Exercice 5 : Transformateur

1. $M = \sqrt{L_1 L_2} = N_1 N_2 L_0$ $\qquad = N_1^2 L_0 \frac{di_1}{dt} + N_1 N_2 L_0 \frac{di_2}{dt}$

2. $u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + N_1 N_2 L_0 \frac{di_2}{dt}$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + N_1 N_2 L_0 \frac{di_1}{dt}$$

$$= N_2^2 L_0 \frac{di_2}{dt} + N_1 N_2 L_0 \frac{di_1}{dt}$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2^2 L_0 \frac{di_2}{dt} + N_1 N_2 L_0 \frac{di_1}{dt}}{N_1^2 L_0 \frac{di_1}{dt} + N_1 N_2 L_0 \frac{di_2}{dt}}$$

$$= \frac{N_1 N_2 L_0 \frac{di_1}{dt} + N_2^2 L_0 \frac{di_2}{dt}}{N_1^2 L_0 \frac{di_1}{dt} + N_1 N_2 L_0 \frac{di_2}{dt}}.$$

$$= \frac{N_2}{N_1} = m$$

3. $R_u = 0$

$u_2 = 0.$

$$N_2^{\cancel{2}} \cancel{L_0} \frac{di_2}{dt} + N_1 \cancel{N_2} \cancel{L_0} \frac{di_1}{dt} = 0$$

$$N_2 \frac{di_2}{dt} + N_1 \frac{di_1}{dt} = 0$$

$$N_2 i_2 + N_1 i_1 = K.$$

En valeurs moyennes

$$\langle N_2 i_2 \rangle + \langle N_1 i_1 \rangle = K$$

Or $\langle i_1 \rangle = \langle i_2 \rangle = 0 \qquad K = 0$

Exercice 2 (suite)

4. $P_1 = u_1 i_1$ (Puissance reçue par le primaire, car convention récepteur)

$$P_1 = \frac{u_2}{m} \times (-m i_2) = -u_2 i_2$$

(Puissance reçue par le secondaire, car convention récepteur)

D'où :

Puissance fournie par le secondaire à la charge :

$$P_2 = -u_2 i_2 = P_1$$

5. $u_1 = e - r i_1$, avec $u_2 = m u_1$:

$u_2 = m u_1 = me - mr i_1$, avec $i_1 = -m i_2$:

$u_2 = me + m^2 r i_2$, avec $u_2 = -R_u i_2$:

$$-R_u i_2 = me + m^2 r i_2$$

$$i_2 (m^2 r + R_u) = -me$$

$$\boxed{i_2 = -\frac{me}{m^2 r + R_u}}$$

$P_2 = -u_2 i_2$ ou $P_2 = R_u i_2^2$

d'où :

$$P_2 = R_u \frac{m^2 e^2}{(m^2 r + R_u)^2} = R_u \frac{e^2}{\left(mr + \frac{R_u}{m}\right)^2}$$

P_2 maxi si $mr + \frac{R_u}{m}$ mini

si $\boxed{m = \sqrt{\frac{R_u}{r}}}$

Modèle de HP électrodynamique — Exercice 7

1) Éq. mécanique

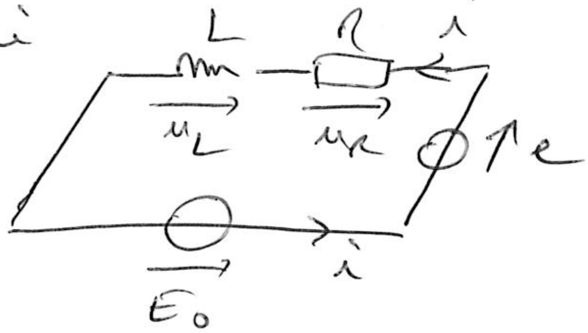
$\vec{F}_L = i a B \vec{u}_x$

$\vec{F}_{el} = -kx\vec{u}_x$

$\vec{F}_f = -hv\vec{u}_x$

$$\boxed{iaB - kx - h\dot{x} = m\ddot{x}} \quad (1)$$

Éq. électrique



$E_0 = u_L + u_R - e$

$L\frac{di}{dt} + Ri - e = E_0$

avec $e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(Bax)}{dt} = -Ba\dot{x}$

$$\boxed{L\frac{di}{dt} + Ri + Ba\dot{x} = E_0} \quad (2)$$

2) $(1) \Rightarrow i = \frac{m\ddot{x} + h\dot{x} + kx}{aB}$

$\Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{m\dddot{x} + h\ddot{x} + k\dot{x}}{aB}$

$(2) \Rightarrow \frac{mL}{aB}\dddot{x} + \frac{hL}{aB}\ddot{x} + \frac{kL}{aB}\dot{x}$

$+ \frac{mR}{aB}\ddot{x} + \frac{hR}{aB}\dot{x} + \frac{kR}{aB}x + Ba\dot{x} = E_0$

$$\frac{mL}{aB}\dddot{x} + \left(\frac{hL}{aB} + \frac{mR}{aB}\right)\ddot{x} + \left(\frac{kL}{aB} + Ba + \frac{hR}{aB}\right)\dot{x} + \frac{kR}{aB}x = E_0$$

$$\dddot{x} + \left(\frac{h}{m} + \frac{R}{L}\right)\ddot{x} + \left(\frac{k}{m} + \frac{a^2B^2}{mL} + \frac{hR}{mL}\right)\dot{x}$$
$$+ \frac{kR}{mL}x = \frac{aB}{mL}E_0$$

Eq. diff. du 3ème ordre !

3) $\begin{cases} (1)\times\dot{x} \Rightarrow m\dot{x}\ddot{x} = iaB\dot{x} - kx\dot{x} - h\dot{x}^2 \\ (2)\times i \Rightarrow E_0 i = Li\dfrac{di}{dt} + Ri^2 + Ba\dot{x}i \end{cases}$

$\begin{cases} Bai\dot{x} = m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} + h\dot{x}^2 \\ Bai\dot{x} = E_0 i - Li\dfrac{di}{dt} - Ri^2 \end{cases}$

d'où :

$$m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} + h\dot{x}^2 = E_0 i - Li\frac{di}{dt} - Ri^2$$

et donc :

$$E_0 i = \underbrace{Ri^2}_{\text{pertes joule}} + \underbrace{\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)}_{\text{Energie magnétique}} + \underbrace{\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}kx^2\right)}_{\text{En. Pot. elastique}} + \underbrace{\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}_{\text{Energie cinétique}} + \underbrace{h\dot{x}^2}_{\text{puissance frottement}}$$

4) a) Regime sinusoïdal forcé.

b) $\underline{E_0} = E_0 e^{j\omega t}$

$\underline{I} = I e^{j(\omega t + \varphi_i)} \Rightarrow \dfrac{d\underline{I}}{dt} = j\omega \underline{I}$

$\underline{X} = X e^{j(\omega t + \varphi_x)} \Rightarrow \dfrac{d\underline{X}}{dt} = j\omega \underline{X}$

$$(2) \Rightarrow \quad jL\omega \underline{I} + R\underline{I} + Baj\omega \underline{X} = \underline{E}_0 \quad (3)$$

$$(1) \Rightarrow \quad aB\underline{I} - k\underline{X} - hj\omega \underline{X} = -m\omega^2 \underline{X}$$

$$\underline{X}\left(k + j\omega h - m\omega^2\right) = aB\underline{I}$$

$$\underline{X} = \frac{aB}{k + j\omega h - m\omega^2}\,\underline{I}$$

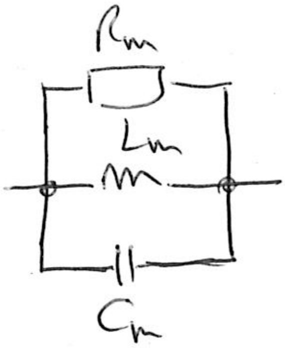
$$(3) \Rightarrow \quad jL\omega \underline{I} + R\underline{I} + Baj\omega\left(\frac{aB}{k + j\omega h - m\omega^2}\right)\underline{I} = \underline{E}_0$$

$$\underline{I}\underbrace{\left(jL\omega + R + \underbrace{\frac{j\omega a^2 B^2}{k + jh\omega - m\omega^2}}_{\underline{Z}_m}\right)}_{\underline{Z}} = \underline{E}_0$$

Impedance motionnelle :

$$\underline{Z}_m = \frac{j\omega a^2 B^2}{k + jh\omega - m\omega^2}$$

c)



$$\underline{Y}_{eq} = \frac{1}{R_m} + \frac{1}{jL_m\omega} - jC_m\omega$$

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{1}{\underline{Y}_{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{R_m} + \frac{1}{jL_m\omega} - jC_m\omega}$$

$$= \frac{1}{\frac{jL_m\omega + R_m - R_m L_m C_m \omega^2}{jL_m R_m \omega}}$$

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{jR_m L_m \omega}{R_m + jL_m\omega - R_m L_m C_m \omega^2}$$

<u>Identification</u> :

$$\frac{jR_m L_m \omega}{R_m + jL_m\omega - R_m L_m C_m \omega^2} = \frac{j\omega a^2 B^2}{k + jh\omega - m\omega^2}$$

$$\frac{jL_m \omega}{1 + j\frac{L_m}{R_m}\omega - L_m C_m \omega^2} = \frac{j\omega \frac{a^2 B^2}{k}}{1 + j\frac{h}{k}\omega - \frac{m}{k}\omega^2}$$

$$\begin{cases} L_m = \dfrac{a^2 B^2}{k} \\ \dfrac{L_m}{R_m} = \dfrac{h}{k} \Rightarrow R_m = L_m \dfrac{k}{h} = \dfrac{a^2 B^2}{h} \\ L_m C_m = \dfrac{m}{k} \Rightarrow C_m = \dfrac{m}{k L_m} = \dfrac{m}{a^2 B^2} \end{cases}$$

4)d) la modélisation dépend de ω

$\rightarrow$ Plusieurs HP sont nécessaires pour couvrir la totalité des fréquences