

Première partie

/32

$$1) \operatorname{div} \vec{E}' = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}' = -\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{B}' = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{B}' = \mu_0 \left(\vec{J}' + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} \right)$$

Dans le vide :

$$\operatorname{div} \vec{E}' = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}' = -\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{B}' = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{B}' = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t}$$

$$2) \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E}' = \operatorname{rot} \left(-\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \vec{B}') \\ = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}'}{\partial t^2}$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E}' = -\Delta \vec{E}' \quad (\text{car } \operatorname{div} \vec{E}' = 0)$$

$$\text{d'où : } \Delta \vec{E}' - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}'}{\partial t^2} = \vec{0}$$

De même :

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{B}' = \operatorname{rot} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} \right)$$

$$= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \vec{E}')$$

$$= -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}'}{\partial t^2}$$

2 | $\text{rot}' \text{rot}' \vec{B}' = -\Delta' \vec{B}'$ (car $\text{div}' \vec{B}' = 0$)

d'où : $\Delta \vec{B}' - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}'}{\partial t^2} = \vec{0}$

3) $\vec{E}'(x, t) = \vec{E}_0' \cos(\omega(t - \frac{x}{c}))$

$\vec{B}'(x, t) = \vec{B}_0' \cos(\omega(t - \frac{x}{c}))$

$\vec{E}_0' = E_{0y} \vec{e}_y' + E_{0z} \vec{e}_z'$

$\vec{B}_0' = B_{0y} \vec{e}_y' + B_{0z} \vec{e}_z'$

1 | Direction de propagation : x -

1.  Propagation selon $x^+ \rightarrow$ progressive -
et $\vec{E}'$ et $\vec{B}'$ dans le plan $\vec{e}_y', \vec{e}_z'$

A

$\rightarrow$ plane -
Une seule pulsation ω (une seule fréquence f)
 $\rightarrow$ monochromatique -

c = célérité de la lumière dans le vide
= vitesse de propagation de l'onde dans le vide.

1. 

2

$\vec{k}' = \frac{\omega}{c} \vec{e}_x$ - Direction x -
selon x^+ -
 $\|\vec{k}'\| = \frac{\omega}{c}$ -

4) On remplace $\vec{E}'$ dans l'équation de propagation.

$$\vec{\Delta E} = \frac{\partial^2 E_{0y}}{\partial x^2} \vec{e}_y + \frac{\partial^2 E_{0z}}{\partial x^2} \vec{e}_z$$

$$= \left(-\frac{\omega^2}{c^2} E_{0y} \vec{e}_y - \frac{\omega^2}{c^2} E_{0z} \vec{e}_z \right) \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{E}_0 \times (-\omega^2) \times \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$= -\vec{E}_0 \omega^2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$= -E_{0y} \vec{e}_y \omega^2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$- E_{0z} \vec{e}_z \omega^2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

Suivant $\vec{e}_y$:

$$-\frac{\omega^2}{c^2} E_{0y} \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) + \epsilon_0 \mu_0 E_{0y} \omega^2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = 0$$

Suivant $\vec{e}_z$:

$$-\frac{\omega^2}{c^2} E_{0z} \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) + \epsilon_0 \mu_0 E_{0z} \omega^2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = 0$$

L'équation est la même suivant les 2 axes:

$$-\frac{\omega^2}{c^2} + \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = 0$$

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \rightarrow \mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$$

5) OPPA $\Rightarrow \vec{B} = \frac{k \wedge \vec{E}}{\omega}$ (a) Maxwell (c)

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{e}_x \wedge (E_y \vec{e}_y + E_z \vec{e}_z)$$

$$= \frac{E_y}{c} \vec{e}_z - \frac{E_z}{c} \vec{e}_y$$

$$B_y = -\frac{E_z}{c} = -\frac{E_{0z}}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \quad \text{+ Maxwell}$$

$$B_z = \frac{E_y}{c} = +\frac{E_{0y}}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$\vec{B}' = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}'}{\omega} \Rightarrow \vec{B}' \text{ et } \vec{E}' \text{ sont } \perp$$

$$\left. \begin{array}{l} \|\vec{B}'_y\| = \frac{\|\vec{E}'_{0z}\|}{c} \\ \|\vec{B}'_z\| = \frac{\|\vec{E}'_{0y}\|}{c} \end{array} \right| \begin{array}{l} \vec{E}' \cdot \vec{B}' \\ \dots = E_y B_y + E_z B_z \\ = 0 \end{array}$$

$$\vec{B}' = \frac{\vec{k}' \wedge \vec{E}'}{\omega} \Rightarrow \|\vec{B}'\| = \frac{\|\vec{k}'\|}{\omega} \times \|\vec{E}'\| \text{ car } \vec{k} \perp \vec{E}'$$

$$\|\vec{B}'\| = \frac{1}{c} \|\vec{E}'\|$$

$$61) \vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

$\vec{R}$ | vecteur densité surfacique de puissance =
W.m⁻²

$$62) \vec{R} = \frac{1}{\mu_0} (E_{0y} \vec{e}_y + E_{0z} \vec{e}_z) \wedge \left(-\frac{E_{0z}}{c} \vec{e}_y + \frac{E_{0y}}{c} \vec{e}_z \right) \times \cos^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{\mu_0 c} (E_{0y}^2 \vec{e}_y \wedge \vec{e}_z - E_{0z}^2 \vec{e}_z \wedge \vec{e}_y) \cos^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{\mu_0 c} (E_{0y}^2 + E_{0z}^2) \vec{e}_x \cos^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$= \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{e}_x$$

$$= \epsilon_0 c E_0^2 \cos^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{e}_x$$

$$63) \langle \vec{R} \rangle = \epsilon_0 c E_0^2 \langle \cos^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \rangle \vec{e}_x$$

$$= \frac{\epsilon_0 c E_0^2}{2} \vec{e}_x$$

Deuxième partie /27

7) $\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$

1 Polarisation suivant $\vec{e}_y$.

donnée 8) DONNÉ : $\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$
 $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$

91) $\vec{E}_2 = \vec{0}$ (métal) -
 $\Rightarrow -\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x$

$$-\vec{E}_i(0, t) - \vec{E}_r(0, t) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x$$

4 $-E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_y - E_{0r} \cos(\omega t) \vec{e}_y = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x$

$$\Rightarrow E_0 + E_{0r} = 0$$

$$\Rightarrow E_{0r} = -E_0$$

$$\Rightarrow \vec{E}_r = -E_0 \cos(\omega t + kx) \vec{e}_y$$

1 Polarisation suivant $\vec{e}_y$.

92) $\vec{B}_i = \frac{k_i \wedge \vec{E}_i}{\omega}$

$$= \frac{1}{c} E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_x \wedge \vec{e}_y$$

2 $= \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z$

$$\vec{B}_1 = \frac{-\vec{k}_1 \wedge \vec{E}_1}{\omega}$$

$$= -\frac{E_0}{c} \cos(\omega t + kx) \vec{e}_x \wedge (-\vec{e}_y)$$

$$= \frac{E_0}{c} \cos(\omega t + kx) \vec{e}_z$$

$$93) \vec{E} = E_0 \vec{e}_y (\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx))$$

$$= -2E_0 \vec{e}_y \sin(\omega t) \sin(-kx)$$

$$= 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_y$$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \vec{e}_z (\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx))$$

$$= \frac{2E_0}{c} \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{e}_z$$

Onde stationnaire.

$$10) \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

$$\vec{E}_2(0,t) = 0 \quad (\text{conducteur parfait})$$

$$\vec{E}_1(0,t) = 0$$

$$\Rightarrow \sigma = 0$$

$$\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_x$$

$$\vec{B}_2(0,t) = 0 \quad (\text{conducteur parfait})$$

$$\vec{B}_1(0,t) = \frac{2E_0}{c} \cos(\omega t) \vec{e}_z \neq 0$$

$$-\vec{B}_1(0,t) = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_x$$

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2E_0}{c} \cos(\omega t) \end{vmatrix} = \mu_0 \begin{vmatrix} j_s x & & \\ & j_s y & \\ & & j_s z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$-\frac{2E_0}{c} \cos(\omega t) = -\mu_0 \cdot j_s y$$

$$\vec{j}_s = + \frac{2E_0}{\mu_0 c} \cos(\omega t) \vec{e}_y$$

$$\vec{j}_s = 2E_0 \epsilon_0 c \cos(\omega t) \vec{e}_y$$

$$11/1) \quad d\vec{F}_L = \vec{j}_s dS \wedge \vec{B}_i$$

$$= 2E_0 \epsilon_0 c \cos(\omega t) \vec{e}_y dS \wedge \frac{E_0}{c} \cos(\omega t) \vec{e}_z \quad (at x=0)$$

$$= 2E_0^2 \epsilon_0 \cos^2(\omega t) dS \vec{e}_x$$

$$d'out: \quad \vec{F}_L = 2E_0^2 \epsilon_0 \cos^2(\omega t) S \vec{e}_x$$

$$11/2) \quad P = \frac{d\vec{F}_L}{dt} = 2E_0^2 \epsilon_0 \cos^2(\omega t)$$

$$\langle P \rangle = 2E_0^2 \epsilon_0 \langle \cos^2(\omega t) \rangle = E_0^2 \epsilon_0$$

$$12) \quad \vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

$$= \frac{4E_0^2}{\mu_0 c} \sin(\omega t) \cos(\omega t) \sin(kx) \cos(kx) \vec{e}_x$$

$$= \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \sin(2\omega t) \sin(2kx) \vec{e}_x$$

$$= E_0^2 \epsilon_0 c \sin(2\omega t) \sin(2kx) \vec{e}_x$$

1 $\langle \vec{R} \rangle = 0$ -

1 Pas de transport d'énergie -

Troisième problème. /26

1) Phénomène d'induction :

$I(t)$ variable
 $\Rightarrow \Phi(t)$ variable à travers le circuit électrique torique.

2) Plan $(r, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ plan de symétrie de la distribution de courant.

$\Rightarrow \vec{B} \perp$ à ce plan

$\Rightarrow \vec{B}$ suivant $\vec{e}_\theta$

Invariance par rotation

$\Rightarrow \vec{B}$ ne dépend pas de θ

Concl : $\vec{B} = B(r, z, t) \cdot \vec{e}_\theta$

3) Contour d'Ampère orienté :

Cercle de rayon r

Théorème d'Ampère :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_e$$

$$\oint_C B(r, z, t) \cdot \vec{e}_\theta \cdot r \cdot d\theta \cdot \vec{e}_\theta = \mu_0 (I(t) + N i(t))$$

$$B(r, z, t) 2\pi r = \mu_0 (I(t) + N i(t))$$

$$\vec{B}(r, z, t) = \frac{\mu_0}{2\pi r} (I(t) + N i(t)) \vec{e}_\theta$$

4) $\Phi(t) = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ avec $d\vec{S} = dr dz \cdot \vec{e}_\theta$

$$= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dz \int_{2a}^{3a} \frac{\mu_0}{2\pi r} (I(t) + N i(t)) dr$$

$$\phi(t) = \frac{\mu_0 a}{2\pi} (I(t) + N i(t)) \left[\ln r \right]_{r_a}^{r_b}$$

$$\phi(t) = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{3}{2}\right) (I(t) + N i(t))$$

$$\phi_{\text{TOT}}(t) = \frac{N \mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{3}{2}\right) (I(t) + N i(t))$$

$$\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 5) \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \phi_{\text{TOT}_1} = L \cdot i \\ \phi_{\text{TOT}_2} = M \cdot I \end{matrix}$$

$$\phi_{\text{TOT}} = L i + M I$$

$$1 \quad 6) \quad e = -L \frac{di}{dt} - M \frac{dI}{dt}$$

$$1 \quad 7) \quad R i = -L \frac{di}{dt} - M \frac{dI}{dt}$$

$$R i = -L \frac{di}{dt} - M \frac{dI}{dt}$$

$$3 \quad 1 \quad R \underline{i} = -j\omega L \underline{i} - jM\omega \underline{I}$$

$$\underline{i} (R + j\omega L) = -jM\omega \underline{I}$$

$$1 \quad \underline{H} = \frac{\underline{i}}{\underline{I}} = \frac{-jM\omega}{R + j\omega L}$$

$$1 \quad 8) \quad |\underline{H}| = \frac{M\omega}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$HF \rightarrow |\underline{H}| \rightarrow \frac{M}{L} = \frac{1}{N}$$

$$1 \quad BF \rightarrow |\underline{H}| \rightarrow 0$$

1 (HF $\rightarrow$ proportionnalité entre $|\underline{i}|$ et $|\underline{I}|$

1 BF $\rightarrow$ non proportionnalité.

1 Continu $\rightarrow$ pas de mesure

1 9) Non - ouverture du circuit!

la recherche d'exoplanètes /24

47. $s_1(t) = S \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(s_1 M))$

$$s_2(t) = S \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(s_2 M))$$

$$s_1^2(t) + s_2^2(t) = S_1^2 \cos^2(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(s_1 M)) + S_2^2 \cos^2(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(s_2 M))$$

$$+ 2 S_1 S_2 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(s_1 M)) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(s_2 M))$$

$$= \frac{S_1^2}{2} + \frac{S_2^2}{2} + S_1 S_2 \cos(2\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}((s_1 M) + (s_2 M)))$$

$$+ S_1 S_2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda}((s_2 M) - (s_1 M)))$$

$$\langle s_1^2(t) + s_2^2(t) \rangle = \frac{S_1^2}{2} + \frac{S_2^2}{2} + S_1 S_2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \delta)$$

$$S_1 = S_2 = A$$

$$\langle s_1^2(t) + s_2(t) \rangle = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} + A^2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \delta)$$

$$I(M, t) = 2I_0 (1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \delta))$$

48. Interférences si 2 sources de même fréquence et cohérentes.

C'est le cas ici puisque s_1 et s_2 résultent de la source S .

49. $\text{Contraste} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 1$ ici.

2 50. Rayons lumineux peu inclinés et proches de l'axe de la lentille.

51. Surfaces d'onde $\perp$ rayons lumineux.

$$\begin{aligned}\delta &= n \cdot S_2 H \\ &= S_2 H = a \sin \theta \\ &\approx a \tan \theta \\ &\approx a \frac{x}{f'}\end{aligned}$$

2

Interfrange $\delta = \lambda$

$$\frac{ax}{f'} = \lambda$$

$$x = \frac{\lambda f'}{a}$$

2

$$i = \frac{\lambda f'}{a}$$

52. $I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} a \frac{x}{f'} \right) \right)$

$I(M)$ ne dépend que de x .

1

$\Rightarrow$ Franges = droites suivant y .

1

localisées car observables dans le plan focal.

53. Chaque source lumineuse principale (étoile ET exo planète) crée son système de franges dont l'un est beaucoup plus lumineux que l'autre.

1

54. $I(M)_{\text{étoile}} = 2I_{0,\text{étoile}} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} a \frac{x}{f'} + \pi \right) \right)$

$$= 2I_{0,\text{étoile}} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi}{\lambda} a \frac{x}{f'} \right) \right)$$

1

On peut aussi écrire :

$$I(r)|_{\text{étoile}} = 2I_{0\text{étoile}} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax}{f_1} + \frac{\lambda}{2} \right) \right) \right)$$

ordre d'interférence

$$p = \frac{ax}{\lambda f_1} + \frac{1}{2}$$

$$55. I(r)|_{\text{planète}} = 2I_{0\text{planète}} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax}{f_1} + \frac{\lambda}{2} + D \sin \alpha \right) \right) \right)$$

Réglage optimal : $D \sin \alpha = -\frac{\lambda}{2}$ (compensation)
d'où :

$$I(r)|_{\text{planète}} = 2I_{0\text{planète}} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{f_1} \right) \right)$$

56. Au centre ($x=0$)

$$I(0) = I(0)|_{\text{étoile}} + I(0)|_{\text{planète}} \quad (\text{car sources incohérentes}).$$

$$I(0) = 4I_{0\text{planète}}$$

On peut détecter la présence d'exoplanète.

