

FORMULAIRE DE THERMODYNAMIQUE

Relations générales

- Travail des forces de pression reçu par le système : $\delta W_p = -p_{ext}dV$ soit $W_p = -\int p_{ext}dV$ $P_{ext} = P$ si équilibre mécanique
- Energie totale E_{TOT} : $E_{TOT} = U + E_{c_{macro}} + E_{p_{ext}}$ avec U énergie interne : $U = E_{c_{micro}} + E_{p_{int}}$
- Bilan issu du 1^{er} principe : $\Delta E_{TOT} = \Delta U + \Delta E_{c_{macro}} + \Delta E_{p_{ext}} = W + Q$ Cas usuel $\Delta U = W + Q$
Avec $W = W_p + W_{\neq p}$ où $W_{\neq p}$ travail utile et W_p travail des forces de pression
- Enthalpie : $H = U + PV$ soit $\Delta H = \Delta U + \Delta(PV)$

Transformations particulières

Adiabatique : $Q = 0$
 $\Delta U = W_{adiab}$

Isochore : $W_p = 0$
 $\Delta U = Q_v + W_{\neq p}$

Si réversibilité mécanique : $W_p = -\int P dV$

Isobare ; ou monobare avec $P_i = P_f = P_{ext}$:

$$W_p = -p_{ext}\Delta V$$

$$\Delta H = Q_p + W_{\neq p}$$

Systèmes monophasés idéaux : Gaz parfaits et P.C.I.I. (phases condensées incompressibles indilatables)

Capacités thermiques :

Capacité thermique isochore C_v d'un système : $C_v = \frac{dU}{dT}$ (en J.K⁻¹),

Capacité thermique isobare C_p d'un système : $C_p = \frac{dH}{dT}$ (en J.K⁻¹).

- Corps condensés : modèle P.C.I.I. : $V = cte$ et $C_p = C_v = C = mc$ $\Delta U \approx \Delta H \approx mc\Delta T$ si $c \approx cte$

Gaz parfaits :

- Relation de Mayer : $C_p - C_v = nR$ (en J/K) ; $C_{p,m} - C_{v,m} = R$ (en J/mol/K) ; $c_p - c_v = \frac{R}{M}$ (en J/kg/K).

- Coefficient de Laplace (ou isentropique) γ : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{C_{p,m}}{C_{v,m}}$

- Capacités thermiques du gaz parfait : $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$ et $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}$; soit

$$C_{v,m} = \frac{R}{\gamma-1} \quad \text{et} \quad C_{p,m} = \frac{\gamma R}{\gamma-1} ; \quad c_v = \frac{R}{M(\gamma-1)} \quad \text{et} \quad c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}$$

- \forall transformation d'un G.P. si $\gamma = cte$: $\Delta U = C_v\Delta T = \frac{nR}{\gamma-1}\Delta T$ et $\Delta H = C_p\Delta T = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}\Delta T$

- Lois de Laplace : Si 1) GP + 2) transformation adiabatique+ 3) réversible : $PV^\gamma = cte$

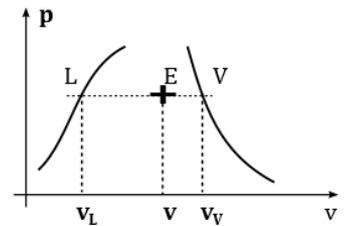
Transitions de phase ou changement d'état

- Titre ou fraction massique d'un système sous 2 phases :

$$x_i = \frac{m_i}{m_{tot}} \quad \text{et} \quad x_1 + x_2 = 1$$

- Volume massique v en M, équilibre liquide-vapeur caractérisé par un titre en vapeur x_v :

$$v = x_v v_v + (1 - x_v) v_L$$



- Règle des moments associée :

$$x_v = \frac{v - v_L}{v_v - v_L} = \frac{LE}{LV}$$

- Enthalpie massique de changement d'état, ou chaleur latente, à la température T , (en J/kg) : différence entre les enthalpies massiques du corps pur dans la phase 2 et dans la phase 1 à T , correspondant à la variation d'enthalpie par kg de corps subissant le changement d'état à la température T sous la pression atmosphérique.

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} h(T) = h_2(T) - h_1(T) = l_{1 \rightarrow 2}(T) = -\Delta_{2 \rightarrow 1} h(T)$$

- Enthalpie massique $\Delta_{vap} h(T)$ de vaporisation (L \rightarrow V) :

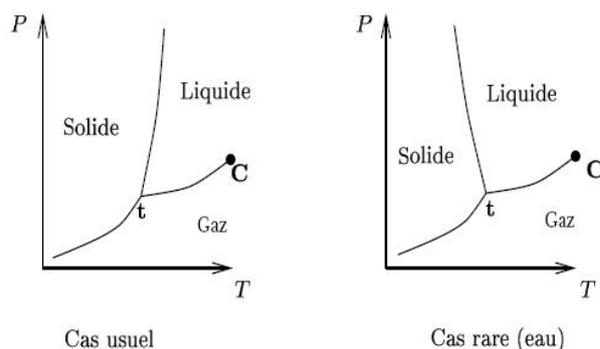
$$\Delta_{vap} h(T) = h_v(T) - h_l(T) = l_{vap}(T) = -\Delta_{liq} h(T)$$

- Bilan enthalpique d'un changement d'état isotherme et isobare : $\Delta_{1 \rightarrow 2} H = m_{12} \Delta_{1 \rightarrow 2} h = m_{12} l_{1 \rightarrow 2}(T)$;

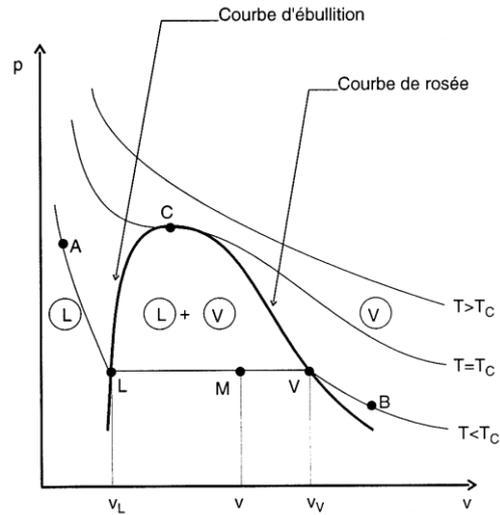
Avec m_{12} masse ayant subit le changement d'état, soit $m_{12} = m_{2,F} - m_{2,I} = m_{tot}(x_{2,F} - x_{2,I})$

Pour une transformation monobare en l'absence de travail utile (ou indiqué) : $\Delta_{1 \rightarrow 2} H = Q_P$

- Diagramme de phase (P, T) d'une espèce diphasée :



- Diagramme de Clapeyron (P, v) d'une espèce diphasée :



- Expression générale du rendement d'un moteur thermique ; Cycle de Carnot : expression du rendement en fonction des températures des sources chaude et froide.

$$\eta = -\frac{W_{TOT}}{Q_{Chaud}}$$

Rendement de Carnot :

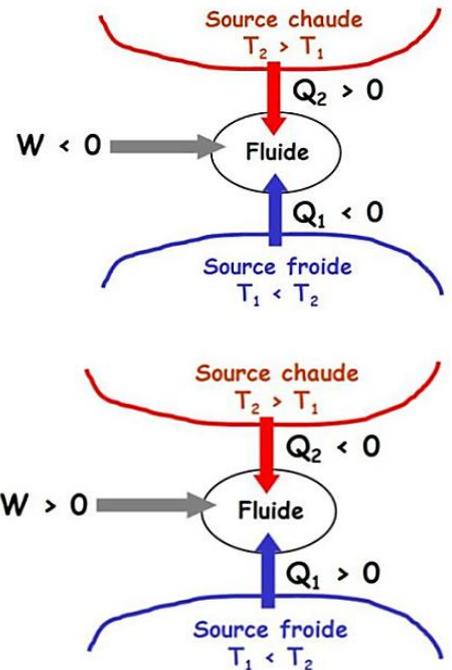
$$\eta = 1 - \frac{T_{Froid}}{T_{Chaud}}, \text{ Températures exprimées en Kelvin}$$

- Expression générale de l'efficacité d'un réfrigérateur ou d'une pompe à chaleur ; Cycle de Carnot : 'expression de l'efficacité en fonction des températures des sources chaude et froide.

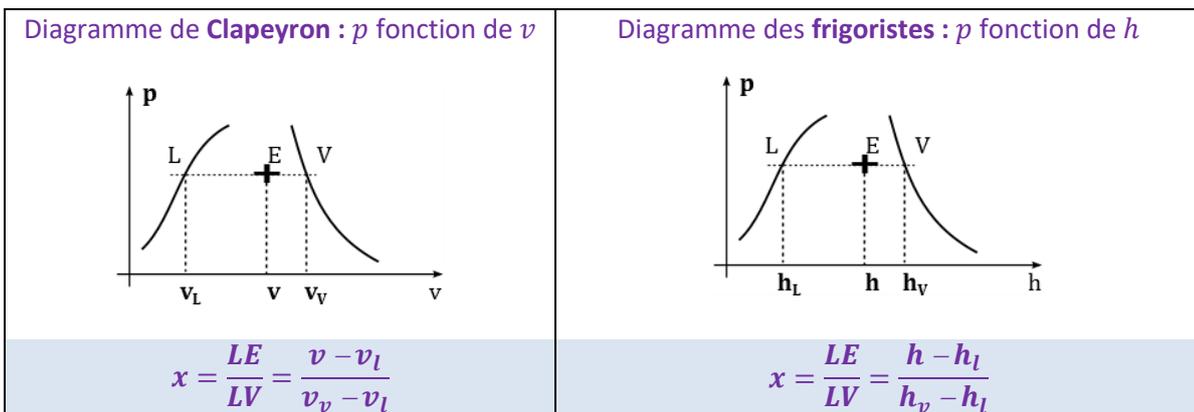
$$e_{frigo} = \frac{Q_{Froid}}{W} \text{ et } e_{PAC} = -\frac{Q_{Chaud}}{W}$$

Efficacité de Carnot :

$$e_{frigo} = \frac{T_{Froid}}{T_{Chaud} - T_{Froid}} \text{ et } e_{PAC} = \frac{T_{Chaud}}{T_{Chaud} - T_{Froid}}, \text{ Températures exprimées en Kelvin}$$



- Règle des moments permettant de définir le titre en vapeur x à partir du diagramme de Clapeyron ou du diagramme des frigoristes :



- Premier principe en système ouvert dans le cas d'un écoulement permanent de débit massique D_m à travers un organe ou une machine : Equation massique (écriture en J/kg), équation en termes de puissance (écriture en W).

Premier principe appliqué à un écoulement permanent, équation massique :

$$(h_s - h_e) + (\frac{1}{2} c_s^2 - \frac{1}{2} c_e^2) + (gz_s - gz_e) = w_i + q \quad (\text{unité : J/kg})$$

Entrée

Sortie

c_e Vitesse du fluide en entrée (m/s)
 z_e Altitude en entrée (m)
 h_e Enthalpie massique en entrée (J/kg)

c_s Vitesse du fluide en sortie (m/s)
 z_s Altitude en sortie (m)
 h_s Enthalpie massique en sortie (J/kg)

w_i = **travail indiqué massique** (ou travail massique net ou travail massique différent du travail des forces de pression)

q = **transfert thermique massique.**

Premier principe appliqué à un écoulement permanent, équation en termes de puissance :

$$D_m [(h_s - h_e) + (1/2 c_s^2 - 1/2 c_e^2) + (gz_s - gz_e)] = P_i + P_{th} \quad (\text{unité : W})$$

Où $D_m = \frac{dm}{dt}$ débit massique (en kg.s⁻¹),

Puissance indiquée (utile) reçue P_i : $P_i = \frac{\delta W_i}{dt}$

Puissance thermique reçue P_{th} : $P_{th} = \dot{Q} = \frac{\delta Q}{dt}$

- Vecteur densité de flux thermique \vec{J}_Q , loi de Fourier, conductivité thermique λ (+ unité) et flux thermique échangé Φ_Q .

On définit le **vecteur densité de flux thermique \vec{J}_Q** :

$$\vec{J}_Q(M, t) = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}(M, t) \quad \text{ou} \quad \boxed{\vec{J}_Q = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}}$$

Loi de Fourier

\vec{J}_Q en W.m⁻²

λ : **conductivité thermique** du matériau (W.m⁻¹.K⁻¹)

On définit la **Puissance thermique** ou **Flux thermique** échangé(e) Φ_Q :

$$\Phi_Q(M, t) = \iint_S \vec{J}_Q(M, t) \cdot \vec{dS} \quad \text{ou} \quad \Phi_Q = \iint_S \vec{J}_Q \cdot \vec{dS} \quad \text{en watts (W)}$$

- Analogies entre grandeurs thermiques et grandeurs électriques.

Grandeur thermique	Grandeur électrique
$\vec{J}_Q = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}$ Densité de flux thermique (W.m ⁻²)	$\vec{J}_e = -\sigma \cdot \overrightarrow{\text{grad}E}$ Densité de courant (A.m ⁻²)
T Température (K)	V Potentiel électrique (V)
λ Conductivité thermique (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	σ Conductivité électrique (Ω ⁻¹ .m ⁻¹)
$\Phi_Q = \iint_S \vec{J}_Q \cdot \vec{dS}$ Flux ou puissance thermique (W)	$I = \iint_S \vec{J}_e \cdot \vec{dS}$ Intensité électrique (A)
R_{th} Résistance thermique (K.W ⁻¹)	R Résistance électrique (Ω ou V.A ⁻¹)

- Résistance thermique

$$R_{th} = \frac{L}{\lambda S} \quad \text{résistance thermique (K.W}^{-1}\text{)}$$

L : Longueur ou épaisseur (m)

S : Section ou surface (m²)

λ : **conductivité thermique** du matériau (W.m⁻¹.K⁻¹)

- Dans le cas de l'échange conducto-convectif, expression de la densité de flux thermique

Flux thermique par unité de surface = densité de flux thermique (W.m⁻²) :

$$\varphi_{CC} = -\lambda_{fluide} \left(\frac{T_{fluide} - T_{paroi}}{e} \right) = h \cdot (T_{paroi} - T_{fluide})$$

e : épaisseur de la couche limite

$h = \frac{\lambda_{\text{fluide}}}{e}$, coefficient de transfert conducto-convectif

h en $W.K^{-1}.m^{-2}$