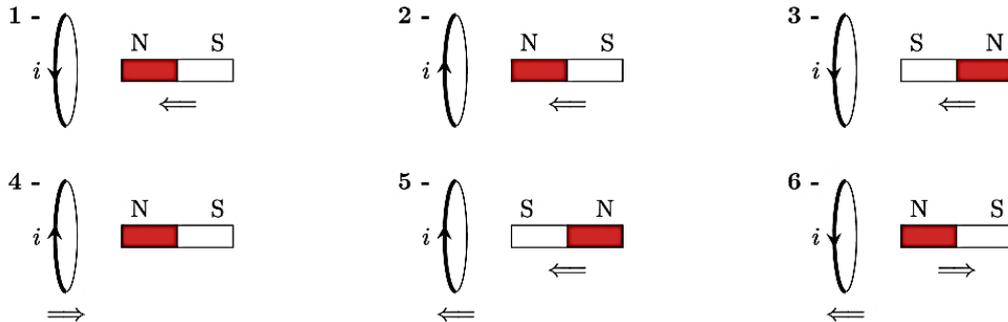


EM4 INDUCTION

Travaux Dirigés

Exercice 1 : Signe du courant induit

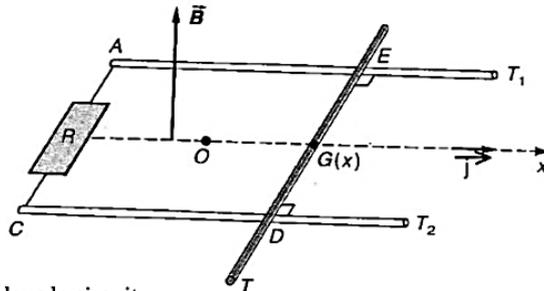
Dans chacun des circuits ci-dessous, la spire circulaire et/ou l'aimant droit sont déplacés dans le sens indiqué par la double flèche. Indiquer le signe du courant i apparaissant dans la spire pendant le déplacement.



Exercice 2 : Rails de Laplace

Une tige T se déplace sans frottement à la vitesse constante $\vec{v} = v\vec{j}$ sur deux glissières rectilignes T_1 et T_2 , horizontales et parallèles, distantes de l . La tige T est perpendiculaire aux glissières (voir figure). On exerce une force $\vec{F} = F\vec{j}$.

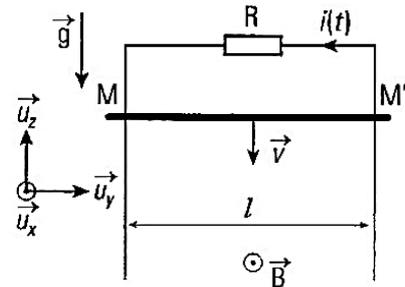
La tige, les glissières et la résistance R constituent un circuit électrique, lequel est placé dans un champ magnétique uniforme vertical \vec{B} d'intensité $B=0,4T$.



1. Expliquer pourquoi il apparaît un courant induit dans le circuit.
2. Quel est le sens du courant induit?
3. Le circuit est orienté dans le sens du courant induit. Montrer que le flux du champ magnétique à travers la surface délimitée par le circuit s'écrit : $\Phi = \Phi_0 + at$, où a est une constante que l'on déterminera.
4. En déduire la f.e.m e induite dans le circuit et l'intensité du courant (on négligera la résistance des rails et de la tige devant R).
5. Analyser les forces qui s'exercent sur la tige. Quelle force \vec{F} doit-on exercer sur la tige pour maintenir sa vitesse constante?

Exercice 3 : Rails de Laplace verticaux

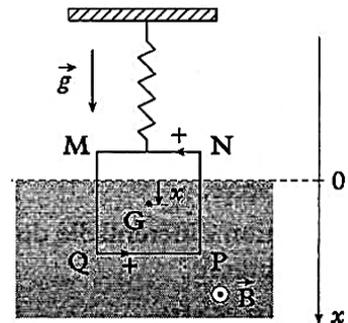
Sur deux rails conducteurs fixes, constitués de deux tiges verticales et parallèles distantes de l , glisse sans frottement une tige horizontale MM' , de masse m , grâce à deux contacts glissants M et M' . On négligera les résistances de la tige MM' et des rails, ainsi que le champ propre produit par les courants induits. On produit un champ magnétique uniforme et permanent \vec{B} , normal au plan du circuit $\vec{B} = B\vec{u}_x$.



- Étudier qualitativement l'évolution du système.
- Les extrémités supérieures des rails sont reliées à une résistance R . La tige MM' est abandonnée sans vitesse à l'instant $t = 0$. $i(t)$ est l'intensité du courant dans le circuit et $v(t)$ la norme de la vitesse de la tige.
 - Déterminer la fem e induite dans la tige MM' . En déduire l'équation électrique du montage.
 - Établir l'équation mécanique du système. En déduire l'équation différentielle en $i(t)$.
 - Donner les lois d'évolution $i(t)$ et $v(t)$.
- Déterminer la puissance des forces de Laplace et l'exprimer en fonction de $i(t)$. Conclure sur la conversion électromécanique.

Exercice 4 : Oscillations d'un cadre dans un champ magnétique

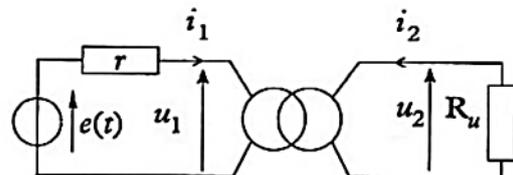
Un cadre de cuivre carré filiforme, $MNPQ$, de résistance R , d'inductance propre négligeable, de côté a , de masse m , est accroché à un ressort vertical de raideur k , de masse négligeable. Le plan du cadre est vertical et, à l'équilibre, la moitié inférieure du cadre est située dans un champ magnétique \vec{B} uniforme, stationnaire et perpendiculaire au cadre. On abaisse le cadre de $a/2$ et on le lâche sans vitesse initiale. On repérera sa position par l'abscisse $x(t)$ de son centre G qui vaut 0 à l'équilibre et est toujours comprise entre $-a/2$ et $a/2$.



- Exprimer l'intensité i du courant circulant dans le cadre en mouvement en fonction de B , a , R et $\frac{dx}{dt}$.
- Quelle relation a-t-on entre m , g , k et X_0 , allongement du ressort à l'équilibre?
- Établir l'équation différentielle dont $x(t)$ est solution.
- $k=0,4\text{N/m}$, $B=0,1\text{T}$, $R=0,5\text{m}\Omega$, $m=50\text{g}$, $a=10\text{cm}$. Déterminer $x(t)$ et tracer la courbe correspondante.

Exercice 5 : Transformateur

On considère un transformateur parfait comportant N_1 spires au primaire et N_2 spires au secondaire. On note $L_1 = N_1^2 L_0$ et $L_2 = N_2^2 L_0$ les inductances propres des deux bobinages. L_0 est une constante ne dépendant que de la géométrie des bobines. Le primaire est relié à un générateur de fem $e(t)$ et de résistance interne r et le secondaire à une charge modélisée par une résistance R_u . On note u_1 la tension d'entrée et u_2 celle de sortie. Toutes les tensions et intensités sont alternatives, de valeur moyenne nulle.



- Le couplage magnétique est total. Exprimer l'inductance mutuelle M en fonction de N_1 , N_2 et L_0 .
- Écrire deux équations reliant u_1 et u_2 à i_1 et i_2 et en déduire l'expression de u_2/u_1 .
- Pour $R_u = 0$, déterminer i_2 en fonction de i_1 et $m = N_2/N_1$. On admettra ce résultat vrai pour $R_u \neq 0$.
- Montrer que la puissance P_1 fournie par le générateur est égale à la puissance P_2 reçue par la charge.
- On cherche la valeur de m qui maximise, pour un générateur donné, la puissance reçue par la charge. Exprimer u_1 en fonction de $e(t)$, r et i_1 et en déduire u_2 en fonction de m , $e(t)$, r et i_2 . Exprimer i_2 en fonction de m , $e(t)$, r et R_u et en déduire la puissance P_2 reçue par la charge en fonction des mêmes variables. Sachant que $x \rightarrow a/x + bx$ est minimale pour $x = \sqrt{a/b}$, déterminer m pour que P_2 soit maximale. On dit alors qu'on a réalisé une adaptation d'impédance.

Exercice 6 : Plaque de cuisson à induction

Le chauffage du fond métallique des casseroles et autres poêles de cuisson peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable, les courants de Foucault.

Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de 5 cm et compte vingt spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 18 \text{ m}\Omega$ et d'auto-inductance $L_1 = 30 \mu\text{H}$. Il est alimenté par une tension harmonique v_1 de pulsation ω . Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de casserole par une spire circulaire unique, fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance $R_2 = 8,3 \text{ m}\Omega$ et une auto-inductance $L_2 = 0,24 \mu\text{H}$. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle $M = 2 \mu\text{H}$.

- 1 - En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.
- 2 - En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{I}_2/\underline{I}_1$.
- 3 - En déduire l'impédance d'entrée $\underline{Z}_e = \underline{V}_1/\underline{I}_1$ du système.
- 4 - La pulsation ω est choisie bien plus grande que R_1/L_1 et R_2/L_2 . Simplifier les deux expressions précédentes et calculer numériquement leur module.
- 5 - On soulève la casserole. Indiquer qualitativement comment varie l'amplitude du courant appelé par l'inducteur.

Exercice 7 : Modèle de haut-parleur électrodynamique

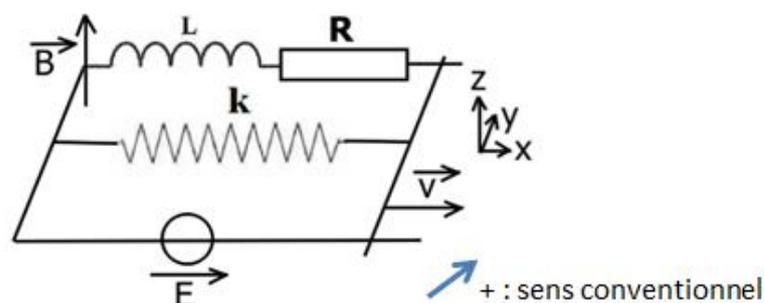
Modèle de haut parleur électrodynamique

Un HP est un dispositif transformant un signal électrique $E(t)$ en un signal mécanique et/ou sonore. En effet, dans un HP, une membrane est mise en vibration à cause de l'apparition d'un courant induit. Elle communique alors mouvement vibratoire à l'air avec lequel elle est en contact et ainsi il y a émission d'un son.

La géométrie réelle étant difficile à étudier, on s'intéressera à un modèle simplifié de HP en utilisant le dispositif précédent des rails de Laplace :

- Les rails horizontaux sont distants de a .
- La tige mobile est solidaire de la membrane vibrante. L'ensemble est de masse m .
- La tige est reliée au châssis fixe par un ressort de raideur k et de longueur à vide L_0 .
- La position de la tige est repérée par X en considérant que $X = 0$ correspond à une longueur du ressort égale à L_0 . X est donc l'allongement du ressort.
- Pour tenir compte du phénomène d'auto-induction, une bobine d'inductance L est représentée dans le circuit équivalent. En effet un HP contient toujours une bobine, donc ce phénomène n'est plus négligeable.
- On tient compte des frottements exercés par l'air sur la membrane en introduisant une force de frottement fluide $-h \vec{V}$.
- Le générateur délivre une tension $E(t)$.

- 1) Etablir l'équation électrique et l'équation mécanique.
- 2) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $X(t)$. Commenter.
- 3) Réaliser un bilan de puissance. Y faire apparaître la puissance de la force de frottement due à l'air qui correspond à la puissance sonore émise par le HP.



- 4) On suppose que la tension délivrée par le générateur est sinusoïdale de pulsation ω : $E(t) = E_0 \cos \omega t$.
- Comment vont évoluer i , V et X en régime permanent ?
 - On introduit alors $\underline{Z} = \underline{E} / \underline{i}$. Montrer que \underline{Z} peut s'écrire sous la forme $\underline{Z} = R + jL\omega + \underline{Z}_m$.
 - \underline{Z}_m appelée impédance motiionnelle du HP permet de modéliser le comportement électrique du HP en fonctionnement. Elle est équivalente à l'association parallèle d'une résistance R_m , d'une inductance L_m et d'un condensateur C_m . Déterminer R_m , L_m et C_m .
 - Expliquer alors qualitativement pourquoi plusieurs HP sont souvent associés.

Exercice 8 : Transformateur torique (Extrait concours TSI CCP 2018)

Partie II – Transformateur torique

On étudie à présent un modèle simplifié de transformateur schématisé en **figure 1**. Il est constitué d'un matériau magnétique torique d'axe (Oz) à section carrée de côté a et de rayon intérieur R . On suppose que le milieu magnétique est parfait. L'espace est rapporté à la base cylindrique $(\vec{e}_r; \vec{e}_\theta; \vec{e}_z)$ illustrée pour un point M quelconque sur le schéma.

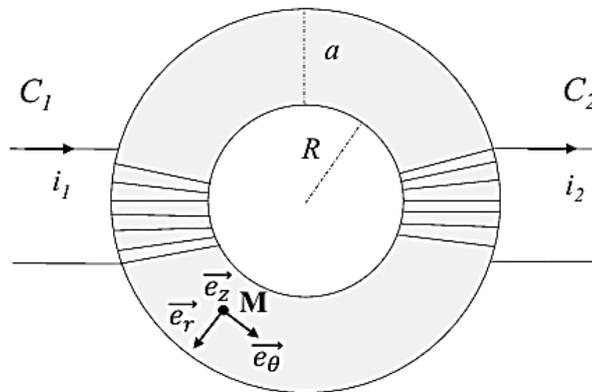


Figure 1 – Vue de dessus du transformateur

Le bobinage dit « primaire » noté C_1 est enroulé en N_1 spires autour de ce tore. Il est parcouru par un courant d'intensité i_1 . Le bobinage dit « secondaire » noté C_2 est, de la même manière, enroulé en N_2 spires autour de ce tore et est parcouru par un courant d'intensité i_2 . On notera μ_0 la perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q10. Justifier soigneusement que le champ magnétique \vec{B}_1 créé à l'intérieur du tore par le courant circulant dans C_1 est de la forme :

$$\vec{B}_1(r, \theta, z) = B_1(r) \vec{e}_\theta. \quad (1)$$

Q11. En appliquant le théorème d'Ampère à un contour Γ soigneusement précisé, démontrer que le champ magnétique \vec{B}_1 créé par le circuit C_1 en tout point à l'intérieur du tore est donné par :

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi r} \vec{e}_\theta. \quad (2)$$

Q12. Établir l'expression du flux magnétique ϕ du champ magnétique \vec{B}_1 à travers une spire du circuit C_1 .

Q13. En déduire le flux total ϕ au travers des N_1 spires du circuit C_1 .

Q14. Rappeler la définition de l'inductance propre L (ou coefficient d'auto-inductance).

Q15. En déduire que l'inductance propre L_1 du circuit C_1 est donnée par :

$$L_1 = N_1^2 \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right). \quad (3)$$

Q16. Quelle est alors l'expression de l'inductance propre L_2 du circuit C_2 ?

Q17. Rappeler la définition du coefficient de mutuelle inductance M .

Q18. Démontrer que ce coefficient M est donné par :

$$M = N_1 N_2 \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right). \quad (4)$$

Q19. La résistance des bobinages étant négligée, exprimer la tension u_1 aux bornes du primaire en fonction des dérivées par rapport au temps de i_1 et i_2 et des coefficients L_1 et M .

Q20. Faire de même pour la tension u_2 aux bornes du secondaire en fonction des dérivées par rapport au temps de i_1 et i_2 et des coefficients L_2 et M .

Q21. En déduire que l'on a la relation suivante :

$$u_1 = \frac{L_1}{M} u_2 + \frac{M^2 - L_1 L_2}{M} \frac{di_2}{dt}. \quad (5)$$

Q22. Prouver que cette relation se simplifie pour faire apparaître ce que l'on appelle le rapport de transformation, défini comme le rapport des tensions du secondaire et du primaire :

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (6)$$

Q23. Expliquer alors comment les transformateurs constituent des éléments centraux de la chaîne de transport de l'électricité.

Q24. Que peut-on dire du rendement en puissance entre primaire et secondaire ?

Q25. Le fonctionnement d'un transformateur est-il possible pour des signaux continus ? Justifier votre réponse.

Q26. Quel peut être l'intérêt d'utiliser un transformateur si les circuits primaire et secondaire comportent le même nombre de spires ?

Q27. Technologiquement, les matériaux magnétiques des transformateurs sont réalisés en accolant des feuillets en acier. Quel type de pertes cherche-t-on ainsi à éviter ?