h_4 = x_4$.

39. $h_4 = (1-x_4)h_L + x_4 h_v$ → 40



39. $s_4 = x_4 s_v + (1-x_4)s_L$

$s_4 - s_L = x_4(s_v - s_L)$

$x_4 = \dfrac{s_4 - s_L}{s_v - s_L}$

40. $h_4 = x_4 h_v + (1-x_4)h_L$ (grandeur extensive).

41. Modèle valable si

$P_3 < 2$ bars ?

P faible $\Rightarrow$ Gaz parfait

III.3 Recherche du rendement maximal

42 - Bloc 1 : `maxi = eta(i);` et `imax = i;` (avec ou sans ;) (2pt+2pt)

43 - Bloc 2 : `disp(p3(imax))` et `disp(x4(imax))`. (2pt+2pt)

III.4 Consommation en méthane

Apr

44 - Chaleur reçue : $Q = \Delta H$ car isobare ; et $\Delta H = n_0 \times \Delta_r H°$ car réaction chimique isotherme.

D'où $\boxed{Q_{\text{libérée}} = -Q = -n_0 \Delta_r H°.}$ (1pt justifications, 3pt expression) (-1 si pas de signe)

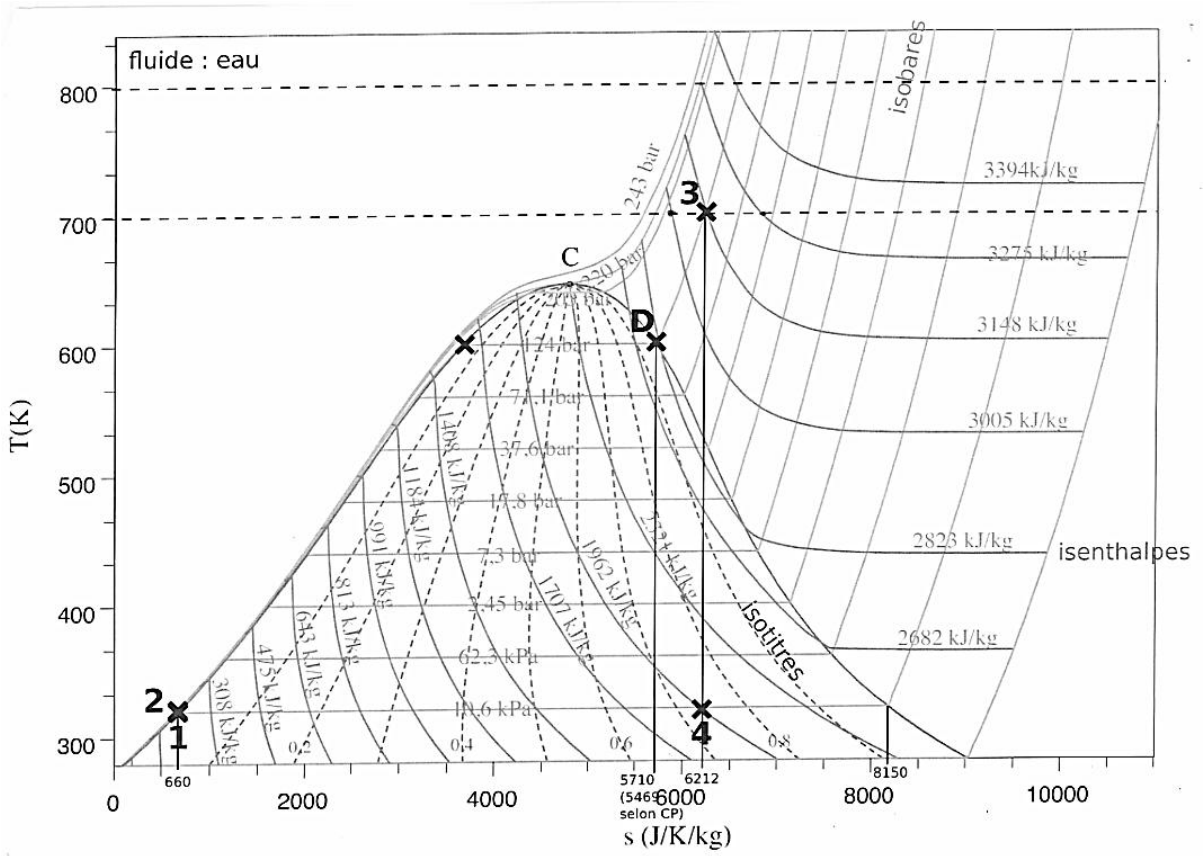
(?)

45 - $150\,\text{MW} \times 1\,\text{h} = n_0 |\Delta_r H°|$, d'où $\boxed{n_0 = \dfrac{150\,\text{MW} \times 1\,\text{h}}{|\Delta_r H°|}.}$ (4pt)

On admet que l'application numérique donne $n_0 \simeq 7 \times 10^5$ mol.

46 - $\boxed{m = n_0 M = 1{,}1 \times 10^4\,\text{kg}.}$ (2pt formule et 2pt AN)

(-1 si AN avec valeurs fausses)


fluide : eau
T(K)
s (J/K/kg)
isobares
isenthalpes
isotitres
C
D
1
2
3
4
3394kJ/kg
3275 kJ/kg
3148 kJ/kg
3005 kJ/kg
2823 kJ/kg
2682 kJ/kg
243 bar
220 bar
124bar
71.1bar
37.6bar
17.8 bar
7.3 bar
2.45 bar
62.3 kPa
19.6 kPa
660
5710
(5469 selon CP)
6212
8150